

Информатика, вычислительная техника и управление

УДК 681.5

ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ МНОГОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ ОБЖИГА КЕРАМЗИТА

К.С. Галицков, С.Я. Галицков, О.В. Самохвалов

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: maes@samgtu.ru; indexcitir@gmail.com

Аннотация. Рассматриваются существующие проблемы управления технологическим процессом обжига керамзита определенной марки по прочности (или плотности) во вращающейся печи, обусловленные ограниченным количеством управляющих воздействий и неполнотой информации о температурном поле при «ручном» управлении печью. Предложено использовать многомерную систему автоматического управления обжигом керамзита, состоящую из трех взаимосвязанных каналов: управление объемной мощностью горелки, загрузкой сырца, скоростью вращения печи. Каждый из этих каналов управляет температурой керамзита в соответствующем сечении печи и таким образом формирует необходимую кривую обжига. Разработанная система позволяет не только стабилизировать прочность (или плотность) выпускаемого керамзита, но и обеспечивает сокращение времени технологического перехода печи при производстве керамзита с одной марки на другую.

Ключевые слова: вращающаяся печь, керамзит, объект управления с распределенными параметрами, система автоматического управления, робастность.

Введение

Современное строительное производство, в котором широко используется для разнообразных технологических целей керамзит [1, 2], предъявляет жесткие требования к постоянству величин прочности R (или плотности ρ) из широких известных диапазонов стандартных значений этих качественных параметров керамзита [1].

Процесс обжига керамзита во вращающейся печи, которая, как правило, имеет диаметр 2,5 м и длину 40 м, возможен при создании в ней такого тепलो-

Галицков Константин Станиславович (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Механизация, автоматизация и электроснабжение строительства».

Галицков Станислав Яковлевич (д.т.н., проф.), заведующий кафедрой «Механизация, автоматизация и электроснабжение строительства».

Самохвалов Олег Владимирович, преподаватель кафедры «Механизация, автоматизация и электроснабжение строительства».

го поля, при котором загруженный гранулированный сырец проходит последовательно четыре технологических этапа: сушка, нагрев, вспучивание и охлаждение. В силу известных обоснованных допущений [3, 4] температурный режим печи характеризуется обычно кривой обжига – распределением температуры T керамзита вдоль оси печи $T(z)$. Многочисленные экспериментальные исследования [4, 5] показывают, что в условиях известных ограничений, накладываемых главным образом характеристиками исходного глиняного сырья и конструктивными параметрами печи, прочность R (или насыпная плотность ρ) керамзита полностью определяется формой кривой обжига [6,7]. В связи с этим устойчивое промышленное производство керамзита с заданными показателями R (или ρ) напрямую зависит от стабильности поддержания кривой обжига в условиях действия известных возмущений, а технологический перевод печи при выпуске керамзита с одной марки на другую (в области допустимых характеристик исходного сырья) представляет собой решение задачи управления тепловым полем печи, обеспечивающим монотонный переход с одной кривой обжига на другую.

В известных технологических установках существенный разброс параметров выпускаемого керамзита, и прежде всего его R (или ρ), а также значительное время, затрачиваемое на смену технологического режима печи при переходе в производстве керамзита с одной марки на другую в условиях действующих возмущений (вариация влажности w сырца, изменение температуры окружающего воздуха и т. п.), обусловлены прежде всего ограниченным числом управляющих воздействий на процесс обжига в условиях «ручного» управления печью. Обжигальщик обычно регулирует объемную мощность Q_r газовой горелки и загрузку q_3 печи. В ряде случаев к ним может быть добавлено управление формой факела горелки [8]. Второй причиной нестационарности обжига является отсутствие постоянного контроля температуры керамзита по длине печи: обжигальщик, как правило, использует пирометр для периодического наблюдения температурного поля керамзита. В этих условиях управление обжигом керамзита по эвристическим алгоритмам далеко не всегда приводит к желаемым по технологическому регламенту результатам.

В работе [9] предложено использовать три управляющих воздействия на процесс обжига – объемную мощность горелки Q_r , загрузку печи сырцом q_3 , угловую скорость ω_n вращения печи.

Исследования технологического процесса обжига керамзита во вращающейся печи как объекта управления с распределенными параметрами, состояние которого определяется этими управляющими воздействиями [3], позволили выявить по длине печи три характерных сечения с координатами $z = z_F$, $z = z_A$ и $z = z_C$, температура керамзита в которых T_F , T_A и T_C максимально зависит, соответственно, от ω_n , q_3 и Q_r . Установлены аналитические зависимости прямых и перекрестных связей этих воздействий на T_F , T_A и T_C в рассматриваемых сечениях. Предложенное устройство [9] ориентировано на автоматическое управление температурой керамзита в этих сечениях.

Постановка задачи

Считаем, что из известного конечного множества S , включающего в себя m типов глиняного сырья, каждый элемент j которого определяется обобщенной характеристикой $S_j (j \in 1, \dots, m)$, технологически можно изготовить дискретное множество M стандартных марок $M_i (i \in 1, \dots, n)$ керамзита (со стандартными значениями прочности R_i или плотности ρ_i), обжигая его во вращающейся печи

заданной конструкции с допустимым диапазоном скорости ω_n и загрузкой q_3 , ограниченной объемной мощностью Q_F горелки. Допускаем, что в условиях этих ограничений построена в ортогональном пространстве $OT_F T_A T_C$ температурно-прочностная характеристика $R=f_1(T_F, T_A, T_C)$ [10], проблемно ориентированная на выбор рабочей точки $N_{3i}(T_{F3i}, T_{A3i}, T_{C3i})$, координаты которой представляют собой значения параметров вектора задающих сигналов $\bar{T}_{3i} = [T_{F3i}, T_{A3i}, T_{C3i}]^T$ многомерной САУ обжигом керамзита (рис. 1) заданной прочности R_{3i} в условиях минимально достижимых энергозатрат.

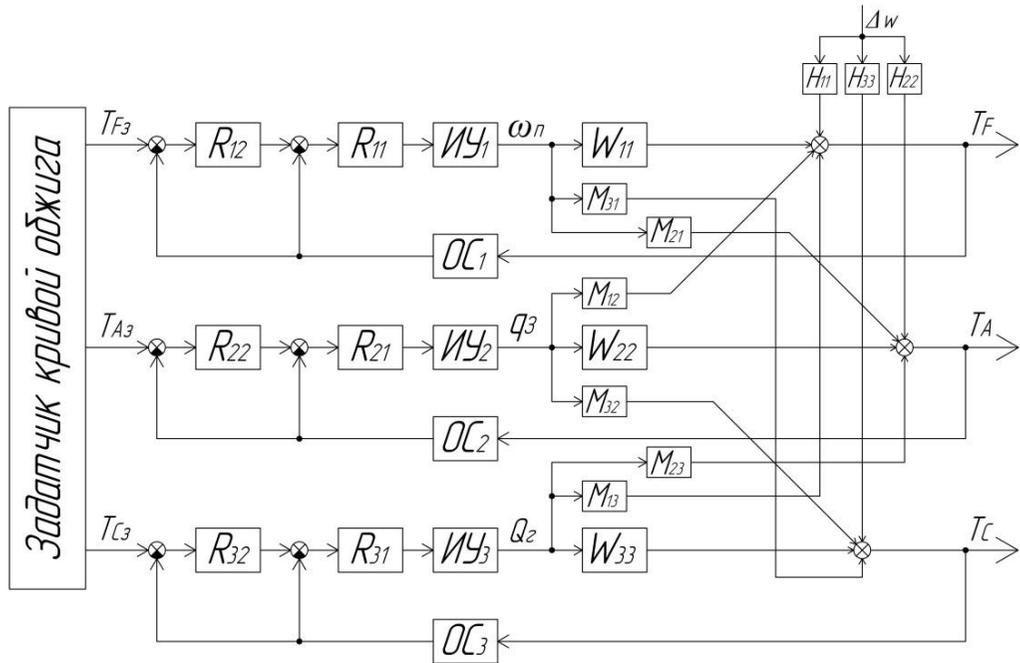


Рис. 1. Структурная схема системы управления:

- W_{11}, W_{22}, W_{33} – собственные передаточные функции;
- $M_{31}, M_{21}, M_{12}, M_{32}, M_{13}, M_{23}$ – передаточные функции межканальных связей по управлению;
- H_{11}, H_{22} и H_{33} – передаточные функции по отношению к возмущению;
- ИУ – исполнительные устройства; R_{ij} – передаточная функция регулятора,
- где i – номер канала многомерной системы управления ($i \in 1, 2, 3$),
- j – номер контура многомерной системы управления i -го канала САУ

В автоматизации обжига керамзита во вращающейся печи выделим две практически значимые задачи. Во-первых, стабилизацию значений температурного поля, заданного рабочей точкой N_{3i} в условиях действия основных возмущений: изменения влажности загружаемого сырья и вариации наружной температуры печи. Второй режим работы САУ – программное согласованное управление значением температуры $T_{F3i}, T_{A3i}, T_{C3i}$ керамзита при выполнении технологического перехода из точки N_{3i} в точку $N_{3(i+1)}$, соответствующую производству керамзита другой заданной марки по прочности. Для решения поставленных задач необходимо выполнить синтез многомерной (трехмерной) системы автоматического управления обжигом керамзита [9] (МСАУ ОК).

Решение задачи

Многомерная САУ обжигом керамзита включает в себя три разных по конструкции, принципу работы и технической реализации системы, обеспечивающие создание и автоматическое управление во вращающейся печи заданного распределения теплового поля $T(z)$. Первая система – это регулируемый электропривод скорости $\omega_{\text{п}}$ вращения печи; вторая представляет собой устройство автоматического управления расходом q_3 сырья керамзита, загружаемого в печь; третья обеспечивает управление объемной тепловой мощностью Q_r газовой горелки. Каждая система влияет, как показано в [3, 11, 12], на технологический процесс обжига керамзита.

Исследования динамики температурного поля печи в малых отклонениях от некоторого установившегося режима производства керамзита, например марки M_i , показали [3], что в этом случае от модели технологического процесса обжига керамзита как объекта с распределенными параметрами можно перейти к модели многомерного объекта с сосредоточенными параметрами с передаточной матрицей по отношению к вектору \bar{U} управляющих воздействий:

$$W_0^y(p) = \frac{\bar{T}(p)}{\bar{U}(p)} = \begin{vmatrix} W_{11}(p) & M_{12}(p) & M_{13}(p) \\ M_{21}(p) & W_{22}(p) & M_{23}(p) \\ M_{31}(p) & M_{32}(p) & W_{33}(p) \end{vmatrix}, \quad (1)$$

а по отношению к основному возмущению (влажность сырья) – с матрицей-столбцом:

$$H(p) = [H_1(p), H_2(p), H_3(p)]^T, \quad (2)$$

здесь $\bar{T}(p)$, $\bar{U}(p)$ – векторы выходных координат и управляющих воздействий,

$$\bar{T}(p) = [T_F, T_A, T_C]^T, \quad \bar{U}(p) = [\omega_{\text{п}}, q_3, Q_r]^T. \quad (3)$$

Основная трудность обеспечения требуемых режимов МСАУ ОК заключается в том, что параметры (коэффициенты передачи и время запаздывания) передаточной матрицы (1) существенно нестационарны [3]. Поэтому создаваемая МСАУ ОК должна быть робастной [13]. Применение в сепаратных каналах системы регуляторов Смита [14, 15] считаем нецелесообразным, поскольку значительное изменение величины запаздывания в объекте управления вызывает трудности с практической реализацией эталонной модели в этом регуляторе. Поэтому для решения задачи слабой зависимости показателей качества автоматического управления печью от вариации параметров объекта и от изменения внешних возмущений считаем целесообразным использовать во всех трех каналах многомерной САУ структуру многоконтурных систем с одной измеряемой координатой (МСОИК) [16] с типовыми ПИД-регуляторами.

Применительно к первому каналу – каналу управления температурой в сечении F , где инерционностью электромеханического привода печи можно пренебречь, поскольку постоянная времени T_{11} составляет $290 \div 555$ с и существенно превышает постоянные времени электропривода, – синтез регуляторов R_{11} и R_{12} двухконтурной системы можно выполнять в соответствии с методикой, разработанной в [16].

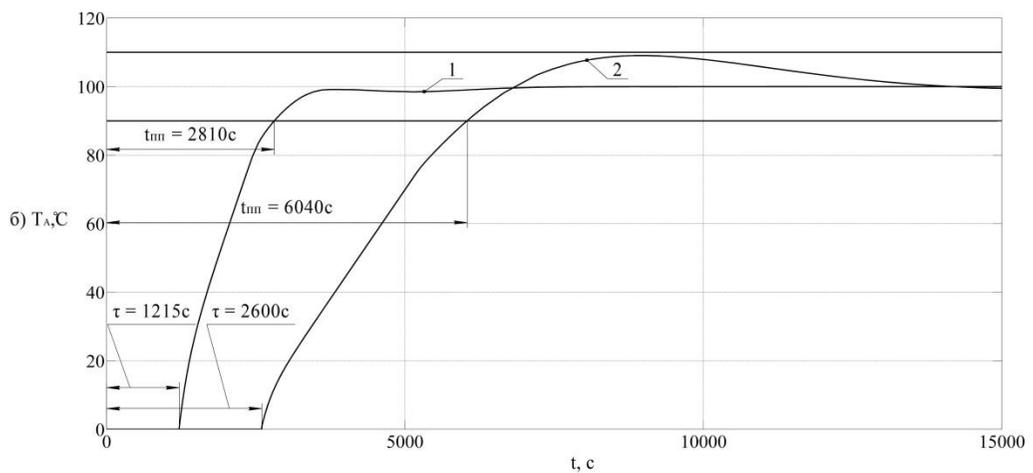
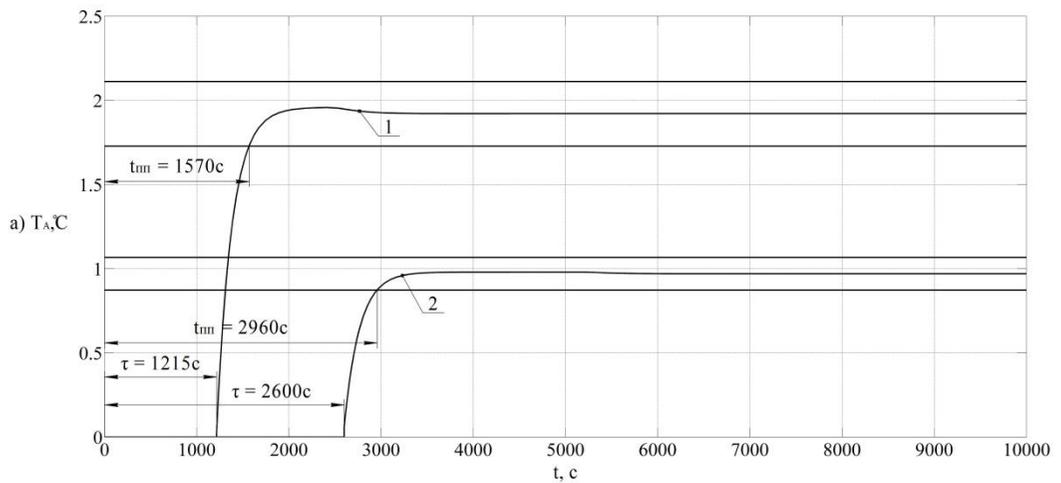


Рис. 2. Графики переходных процессов в канале А по управлению:
a – в первом контуре; *b* – во втором контуре;
 1 – с запаздыванием $\tau = 1215 \text{ c}$; 2 – с запаздыванием $\tau = 2600 \text{ c}$

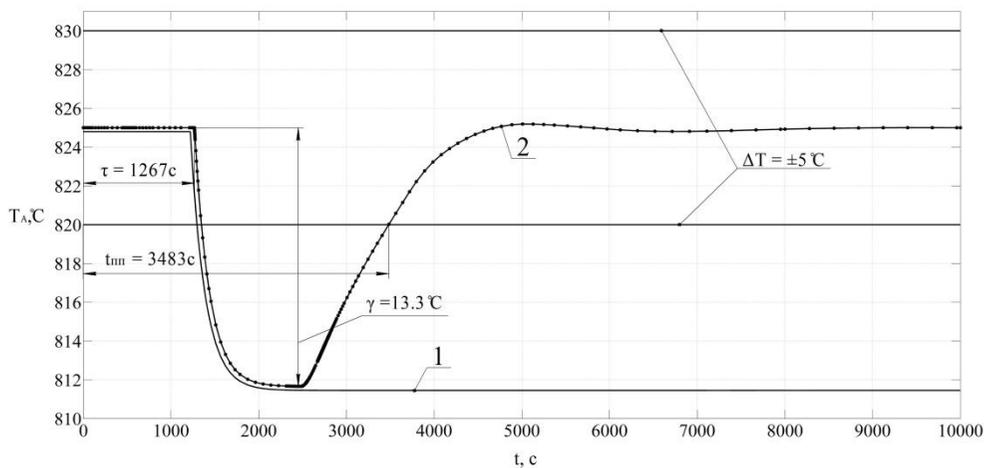


Рис. 3. Графики переходных процессов в канале А по возмущению:
 1 – в объекте управления; 2 – в системе управления

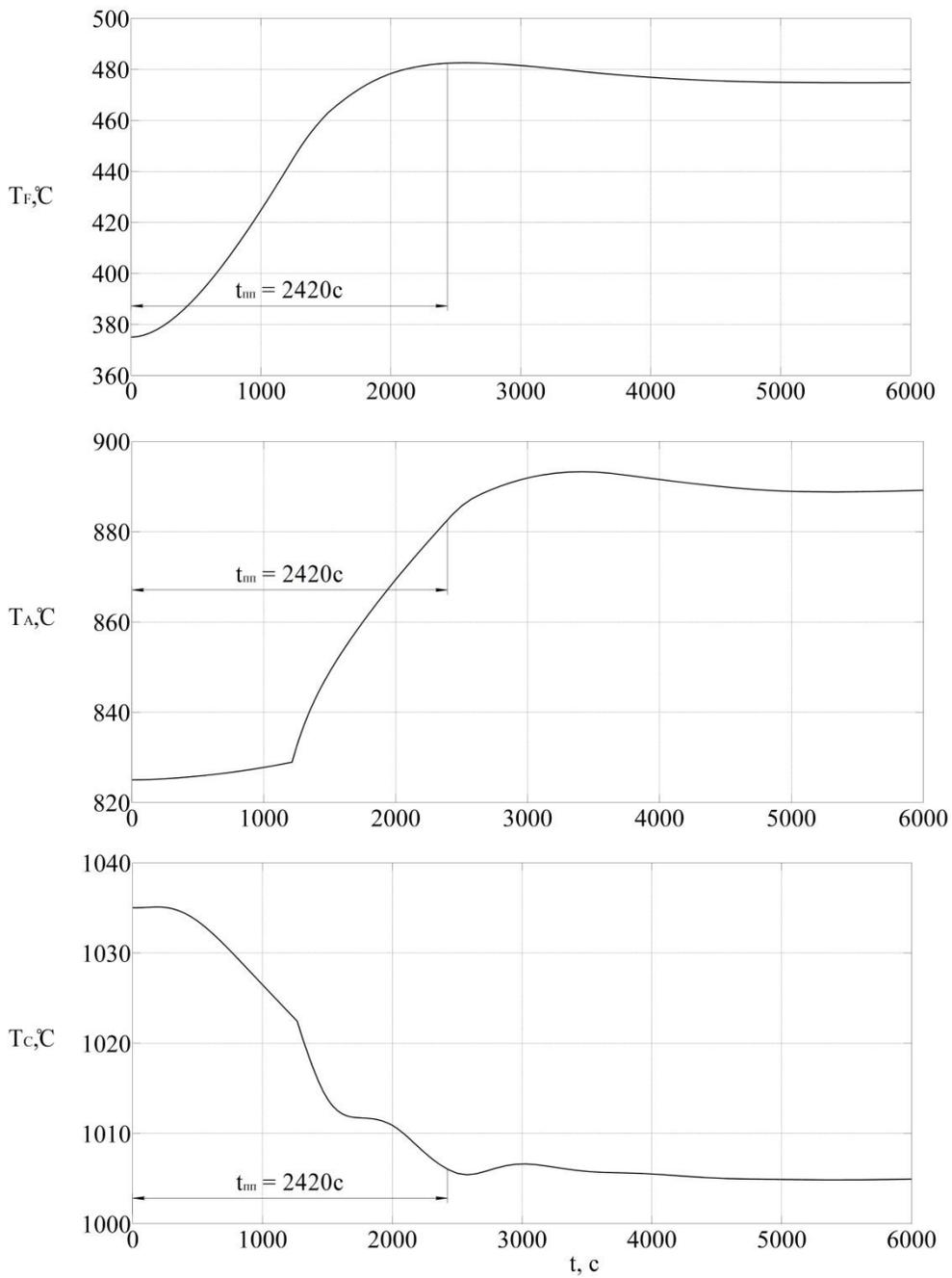


Рис. 4. Графики переходных процессов одновременного перехода с марки П200 на марку П250

Объекты управления каналов А и С содержат звенья запаздывания; синтез регуляторов первых контуров этих каналов выполним частотным методом с использованием критерия Найквиста [17, 18].

На созданной в программной среде Matlab МСАУ ОК выполнены вычислительные эксперименты по оценке показателей качества управления процессом обжига керамзита. Исследование трех сепаратных каналов разработанной многомерной системы показало, что при структурном синтезе достаточно использовать в каждом канале двух контуров МСОИК с типовыми ПИД-регуляторами. Это позволяет, во-первых, обеспечить робастность каналов в условиях существенной нестационарности параметров многомерного объекта. Во-вторых, достичь максимально возможного быстродействия и исключить статическую ошибку системы по отношению к управлению и возмущению.

В качестве примера на рис. 2 и 3 показаны кривые переходных процессов 1 и 2 в первом (рис. 2а) и втором (рис. 2б) замкнутых контурах системы управления температурой T_A (при максимальной вариации параметров объекта управления).

Установлено, что по быстродействию сепаратные каналы синтезированной многомерной САУ ОК существенно отличаются друг от друга (время переходного процесса по отношению к задающему воздействию для канала F составляет 808 с, для канала А – 2432 с, для С – 590 с). Поэтому для обеспечения монотонного изменения температурного поля печи при переходе от рабочей точки N_i к точке N_{i+1} используем в задатчике трехкоординатный формирователь вектора $\bar{T}_3(t) = [T_{F3}(t), T_{A3}(t), T_{C3}(t)]^T$ задающих сигналов. Инерционность формирователя определяется каналом с наименьшим быстродействием, применительно к рассматриваемой конструкции печи – это канал А.

Экспериментально доказано (рис. 4), что влияние межканальных связей повышает быстродействие многомерной САУ.

Выводы

1. Установлено, что применение трех управляющих воздействий (ω_p , q_3 и Q_T) на процесс обжига керамзита во вращающейся печи и использование многомерной САУ с вектором выходных координат $\bar{T} = [T_F, T_A, T_C]^T$, включающем в себя значения температуры керамзита в трех сечениях печи по ее длине, позволяет целенаправленно управлять кривой обжига по критерию производства керамзита заданной прочности в условиях минимизации энергозатрат.

2. Выполнен структурный синтез МСАУ ОК, где в каждом сепаратном канале используется двухконтурная многомерная система с одной измеряемой координатой (МСОИК). Показано, что такой подход позволяет обеспечить робастность системы, максимально достижимое быстродействие и астатизм по отношению к управляющим и возмущающим воздействиям.

3. Синтезирован алгоритм формирования вектора задающих сигналов, позволяющий обеспечить обжиг керамзита заданной прочности R_i и осуществить управляемый технологический переход при производстве с марки M_i на марку M_{i+1} .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Горин В.М., Токарева С.А., Кабанова М.К. Высокопрочный керамзит и керамдор для несущих конструкций и дорожного строительства // Строительные материалы. – М.: ЗАО «Сорм», 2010. – № 1 (661). – С. 9–11.
2. Горин В.М., Токарева С.А., Вытчиков Ю.С., Беляков И.Г., Шиянов Л.П. Применение стеновых камней из беспесчанного керамзитобетона в жилищном строительстве // Строительные материалы. – М.: ЗАО «Сорм», 2010. – № 2 (662). – С. 15–18.
3. Галицков С.Я., Галицков К.С., Самохвалов О.В., Фадеев А.С. Моделирование обжига керамзита в печи с регулируемой скоростью вращения как объекта управления // Научное обозрение. – М., 2015. – № 7. – С. 227–237.
4. Онацкий С.П. Производство керамзита. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1987. – 333 с., ил.
5. Лисиенко В.Г., Щелоков Я.М., Ладыгичев М.Г. Вращающиеся печи: теплотехника, управление и экология. Кн. 1. – М.: Теплотехник, 2004. – 688 с.
6. Galitskov S.Ya., Fadeev A.S., Samokhvalov O.V. Defining limit values of temperature field in typical sections of a rotary kiln producing expanded clay at a given density // Procedia Engineering, XXIV R-S-P Seminar, Theoretical Foundation of Civil Engineering (24RSP), TFOCE 2015, ISSN: 18777058. – Vol. 111. – 2015. – pp. 233–235, <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.07.082>
7. Galitskov S.Ya., Galitskov K.S., Samokhvalov O.V. Modelling Operating Area of Condition and Management of High Strength Bloating Clay, Stoving in a Rotary Kiln // Procedia Engineering, XXV P-R-S Seminar, Theoretical Foundation of Civil Engineering (25PRS), TFOCE 2016, ISSN: 18777058. – Vol. 153. – 2016. – pp. 609–612, <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.204>
8. Патент на полезную модель № 93497, Газовая горелка. Горин В.М., Токарева С.А., Пышкин А.С. // Бюл. – №12 – 2009
9. Пат. 2554964 Способ обжига керамзита во вращающейся печи и устройство для его осуществления / Галицков С.Я., Самохвалов О.В., Фадеев А.С. // БИ. – 2015. – № 19.
10. Галицков К.С., Самохвалов О.В. Отображение прочностных характеристик керамзита в пространстве температурных режимов трех опорных сечений печи // Промышленное и гражданское строительство. – 2015. – № 9. – С. 91–94.
11. Galitskov S.Ya., Galitskov K.S., Samokhvalov O.V., Fadeev A.S. Optimal control of ceramsite burning in a rotary kiln // MATEC Web Conferences, 5th International Scientific Conference “Integration, Partnership and Innovation in Construction Science and Education”. – Vol. 86. – 2016. – pp. 1–5, <http://dx.doi.org/10.1051/matecconf/20168604009>
12. Galitskov K.S., Samokhvalov O.V., Fadeev A.S. Optimization of burning production process of ceramsite with specified density // Environment. Technology. Resources, Volume 3 – Rezekne, 2017, Pages 57–61, <http://dx.doi.org/10.17770/etr2017vol3.2569>
13. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
14. Бажанов В.Л. Предиктор Смита в замкнутых системах управления с цифровыми регуляторами // Автоматизация в промышленности. – 2009. – № 8. – С. 15–20.
15. Ткачев Р.Ю., Бойко Н.З. Повышение качества предикторного ПИ-, ПИД-управления объектами с запаздыванием // Автоматика, телемеханика, связь: Сб. науч. трудов ДОНИЖТ. – 2017. – № 46. – С. 4–9.
16. Галицков С.Я., Галицков К.С. Многоконтурные системы управления с одной измеряемой координатой: Монография. – Самара: СГАСУ, 2004. – 140 с.
17. Ильясов Б.Г., Саитова Г.А., Халикова Е.А. Управление неустойчивыми объектами в составе многосвязной автоматической системы // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 1–2.
18. Фуртат И.Б., Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектами с неизвестной относительной степенью // Автоматизация и телемеханика. – 2010. – № 6. – С. 109–118.

Статья поступила в редакцию 10 февраля 2018 г.

RESEARCH OF THE DYNAMICS OF THE MULTIDIMENSIONAL SYSTEM OF AUTOMATIC CONTROL OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS OF CERAMSITE BURNING

K.S. Galitskov, S.Ya. Galitskov, O.V. Samokhvalov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. Existing problems of controlling the technological process of burning ceramsite of a certain grade in strength (or density) in a rotary kiln are considered, due to a limited number of control actions and incompleteness of information on the temperature field in the «manual» kiln control. It is proposed to use a multidimensional automatic control system for ceramsite burning consisting of three interconnected channels: control of the volumetric capacity of the burner, the loading of the raw material, and the speed of rotation of the kiln. Each of these channels controls the temperature of the ceramsite in the corresponding section of the kiln and thus forms the necessary burning curve. The developed system allows not only to stabilize the strength (or density) of the ceramsite manufacturing, but also ensures a shortening of the technological transition time of the kiln from the manufacture of ceramsite of one mark to another.

Keywords: rotary kiln, ceramsite, controlled object with distributed parameters, automatic control system, robustness.

*Konstantin S. Galitskov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Stanislav Ya. Galitskov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Oleg V. Samokhvalov, Teacher.*

УДК 517.958

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СТЕНКИ БАРАБАНА КОТЛА*

И.А. Данилушкин, И.М. Сыров

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Аннотация. Рассмотрена задача разработки и идентификации модели температурного распределения стенки барабана котла. Объект исследования описывается однородным одномерным параболическим уравнением с граничными условиями третьего рода и постоянными коэффициентами. Предложена методика реализации модели в пакете компьютерного моделирования динамических систем. Проведена идентификация коэффициентов теплопередачи, определяющих граничные условия по экспериментальным данным. Анализ полученных результатов показал, что точность модели, как и результаты идентификации, зависит от текущих значений температуры стенки барабана котла.

Ключевые слова: контроль температуры металла, температурное распределение, математическая модель, объект с распределенными параметрами, идентификация, одномерное уравнение теплопроводности.

В процессе эксплуатации энергетических котлов большое внимание уделяется контролю температур металла поверхностей нагрева коллекторов и барабана котла [1]. Поэтому при создании компьютерного тренажера для обучения персонала котельного цеха ТЭЦ потребовалась разработка модели температурного распределения стенок труб и емкостей. В зависимости от диаметра трубы или емкости толщина стенки составляет от 13 мм для коллекторов ширмового пароперегревателя до 115 мм для барабана котла [2]. Для обеспечения необходимой точности математической модели необходимо учитывать распределение температурного поля стенки по толщине за счет применения соответствующего математического аппарата систем с распределенными параметрами [3, 4].

Температурное распределение по толщине стенки может быть описано одномерным параболическим уравнением с граничными условиями 3-го рода [5]:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0; \quad (1)$$

$$T(x,0) = 0; \quad (2)$$

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты №№18-08-00048, 18-08-00565.

Данилушкин Иван Александрович (к.т.н.), доцент кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

Сыров Илья Михайлович, магистрант.

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = \alpha_1(T_1(t) - T(0,t)), \\ -\lambda \frac{\partial T(L,t)}{\partial x} = \alpha_2(T_2(t) - T(L,t)), \end{cases} \quad (3)$$

где $T(x,t)$ – температурное поле стенки;

$T_1(t), T_2(t)$ – температура среды на внешней и внутренней границах стенки;

$a = \frac{\lambda}{c\gamma}$ – коэффициент температуропроводности;

λ – коэффициент теплопроводности;

c – удельная теплоемкость;

γ – плотность материала стенки;

α_1, α_2 – коэффициенты теплопередачи на внешней и внутренней сторонах стенки;

L – толщина стенки.

Решение дифференциального уравнения (1) с начальными (2) и граничными (3) условиями известно и представлено в [6, с. 53]. В соответствии с решением стандартизирующая функция имеет вид

$$\omega(x,t) = f(x,t) + Q_0(x)\delta(t) + ag_2(t)\delta(x-L) - ag_1(t)\delta(x), \quad (4)$$

где применительно для данного случая

$$f(x,t) = 0; \quad Q_0(x) = 0;$$

$$g_2(t) = \frac{\alpha_2}{\lambda} (T_2(t) - T(L,t));$$

$$g_1(t) = \frac{\alpha_1}{\lambda} (T_1(t) - T(0,t)).$$

Передаточная функция определяется выражением

$$W(x, \xi, p) = \sum_k \frac{\varphi^*(\mu_k, x)\varphi^*(\mu_k, \xi)}{\|\varphi^*(\mu_k, x)\|^2 (p + a\mu_k^2)}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где

$$\varphi^*(\mu_k, x) = \cos \mu_k x + b_1 \frac{\sin \mu_k x}{\mu_k}; \quad (6)$$

$$\|\varphi^*(\mu_k, x)\|^2 = \frac{b_2}{2\mu_k^2} \frac{\mu_k^2 + b_1^2}{\mu_k^2 + b_2^2} + \frac{b_1}{2\mu_k^2} + \frac{L}{2} \left(1 + \frac{b_1^2}{\mu_k^2} \right); \quad (7)$$

$$b_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}, \quad i = 1, 2; \quad (8)$$

μ_k – положительные корни трансцендентного уравнения:

$$\frac{tg\mu L}{\mu} = \frac{b_1 + b_2}{\mu^2 - b_1 b_2}. \quad (9)$$

Тепловое поле стенки в изображении по Лапласу по временной координате определяется следующим образом:

$$T(x, p) = \int_0^L W(x, \xi, p) \omega(\xi, p) d\xi = a \left[\frac{\alpha_2}{\lambda} T_2(p) W(x, L, p) - \frac{\alpha_1}{\lambda} T_1(p) W(x, 0, p) \right]. \quad (10)$$

Выражение (10) позволяет осуществить расчет температуры в произвольной точке x стенки в зависимости от поведения температур сред на границах.

В данной работе расчет реализован средствами пакета MATLAB в среде моделирования динамических систем Simulink [7, 8]. Решение осуществляется в два этапа. На первом этапе в программе на языке MATLAB задаются значения теплофизических и геометрических параметров модели (1)–(3), определяется координата x и количество членов ряда (5), учитывающихся при расчете. Затем численными методами находятся корни трансцендентного уравнения (9), на основании которых рассчитываются коэффициенты передаточных функций $W(x, L, p)$ и $W(x, 0, p)$ по выражениям (6)–(8). На втором этапе полученные передаточные функции используются в Simulink-модели, которая обеспечивает расчет выражения (10) для заданных кусочно-линейных функций $T_1(t)$, $T_2(t)$ на входе.

Корни μ_k рассчитываются с помощью MATLAB-функции `fminbnd`, обеспечивающей поиск минимальных значений функции

$$\left| (\mu^2 - b_1 b_2) \operatorname{tg} \mu L - \mu (b_1 + b_2) \right| \rightarrow \min_{\mu_k}, \quad k = 1, 2, \dots,$$

полученной из уравнения (9), на интервалах

$$\sqrt{b_1 b_2} < \mu_1 < \frac{\pi}{2L},$$

$$\frac{(2k-3)\pi}{2L} < \mu_k < \frac{(2k-1)\pi}{2L}, \quad k = 2, 3, \dots$$

Передаточные функции $W(x, L, p)$ и $W(x, 0, p)$ формируются с помощью MATLAB-функции `tf` в переменных специальной структуры `w2`, `w1` в виде суммы аперiodических звеньев первого порядка, которые затем используются в Simulink-модели объекта (рис. 1).

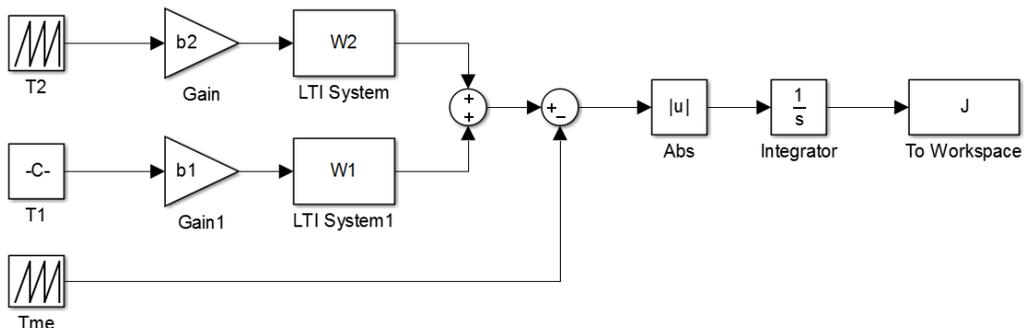


Рис. 1. Simulink-модель расчета значения минимизируемого функционала

Реализованная модель использовалась для идентификации неизвестных коэффициентов теплопередачи α_1 , α_2 по экспериментальным данным изменения температуры стенки барабана котла во время пуска котла из холодного состояния.

Барабан котла находится за пределами топки, поэтому нагрев его стенок осуществляется водой, находящейся внутри. Подобная задача решалась при идентификации коэффициентов теплопередачи стенки барабана котла по данным аварийного останова [9] методом минимаксной оптимизации в обратной задаче теплопроводности [10]. В данной работе использовался прямой метод поиска коэффициентов при решении задачи минимизации функционала:

$$J(\alpha_1, \alpha_2) = \int_0^{t_{\text{кон}}} |T(0, t) - T^*(0, t)| dt \rightarrow \min_{\alpha_1, \alpha_2}, \quad (11)$$

расчет которого осуществляется при вызове Simulink-модели (см. рис. 1). Особенность заключается в том, что изменение коэффициентов α_1, α_2 в процессе поиска минимума функционала (11) приводит к пересчету корней уравнения (9), пересчету переменных b_1 и b_2 (8) и переопределению структур w_1, w_2 (см. рис. 1). В качестве исходных данных выступает график изменения температуры воды в барабане котла T_2 и график изменения температуры металла барабана котла в точке контроля на внешней границе T_{me} . Температура среды на внешней границе T_1 принята постоянной: 40°C . Теплопроводность металла барабана котла принята равной $78 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, плотность – $7834 \text{ кг}/\text{м}^3$, удельная теплоемкость – $469 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, толщина стенки – 90 мм , количество учитываемых слагаемых передаточной функции (5) – 5.

В результате минимизации функционала (11) получены следующие значения коэффициентов теплопередачи: $\alpha_1 = 0,01 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$, $\alpha_2 = 124 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$. На рис. 2 представлены графики изменения температуры воды в барабане котла, график изменения температуры на внешней границе стенки барабана котла и модельное значение температуры на внешней границе стенки барабана котла.

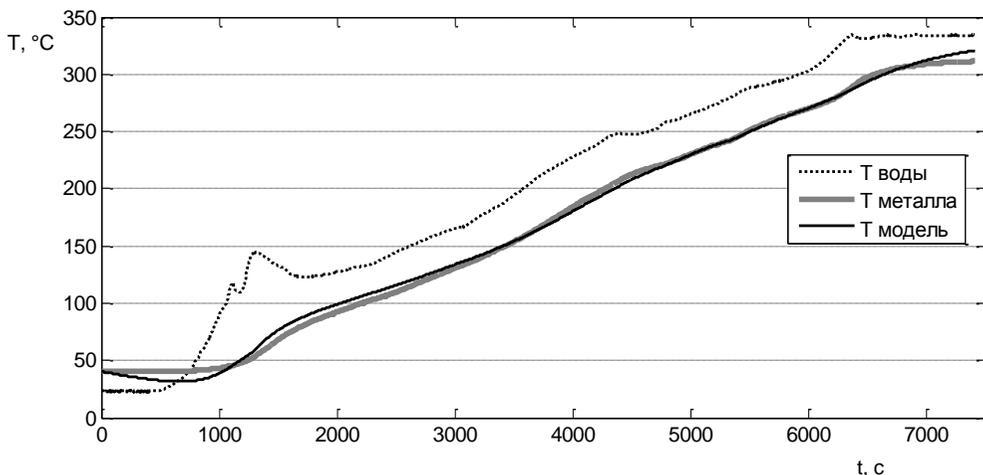


Рис. 2. Графики изменения температур

Анализ результатов позволяет сделать следующие выводы:

1) использование футеровки на внешней стороне стенки барабана котла обеспечивает хорошую теплоизоляцию, и коэффициент теплопередачи α_1 может быть принят равным нулю;

2) использование функционала вида (11) привело к тому, что наибольший вес α_1 , как следствие, точность приобрел наибольший интервал – интервал роста

температур; поведение модели в установившемся режиме описывает реальный объект идентификации с большей погрешностью;

3) повышение точности модели возможно за счет учета зависимости коэффициентов теплопередачи от температуры стенки барабана котла.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Электрические станции и сети: Сборник нормативных документов.– М.: ЭНАС, 2013.– 720 с.
2. Конструкция и работа котла ТГМ-84: Метод. указ. / Сост. М.В. Калмыков. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2006. – 12 с.
3. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2003.– 299 с.
4. Бутковский А.Г. Структурная теория распределенных систем. – М.: Наука, 1977. – 320 с.
5. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
6. Бутковский А.Г. Характеристики систем с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1979. – 224 с.
7. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.
8. Черных И.В. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. В.Г. Потемкина.– М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. – 496 с.
9. Ваулина М.С., Дилигенская А.Н. Определение граничных условий теплообмена на поверхности барабана котла // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-29: сб. трудов XXIX Междунар. науч. конф.: в 12 т. Т. 12 / Под общ. ред. А.А. Большакова. – Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т; Санкт-Петербург: СПбГТИ(ТУ), СПбПУ, СПИИРАН; Самара: Самарск. гос. техн. ун-т, 2016. – С. 207–210.
10. Дилигенская А.Н., Рапопорт Э.Я. Метод минимаксной оптимизации в коэффициентной обратной задаче теплопроводности // Инженерно-физический журнал. – 2016. – Т. 89 (№ 4). – С. 1007–1012 / Diligenskaya A.N., Rapoport E.Ya. Method of minimax optimization in the coefficient inverse heat-conduction problem. J Eng Phys Thermophys. 2016; 89(4): 1008–1013

Статья поступила в редакцию 10 февраля 2018 г.

MODELING THE TEMPERATURE DISTRIBUTION OF THE BOILER DRUM WALL

I.A. Danilushkin, I.M. Syrov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. *The development and identification problem of the temperature distribution model for the boiler drum wall is viewed. The study object is described by a homogeneous one-dimensional parabolic equation with Newton's boundary conditions and with constant coefficients. The technique for implementing a model in a software for simulating dynamic systems is proposed. Identification of the heat transfer coefficients determining the boundary conditions from the experimental data is carried out. The analysis of the results obtained showed that the accuracy of the model, as well as the results of identification, depend on the current values of the boiler drum wall temperature.*

Keywords: *control of metal temperature, temperature distribution, mathematical model, plant with distributed parameters, identification, one-dimensional heat equation.*

*Ivan A. Danilushkin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Iliya M. Syrov, Graduate Student.*

УДК 519.237.5

ВОССТАНОВЛЕНИЕ СВОЙСТВ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ПОСЛЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

В.В. Кузнецов

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Аннотация. Проанализировано интегральное преобразование случайного процесса при достаточно общей постановке задачи. Подобные проблемы изучались автором ранее применительно к случайным функциям в электроэнергетике. В принципе рассматриваемая проблема состоит в анализе изменений корреляционной функции под действием на процесс интегрального фильтра с весовой функцией, рассматривается «обратная задача» – выходной сигнал предполагается известным, параметры входного сигнала подлежат определению. Использованная идеализация в данном случае состоит в предположении о стационарности исходного процесса, а также о разностной структуре весовой функции. Статья продолжает математическое описание действия линейного интегрального оператора на случайную функцию, изложенное в [6, §7].

Ключевые слова: случайный процесс, случайная функция, интегральное преобразование, весовая функция, математическое ожидание, стационарность в широком смысле, разностное ядро, корреляционная функция, уравнение связи.

Будем рассматривать случайный процесс (СП) (либо случайную функцию (СФ)) – $X(t)$, а также примененное к этому СП интегральное преобразование в достаточно общем виде, в отличие от [3]:

$$Y(t) = \int_{t-\theta}^t w(t, \tau) X(\tau) d\tau, \quad \theta > 0, \quad (1)$$

здесь $w(t, \tau)$ – заданная «весовая» функция двух переменных; θ – интервал осреднения от «прошедшего» времени $t-\theta$ к «настоящему» t [6]. Можно определить $X(t)$ как входящий, $Y(t)$ – как исходящий стохастический сигнал.

Оговорим некоторые условия, образовав частный случай, который достаточно типичен и будет рассматриваться и в дальнейшем; а именно будем полагать $X(t)$ стационарной в широком смысле случайной функцией и $w(t_1, t_2) = w(t_2 - t_1)$, зависящей от разности своих аргументов, фактически от одного аргумента $t_2 - t_1$. Тогда, применяя оператор математического ожидания $\mathbf{M}[\bullet]$ к процессу $X(t)$, получим не зависящую от времени величину, $\mathbf{M}[X(t)] = m_x = const$. Не составит труда доказать и стационарность СФ $Y(t)$, проанализировав средние от обеих частей (1):

$$\mathbf{M}[Y(t)] = \mathbf{M} \left[\int_{t-\theta}^t w(\tau - t) X(\tau) d\tau \right] \Rightarrow m_y(t) = \int_{t-\theta}^t w(\tau - t) \mathbf{M}[X(\tau)] d\tau \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
m_y(t) &= m_x \int_{t-\theta}^t w(\tau-t) d\tau, \\
m'_y(t) &= m_x \left[\int_{t-\theta}^t w'_t(\tau-t) d\tau + w(0) - w(\theta) \right] = \\
&= m_x \left[- \int_{t-\theta}^t \frac{\partial w(\tau-t)}{\partial \tau} d\tau + w(0) - w(\theta) \right] = m_x \left[-w(\tau-t) \Big|_{t-\theta}^t + w(0) - w(\theta) \right] = \\
&= m_x \left[-w(0) + w(\theta) + w(0) - w(\theta) \right] \equiv 0 \Rightarrow m'_y(t) \equiv 0 \Rightarrow m_y(t) = m_y = const.
\end{aligned}$$

Следовательно, $Y(t)$ также является стационарной СФ в широком смысле.

Корреляционная функция и ее образ относительно (1)

По-прежнему процесс $X(t)$ стационарен в широком смысле, но на функцию $w(t_1, t_2)$ не наложено пока никаких условий. Корреляционная функция (второго порядка) входного сигнала пусть $K_x(t_1, t_2)$, а корреляционная функция выходного сигнала пусть $K_y(t_1, t_2)$:

$$K_x(t_1, t_2) = \mathbf{M} \left[(X(t_1) - m_x)(X(t_2) - m_x) \right] = K_x(t_2 - t_1).$$

С учетом (1) $K_x(t_1, t_2)$ и $K_y(t_1, t_2)$ связаны следующим интегральным соотношением [6]:

$$K_y(t_1, t_2) = \int_{t_1-\theta}^{t_1} \int_{t_1-\theta}^{t_2} w(t_1, \tau_1) w(t_2, \tau_2) K_x(\tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2. \quad (2)$$

Для двойного интеграла в правой части логичен переход к новым переменным с целью упрощения аргументов функции $K_x(\tau_2 - \tau_1)$:

$$\begin{cases} \xi_1 = \tau_1 \\ \xi_1 + \xi_2 = \tau_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \xi_1 = \tau_1 \\ \xi_2 = \tau_2 - \tau_1 \end{cases} \Rightarrow J = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

Здесь ξ_1, ξ_2 – новые переменные; J – якобиан преобразования. Старая область интегрирования D (квадрат) в правой части (2) трансформируется в новую D' (параллелограмм), получим [1]:

$$K_y(t_1, t_2) = \iint_{D'} w(t_1, \xi_1) w(t_2, \xi_1 + \xi_2) K_x(\xi_2) d\xi_1 d\xi_2,$$

после разбиения новой области интегрирования на две части и перехода к повторным интегралам имеем

$$\begin{aligned}
K_y(t_1, t_2) &= \int_{t_2-t_1-\theta}^{t_2-t_1} K_x(\xi_2) d\xi_2 \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} w(t_1, \xi_1) w(t_2, \xi_1 + \xi_2) d\xi_1 + \\
&+ \int_{t_2-t_1}^{t_2-t_1+\theta} K_x(\xi_2) d\xi_2 \int_{t_1-\theta}^{-\xi_2+t_2} w(t_1, \xi_1) w(t_2, \xi_1 + \xi_2) d\xi_1; \quad (3)
\end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\varphi_1(t_1, t_2, \xi_2) = \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} w(t_1, \xi_1) w(t_2, \xi_1 + \xi_2) d\xi_1, \quad (4)$$

$$\varphi_2(t_1, t_2, \xi_2) = \int_{t_1-\theta}^{-\xi_2+t_2} w(t_1, \xi_1) w(t_2, \xi_1 + \xi_2) d\xi_1, \quad (5)$$

уравнение связи (3) принимает вид

$$K_y(t_1, t_2) = \int_{t_2-t_1-\theta}^{t_2-t_1} \varphi_1(t_1, t_2, \xi_2) K_x(\xi_2) d\xi_2 + \int_{t_2-t_1}^{t_2-t_1+\theta} \varphi_2(t_1, t_2, \xi_2) K_x(\xi_2) d\xi_2. \quad (6)$$

Вернемся к случаю разностного ядра $w(t_1, t_2) = w(t_2 - t_1)$ и проанализируем свойства функций $\varphi_1(t_1, t_2, \xi_2)$ и $\varphi_2(t_1, t_2, \xi_2)$ при таком условии:

$$\varphi_1(t_1, t_2, \xi_2) = \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} w(\xi_1 - t_1) w(\xi_1 + \xi_2 - t_2) d\xi_1,$$

$$\varphi_2(t_1, t_2, \xi_2) = \int_{t_1-\theta}^{-\xi_2+t_2} w(\xi_1 - t_1) w(\xi_1 + \xi_2 - t_2) d\xi_1.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t_1} &= \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} \frac{\partial w(\xi_1 - t_1)}{\partial t_1} w(\xi_1 + \xi_2 - t_2) d\xi_1 + w(0) w(t_1 - t_2 + \xi_2) = \\ &= - \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} \frac{\partial w(\xi_1 - t_1)}{\partial \xi_1} w(\xi_1 + \xi_2 - t_2) d\xi_1 + w(0) w(t_1 - t_2 + \xi_2), \end{aligned}$$

применим формулу интегрирования по частям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t_1} &= - \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} w(\xi_1 + \xi_2 - t_2) dw(\xi_1 - t_1) + w(0) w(t_1 - t_2 + \xi_2) = \\ &= -w(\xi_1 + \xi_2 - t_2) w(\xi_1 - t_1) \Big|_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} + \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} w(\xi_1 - t_1) dw(\xi_1 + \xi_2 - t_2) + \\ &+ w(0) w(t_1 - t_2 + \xi_2) = -w(t_1 - t_2 + \xi_2) w(0) + w(-\theta) w(t_2 - t_1 - \xi_2 - \theta) + \\ &+ \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} w(\xi_1 - t_1) w'_{\xi_1}(\xi_1 + \xi_2 - t_2) d\xi_1 + w(0) w(t_1 - t_2 + \xi_2) = \end{aligned}$$

$$= - \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} w(\xi_1-t_1)w'_{t_2}(\xi_1+\xi_2-t_2)d\xi_1 + w(t_2-t_1-\xi_2-\theta)w(-\theta),$$

учли очевидное равенство:

$$w'_{\xi_1}(\xi_1+\xi_2-t_2) = -w'_{t_2}(\xi_1+\xi_2-t_2).$$

Итак:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t_1} = - \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} w(\xi_1-t_1)w'_{t_2}(\xi_1+\xi_2-t_2)d\xi_1 + w(t_2-t_1-\xi_2-\theta)w(-\theta). \quad (7)$$

Далее продифференцируем известную функцию $\varphi_1(t_1, t_2, \xi_2)$ по переменной t_2 :

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t_2} = \int_{-\xi_2+t_2-\theta}^{t_1} w(\xi_1-t_1)w'_{t_2}(\xi_1+\xi_2-t_2)d\xi_1 - w(t_2-t_1-\xi_2-\theta)w(-\theta). \quad (8)$$

Правые части соотношений (7) и (8) отличаются только знаком, из чего следует:

$$\frac{\partial \varphi_1(t_1, t_2, \xi_2)}{\partial t_1} = - \frac{\partial \varphi_1(t_1, t_2, \xi_2)}{\partial t_2}.$$

Решением такого дифференциального уравнения является функция $\varphi_1(t_2 - t_1, \xi_2)$ [2], теперь $\varphi_1(t_1, t_2, \xi_2) = \varphi_1(t_2 - t_1, \xi_2)$. Аналогичное свойство легко доказывается и для $\varphi_2(t_1, t_2, \xi_2)$, именно $\varphi_2(t_1, t_2, \xi_2) = \varphi_2(t_2 - t_1, \xi_2)$.

Теперь уравнение связи (6) будет выглядеть так:

$$K_y(t_1, t_2) = \int_{t_2-t_1-\theta}^{t_2-t_1} \varphi_1(t_2-t_1, \xi)K_x(\xi)d\xi + \int_{t_2-t_1}^{t_2-t_1+\theta} \varphi_2(t_2-t_1, \xi)K_x(\xi)d\xi,$$

или, после замены $\tau = t_2 - t_1$,

$$K_y(\tau) = \int_{\tau-\theta}^{\tau} \varphi_1(\tau, \xi)K_x(\xi)d\xi + \int_{\tau}^{\tau+\theta} \varphi_2(\tau, \xi)K_x(\xi)d\xi. \quad (9)$$

Анализ и решение интегрального уравнения (9) покажет изменение корреляционной функции при достаточно общих условиях осреднения, а также позволит регулировать свойства преобразованного случайного процесса. Книга [6] содержит описание применения интегрального преобразования к корреляционной функции, но достаточно общие аспекты проблемы, в данном случае прикладные особенности задачи, автор попытался рассмотреть в деталях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кузнецов В.В. О нахождении корреляционных функций высших порядков // Сборник тр. 9-й Международной конференции молодых ученых и студентов. Актуальные проблемы современной науки. Естественные науки. Ч. 1-3: Математика. Математическое моделирование. – Самара: СамГТУ, 2008. – С. 99–104.
2. Зайцев В.Ф., Полянин А.Д. Справочник. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка. – М.: Физматлит, 2003. – 416 с.

3. Евдокимов М.А., Кузнецов В.А., Кузнецов В.В. Математические аспекты преобразования случайных процессов // Вестник Самарского технического университета. Сер. Технические науки. – 2008. – № 1(21). – С. 69–73.
4. Кузнецов В.В. Об одном линейном преобразовании несимметричных распределений вероятностей // Математическое моделирование и краевые задачи: Тр. Пятой Всерос. науч.-конф. Ч. 2. – Самара: СамГТУ, 2008. – С. 61–66.
5. Кузнецов В.В. Использование моментов третьего порядка в расчетах электрических нагрузок // Вестник Самарского технического университета. Сер. Технические науки. – 2009. – № 2 (24). – С. 166–171.
6. Свешиников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. – М.: Наука, 1968.

Статья поступила в редакцию 9 марта 2018 г.

RECOVERING THE PROPERTIES OF THE CORRELATION FUNCTION AFTER THE INTEGRAL TRANSFORMATION

V. V. Kuznetsov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. *In this paper the integral transformation of a random process is analyzed with a sufficiently General formulation of the problem. Similar problems were studied by the author earlier in relation to random functions in the electric power industry. In principle, the problem is to analyze the changes in the correlation function under the influence of the process of the integral filter with the weight function, the “inverse problem” is considered – the output signal is assumed to be known, the parameters of the input signal to be determined. The idealization used in this case consists in the assumption of the stationary of the initial process, as well as the difference structure of the weight function. The paper continues the mathematical description of the action of the linear integral operator on a random function described in the book [6], §7.*

Keywords: *random process, random function, integral transformation, weight function, mathematical expectation, stationarity in a broad sense, difference kernel, correlation function, coupling equation.*

УДК 681.51

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ В УСЛОВИЯХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА*

И.С. Левин

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: levin_ilja@yahoo.com

***Аннотация.** Предлагается методика сравнительного анализа оптимальных систем управления распределенными объектами с детерминированным регулятором и с идентификатором неопределенных параметров объекта. Дается оценка точности приближения оптимального процесса в замкнутых системах управления, структура которых определена исследуемыми алгоритмами оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева с неполным измерением состояния и идентификацией в реальном масштабе времени неопределенных характеристик процесса, в качестве которых принимается начальная температура и уровень тепловых потерь, к детерминированным алгоритмам оптимизации в условиях полного объема информации о параметрах модели объекта.*

***Ключевые слова:** система с распределенными параметрами, индукционный нагрев, управление в условиях интервальной неопределенности, сравнительный анализ.*

Одной из наиболее сложных и актуальных задач в современной теории автоматического управления объектами с распределенными параметрами является синтез управляющих алгоритмов в условиях ограниченной (интервальной) неопределенности параметрических характеристик объекта, вся информация о которых исчерпывается заданными границами диапазона изменения их возможных значений.

В работах [1, 7, 8] предлагается метод решения указанной задачи структурно-параметрического синтеза замкнутых систем оптимального быстродействия для линейной модели объекта управления с распределенными параметрами параболического типа. Показано применение разработанной методики и алгоритмов управления для решения задач оптимального быстродействия применительно к процессам индукционного нагрева металлических полуфабрикатов перед обработкой давлением.

В данной статье предлагается методика сравнительного анализа систем управления с детерминированным регулятором и систем управления с автокоррекцией коэффициентов обратных связей, дается оценка эффективности полученных в [1, 8] замкнутых систем в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта, в качестве которых принимаются начальная температура

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-08-00048 и 18-08-00565).

Левин Илья Сергеевич (к.т.н.), старший преподаватель кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

и коэффициент тепловых потерь, по сравнению с системой управления, синтезированной в условиях полной информации об объекте.

Температурное поле $Q(x, t)$ в процессе индукционного нагрева металлических изделий цилиндрической формы с сосредоточенным управляющим воздействием по мощности внутреннего тепловыделения $u(t)$ описывается в зависимости от времени t и радиальной координаты x в первом приближении линейным, неоднородным и пространственно-одномерным уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах следующего вида [2]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \frac{1}{c\gamma} F_{b1} \left(\frac{x}{R}, v \right) u(t); \quad x \in [0, R], \quad t \in [0, T]; \quad (1)$$

с граничными условиями третьего рода и равномерным распределением начальной температуры Q_0 по радиусу заготовки

$$Q(x, 0) = Q_0 = const; \quad \lambda \frac{\partial Q(R, t)}{\partial x} + \alpha Q(R, t) = \alpha Q_C(t); \quad \frac{\partial Q(0, t)}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

На управляющее воздействие $u(t)$ накладывается следующее ограничение:

$$0 \leq u(t) \leq u_{\max} \quad \forall t \in [0, T], \quad u_{\max} = \frac{P_{0\max}}{R}. \quad (3)$$

Здесь R – радиус цилиндра;

c, γ – удельная теплоемкость и плотность нагреваемого материала;

α, λ – коэффициенты конвективной теплоотдачи и теплопроводности;

$Q_C(t)$ – температура окружающей среды;

$P_{0\max}$ – максимальная поверхностная плотность мощности нагрева;

$F_{b1} \left(\frac{x}{R}, v \right)$ – функция пространственного распределения по радиусу цилиндра

внутренних электромагнитных источников тепла, определяемая путем решения уравнений электромагнитного поля индуктора по выражению [3]:

$$F_{b1}(l, v) = v \frac{\text{ber}'^2(vl) + \text{bei}'^2(vl)}{\text{ber } v \text{ber}' v + \text{bei } v \text{bei}' v}; \quad l = \frac{x}{R}; \quad v = R \sqrt{2\pi\mu_a f \sigma}, \quad (4)$$

где f – частота питающего индуктор тока;

σ – электропроводность нагреваемого материала;

μ_a – абсолютная магнитная проницаемость нагреваемого материала;

$\text{ber } z, \text{bei } z, \text{ber}' z, \text{bei}' z$ – функции Кельвина и их первые производные.

Для объекта (1), (2) рассматривается задача оптимального по быстродействию управления, когда $T \rightarrow \min_{u \in U}$, в условиях интервальной неопределенности начальной температуры Q_0 и уровня тепловых потерь, оцениваемых по величине критерия Био $Bi = \alpha R / \lambda$:

$$y = (Q_0, Bi) \in Y = \left\{ y : Q_0 \in [Q_{0\min}, Q_{0\max}], Bi \in [Bi_{0\min}, Bi_{0\max}] \right\}, \quad (5)$$

при заданных типичных требованиях достижения в конечный момент времени

$t = T$ минимальной погрешности равномерного приближения $Q(x, y, T)$ к заданной температуре Q^* для всех возможных величин неопределенных факторов $y \in Y$

$$\max_{y \in Y} \left[\max_{x \in [0, R]} [Q(x, y, T) - Q^*] \right] \leq \varepsilon_0, \quad \varepsilon_0 > 0 \quad (6)$$

с предельно достижимой величиной точности нагрева $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ в классе оптимальных двухинтервальных управляющих воздействий (рис. 1), стесняемых ограничениями (3).

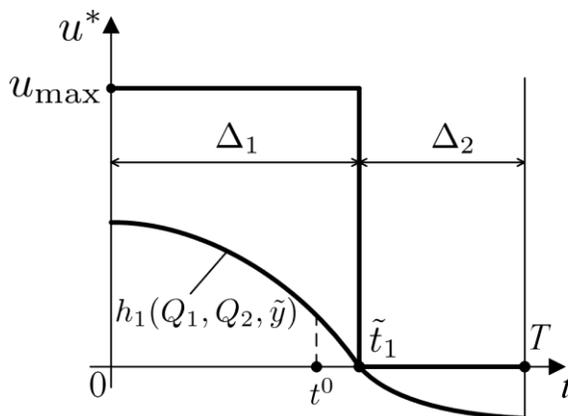


Рис. 1. Оптимальное по быстрдействию двухинтервальное управление по мощности внутренних источников тепла

Решение такой задачи для детерминированного объекта при фиксированном значении вектора неопределенных параметров $y = \tilde{y}$ приводит к оптимальной программе релейной формы

$$u^*(t) = \begin{cases} u_{\max}, & t \in (0, \Delta_1); \\ 0, & t \in (\Delta_1, \Delta_1 + \Delta_2). \end{cases} \quad (7)$$

Длительности первого (Δ_1) и второго (Δ_2) интервалов постоянства оптимального программного управления могут быть найдены известным альтернативным методом [3].

В соответствии с предлагаемой в [1, 7, 8] методикой синтеза замкнутых систем управления объектом (1), (2) получен следующий алгоритм оптимального управления $u^*(Q_1, Q_2, y)$ с идентификацией параметрических характеристик объекта по неполному измерению состояния:

$$u^*(Q_1, Q_2, y) = \frac{u_{\max}}{2} [1 + \text{sign } h_1(Q_1, Q_2, y)] \quad (8)$$

Здесь $h_1(Q_1, Q_2, y)$ — функция переключения оптимального управления (8), формируемая по измеряемым температурам $Q_j(t)$ на поверхности $Q_1(t) = Q(R, t)$

и в центре $Q_2(t) = Q(0, t)$ нагреваемого изделия:

$$h_1(Q_1, Q_2, y) = \sum_{i=1}^2 \rho_i(y) (Q_i^T(y) - Q_i(t)), \quad (9)$$

где $\rho_i(y)$ и $Q_i^T(y), i=1,2$ – значения коэффициентов обратных связей и заданных конечных температурных состояний, определяемые согласно следующим зависимостям:

$$\rho_i(y) = \rho_i(y_H) + \sum_{j=1}^2 \gamma_{ij} (Q_j(t^0) - Q_{jH}), \quad i=1,2; \quad (10)$$

$$Q_i^T(y) = Q_i^T(y_H) + \sum_{j=1}^2 \gamma_{ij}^* (Q_j(t^0) - Q_{jH}), \quad i=1,2. \quad (11)$$

Здесь $Q_i^T(y_H) = Q^* - \varepsilon_{\min}^{(2)}, i=1,2$ – результирующие значения температур на поверхности и в центре нагреваемого изделия в конце оптимального процесса, рассчитанные в точке $y_H = (Q_{0H}, Bi_H)$; $\rho_i(y_H)$ – нетривиальные решения однородной системы линейных уравнений

$$\sum_{j=1}^2 \rho_j(y_H) (Q_j^T(y_H) - Q_j(\tilde{t}_1)) = 0, \quad (12)$$

рассчитанные при $y_H = (Q_{0H}, Bi_H)$; \tilde{t}_1 – расчетный момент времени переключения оптимальной программы $u^*(t)$.

Далее в (10), (11) $Q_j(t^0), j=1,2$ – наблюдаемые в заранее фиксируемые на протяжении первого (Δ_1) интервала постоянства управления моменты времени t^0 при $u(t) = u_{\max}$ значения температуры в точках $x_1 = R$ и $x_2 = 0$ при реализуемых значениях \tilde{y} . Значения $Q_{jH} = Q_j(t^0), j=1,2$, рассчитываются по формуле [3]

$$Q_{jH} = Q_{0H} + \frac{u_{\max} R^2}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\bar{F}_{b1n}(\eta_n, \nu) \eta_n^2 J_0\left(\eta_n \frac{x_j}{R}\right)}{(\eta_n^2 + Bi_H^2) J_0^2(\eta_n)} \left(1 - e^{-\mu_n^2 t^0}\right). \quad (13)$$

Здесь $\bar{F}_{b1n}(\eta_n, \nu) = \int_0^R F_{b1}\left(\frac{x}{R}, \nu\right) J_0\left(\eta_n \frac{x}{R}\right) \frac{x}{R} dx, n=1,2,\dots$ – моды функции (4),

$J_0(\cdot)$ – функция Бесселя нулевого порядка;

$\eta_n, n=1,2,\dots$ – бесконечно возрастающая последовательность корней уравнения $Bi J_0(\eta) - \eta J_1(\eta) = 0$.

Параметры $\gamma_{ij}, \gamma_{ij}^*$ в (10), (11) рассчитаны по предложенной в [1] методике:

$$\begin{aligned}\gamma_{ij}^* &= \sum_{m=1}^2 \alpha_{mj} \beta_{mi}^*; \gamma_{ij} = \sum_{m=1}^2 \alpha_{mj} \beta_{mi}; \\ \beta_{1i} &\cong \frac{\Delta \rho_i}{\Delta Q_0}; \beta_{2i} \cong \frac{\Delta \rho_i}{\Delta B_i}; \beta_{1i}^* \cong \frac{\Delta Q_i^T}{\Delta Q_0}; \beta_{2i}^* \cong \frac{\Delta Q_i^T}{\Delta B_i}; \\ \alpha_{11} &= \frac{\frac{\partial Q_2}{\partial B_i}}{\frac{\partial Q_2}{\partial B_i} - \frac{\partial Q_1}{\partial B_i}}; \alpha_{12} = \frac{\frac{\partial Q_1}{\partial B_i}}{\frac{\partial Q_2}{\partial B_i} - \frac{\partial Q_1}{\partial B_i}}; \alpha_{21} = -\alpha_{22} = -\frac{1}{\frac{\partial Q_2}{\partial B_i} - \frac{\partial Q_1}{\partial B_i}},\end{aligned}\quad (14)$$

где $\frac{\partial Q_1}{\partial B_i}$ и $\frac{\partial Q_2}{\partial B_i}$ находятся путем дифференцирования выражения (13).

Рассматриваемая задача была дополнена типовым для технологических процессов нагрева металла ограничением на максимальное значение температуры $Q_{\max}(t)$ в процессе нагрева, которое не должно превышать заданного допустимого уровня $Q_{\text{доп}}$ [4,5]:

$$Q_{\max}(t) = \max\{Q(x, t) : x \in [0, R]\} \leq Q_{\text{доп}}, Q_{\text{доп}} \geq Q^*. \quad (15)$$

В этом случае оптимальное по быстродействию программное управление $u^*(t)$ для детерминированного объекта дополняется участком управления $u^Q(t)$ движением по ограничению после достижения равенства $Q_{\max}(t_Q) = Q_{\text{доп}}$ в момент $t = t_Q$:

$$u^*(t) = \begin{cases} u_{\max}, t \in (0, t_Q); \\ u^Q(t), t \in [t_Q, \Delta_1^0]; \\ 0, t \in (\Delta_1^0, \Delta_1^0 + \Delta_2^0). \end{cases} \quad (16)$$

В первом приближении управление $u^Q(t)$ описывается известной зависимостью экспоненциального характера [4, 5], что позволяет определить отличные от Δ_1, Δ_2 в (7) значения длительностей Δ_1^0, Δ_2^0 интервалов программы (16) по схеме альтернативного метода [3].

В итоге алгоритм $u^*(Q_1, Q_2, y)$ синтеза замкнутой системы оптимального по быстродействию управления с учетом фазового ограничения (15) дополняется промежутком (t_Q, Δ_1^0) поддержания $Q_{\max} = Q_1$ на предельно допустимом уровне $Q_{\text{доп}}$ и принимает следующий вид [3]:

$$u^*(Q_1, Q_2, y) = \begin{cases} \frac{u_{\max}}{2} [1 + \text{sign} h_1(Q_1, Q_2, y)] = u_{\max} \quad \forall Q_1, Q_2 : h_1(\cdot) > 0; Q_1 < Q_{\text{доп}}; \\ u^Q(t) \quad \forall Q_1, Q_2 : h_1(\cdot) > 0; Q_1 = Q_{\text{доп}}; \\ \frac{u_{\max}}{2} [1 + \text{sign} h_1(Q_1, Q_2, y)] = 0 \quad \forall Q_1, Q_2 : h_1(\cdot) \leq 0; Q_1 < Q_{\text{доп}}; \end{cases} \quad (17)$$

Здесь $h_1(Q_1, Q_2, y)$ сохраняется в форме (9) и остаются справедливыми вы-

ражения (10) и (11) для линейных приближений $\rho_i(y)$, $Q_i^T(y)$, $i=1,2$ с новыми значениями $\rho_i(y_H)$, $Q_i^T(y_H)$, $i=1,2$, рассчитываемыми по известным параметрам оптимальной программы (16). Поддержание температуры на специальном участке в структуре замкнутой системы реализуется с использованием задержанной обратной связи по температуре на поверхности заготовки $Q_1(t)$ с заранее рассчитанным коэффициентом передачи ρ_3 , обеспечивающим требуемую точность поддержания равенства $Q_{\max} = Q_1$ [2].

В целях апробации полученных алгоритмов было выполнено компьютерное моделирование соответствующих им замкнутых структур, где объект представлен в форме 30 параллельно соединенных апериодических звеньев с предварительно рассчитанными коэффициентами передачи и постоянными времени [6, 8].

Сравнительный анализ результатов работы алгоритмов оптимального управления с автокоррекцией коэффициентов обратных связей (8), (17) и детерминированного оптимального программного управления (6), (17) предлагается провести в соответствии со следующим алгоритмом [8].

1. Для каждого из фиксируемых значений Q_0, Bi в заданном диапазоне их изменения (5) решается задача оптимального по быстродействию программного управления объектом (1), (3) по методике в [3] и строятся результирующие распределения температур $Q(x, T) - Q^*$ по радиусу слитка в конце оптимального процесса. Найденные указанным путем характеристики оптимальных процессов будем считать эталонными.

2. Производится расчет параметров модели объекта при фиксированных номинальных значениях неопределенных параметров $y_H = (Q_{0H}, Bi_H)$. Полученная модель объекта затем используется в замкнутой системе оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева не полностью определенными моделями с идентификацией неопределенных параметров.

3. По результатам компьютерного моделирования строятся результирующие распределения температур для всех значений неопределенных параметров Q_0, Bi , отличных от номинальных Q_{0H}, Bi_H .

4. Производится оценка эффективности замкнутой системы управления с идентификатором путем сравнения полученных результатов с эталонными характеристиками по степени сокращения длительности интервала выравнивания температур Δ_2, Δ_2^0 и точности равномерного приближения результирующих температурных распределений по радиусу цилиндра $\varepsilon_{\min}^{(2)}$.

Для исходных номинальных данных объекта (1), (2), отвечающих процессу индукционного нагрева цилиндрических слитков из титановых сплавов диаметром 0,54 м перед последующей операцией горячего прессования [4, 5]

$$\lambda = 14 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{С}}, a = 4.34 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}, v = 4, Bi = 0.7, Q_0 = 30^\circ \text{С}, Q^* = 1050^\circ \text{С}, Q_{\text{доп}} = 1100^\circ \text{С},$$

$P_{0\max} = 106 \cdot 10^3 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$, получены следующие значения параметров идентификатора (14) и функции переключения оптимального регулятора (9) в задаче без учета фазовых ограничений:

$$\alpha_{11} = -0.19; \alpha_{12} = 1.19; \alpha_{21} = -0.06; \alpha_{22} = 0.06; \beta_{11} = \beta_{21} = 0; \beta_{12} = -0.002; \beta_{22} = 2.07;$$

$$\beta_{11}^* = \beta_{12}^* = 0.04; \beta_{21}^* = \beta_{22}^* = -48.33; \gamma_{11} = \gamma_{12} = 0; \gamma_{21} = -0.12; \gamma_{22} = 0.12; \gamma_{11}^* = \gamma_{21}^* = 2.88;$$

$$\gamma_{12}^* = \gamma_{22}^* = -2.86; \rho_1 = 1; \rho_2 = 1.796; Q_1^T = Q_2^T = 997.9 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

В задаче с учетом фазовых ограничений (15):

$$\alpha_{11} = 0.1; \alpha_{12} = 0.9; \alpha_{21} = -0.1; \alpha_{22} = 0.1; \beta_{11} = \beta_{21} = 0; \beta_{12} = -0.01; \beta_{22} = 3.55;$$

$$\beta_{11}^* = \beta_{12}^* = 0.001; \beta_{21}^* = \beta_{22}^* = -43.8; \gamma_{11} = \gamma_{12} = 0; \gamma_{21} = -0.22; \gamma_{22} = 0.21; \gamma_{11}^* = \gamma_{21}^* = 2.7;$$

$$\gamma_{12}^* = \gamma_{22}^* = -2.7; \rho_1 = 1; \rho_2 = 1.850; \rho_3 = 14693; Q_1^T = Q_2^T = 999 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Полученные в результате выполнения сравнительного анализа данные (рис. 2, 3) свидетельствуют об удовлетворительной точности приближения оптимального процесса в замкнутом контуре с идентификатором (14) в характерном для типовых ситуаций широком диапазоне изменения значения $Bi \in [0.42, 0.98]$ и $Q_0 \in [9, 51], ^\circ\text{C}$ к детерминированному оптимальному программному алгоритму управления (6), полученному в условиях полной информации об объекте при соответствующих заранее фиксируемых значениях $Bi \in \{0.42, 0.56, 0.98\}$ и $Q_0 \in \{9, 51\}, ^\circ\text{C}$.

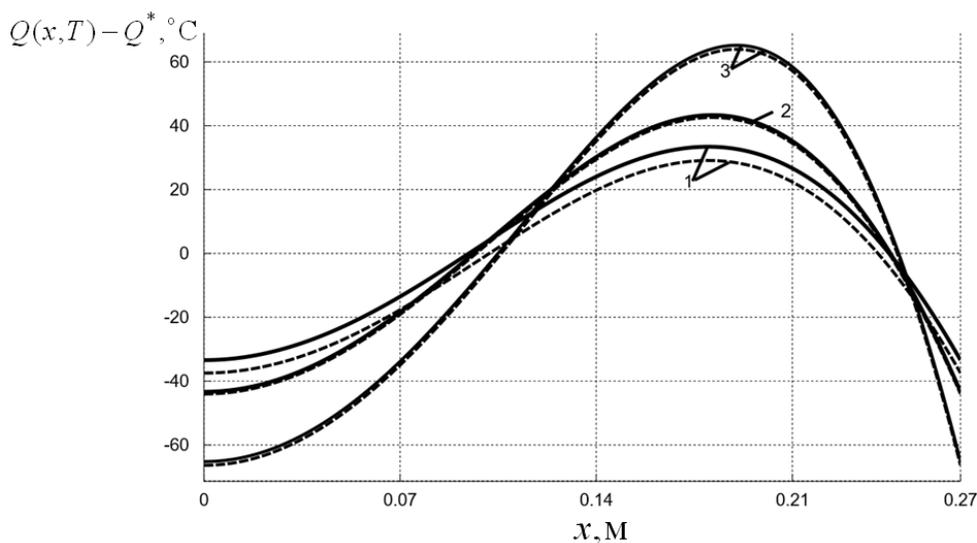


Рис. 2. Результирующее распределение температур $Q(x, T) - Q^*$ по радиусу слитка при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ в оптимальном по быстродействию процессе с двухинтервальным управлением $u^*(t)$ (сплошные линии) и в системе оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева для не полностью определенных (пунктир) моделей ОРП при $Q_0 = Q_H : 1 - Bi = 0.42, 2 - Bi = 0.56, 3 - Bi = 0.98$

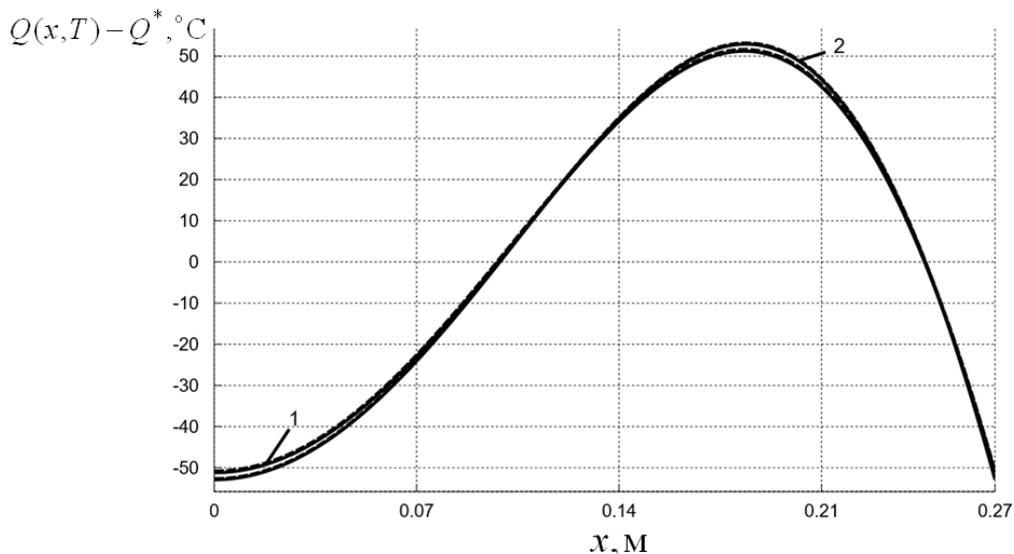


Рис. 3. Результирующее распределение температур $Q(x, T) - Q^*$ по радиусу слитка при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ в оптимальном по быстродействию процессе с двухинтервальным управлением $u^*(t)$ (сплошные линии) и в системе оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева для не полностью определенных (пунктир) моделей ОРП при $Bi = Bi_H$: 1 – $Q_0 = 9, ^\circ\text{C}$; 2 – $Q_0 = 51, ^\circ\text{C}$

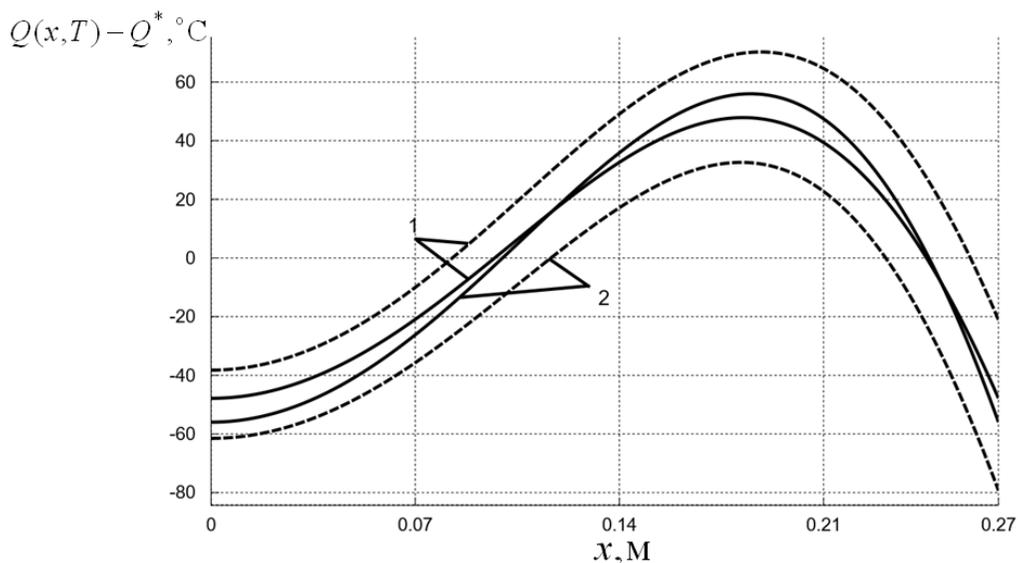


Рис. 4. Результирующее распределение температур $Q(x, T) - Q^*$ по радиусу слитка при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ в оптимальном по быстродействию процессе с двухинтервальным управлением $u^*(t)$ (сплошные линии) с учетом фазовых ограничений и в системе оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева для не полностью определенных (пунктир) моделей ОРП при $Q_0 = Q_H$: 1 – $Bi = 0.63$, 2 – $Bi = 0.77$

Аналогичным образом, сопоставлены результаты моделирования (рис. 4, 5) замкнутой системы управления с идентификатором (17) в случае учета фазового ограничения (15) при заданном диапазоне изменения значения $Bi \in [0.63, 0.77]$ и $Q_0 \in [9, 51], ^\circ\text{C}$ с результатами моделирования детерминированного оптимального программного управления (16) с участком стабилизации температуры на допустимом уровне $Q_{\text{доп}}$ для зафиксированных значений $Bi \in \{0.63, 0.77\}$ и $Q_0 \in \{9, 51\}, ^\circ\text{C}$.

В замкнутой системе с идентификатором достигается существенный выигрыш по точности приближения к требуемому конечному температурному состоянию (до 40 %), а также сокращение длительности интервала выравнивания температур (до 70 %) по сравнению с программным управлением по принципу гарантированного результата в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта, предельные возможности которого ограничиваются достижением наилучших показателей по критерию оптимальности при наиболее неблагоприятном сочетании неопределенных факторов в (5).

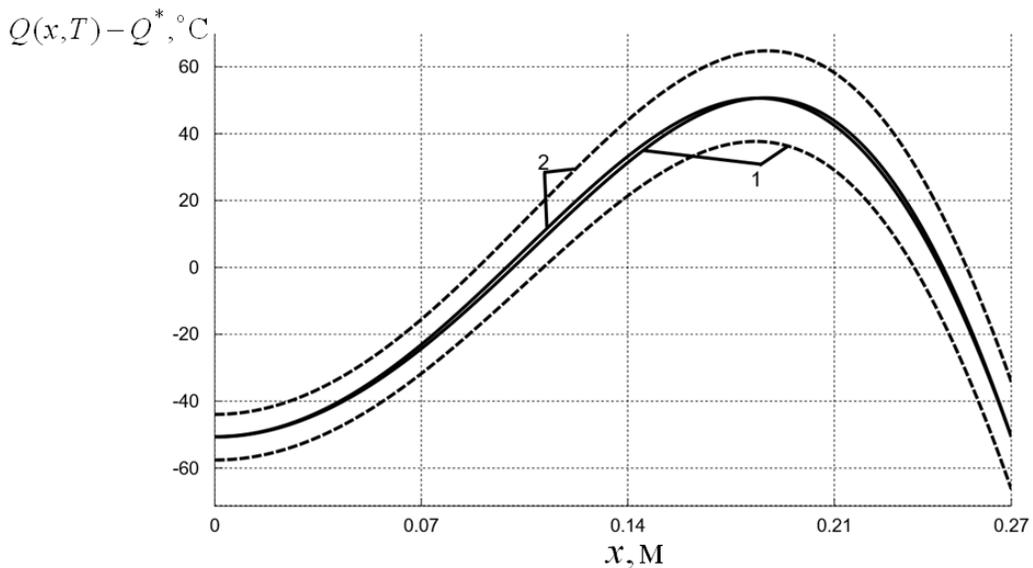


Рис. 5. Результирующее распределение температур $Q(x, T) - Q^*$ по радиусу слитка при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ в оптимальном по быстродействию процессе с двухинтервальным управлением $u^*(t)$ (сплошные линии) с учетом фазовых ограничений и в системе оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева для не полностью определенных (пунктир) моделей ОРП при $Bi = Bi_H$: 1 – $Q_0 = 9, ^\circ\text{C}$; 2 – $Q_0 = 51, ^\circ\text{C}$

Полученные результаты позволяют сделать вывод о преимуществах предлагаемого метода по сравнению с программным управлением ансамблем траекторий по принципу гарантированного результата.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рапопорт Э.Я., Левин И.С. Структурно-параметрический синтез оптимальных по быстродействию систем управления с распределенными параметрами в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта // Автометрия. – 2015. – Т. 51. – № 5. – С. 3–16.
2. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2003. – 299 с.
3. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами – М.: Высшая школа, 2009. – 677 с.
4. Рапопорт Э.Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. – М.: Metallurgia, 1993. – 279 с.
5. Рапопорт Э.Я., Плишивцева Ю.Э. Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева. – М.: Наука, 2012. – 309 с.
6. Левин И.С. Моделирование оптимальной по быстродействию системы управления процессом индукционного нагрева в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2013. – № 3 (39). – С. 167–174.
7. Левин И.С. Синтез оптимальных по быстродействию систем управления с распределенными параметрами в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01 / Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2017. – 20 с.
8. Левин И.С. Синтез оптимальных по быстродействию систем управления с распределенными параметрами в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта: Дис. ... канд. техн. наук. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2016. – 144 с.

Статья поступила в редакцию 27 февраля 2018 г.

EFFICIENCY ANALYSIS OF CLOSED LOOP CONTROL SYSTEMS FOR DISTRIBUTED PARAMETER OBJECTS WITH INTERVAL UNCERTAINTY OF THE PLANT CHARACTERISTICS

I.S. Levin

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

E-mail: levin_ilja@yahoo.com

Abstract. *This paper devoted to a comparative analysis between two optimal distributed parameter control systems that are based on deterministic control algorithms and algorithms with the identifier of the parameters of the plant. The accuracy of the approximation of optimal processes in closed loop systems towards deterministic algorithms of optimization according to the time-optimal criterion in the presence of complete data on the values of plant's parameters was estimated. The structures of these closed-loop systems are determined by time-optimal algorithms of controlling of the process of induction heating with incomplete measurement of the state of the plant and real-time identification of uncertain characteristics of the process which are the initial temperature and heat losses.*

Keywords: *distributed parameter system, induction heating, control with interval uncertainty of the plant characteristics, comparative analysis.*

УДК 519.872

СТАЦИОНАРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕНАДЕЖНОЙ ДВУХКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПОТЕРЯМИ И МГНОВЕННО ПОПОЛНЯЕМЫМ РЕЗЕРВОМ ВРЕМЕНИ*

А.И. Песчанский

Севастопольский государственный университет
Россия, 299053, г. Севастополь, ул. Университетская, 33

E-mail: peschansky_sntu@mail.ru

Аннотация. *Объектом исследования является двухканальная ненадежная система обслуживания с потерями. Предполагается, что поступающий в нее поток заявок является простейшим, а все остальные случайные величины, описывающие функционирование системы, имеют общий вид. Во время обслуживания заявки может произойти отказ канала, и обслуживание заявки продолжается за счет случайного временного резерва. Резерва времени может оказаться достаточно либо для завершения обслуживания, либо для восстановления канала, и тогда обслуживание заявки вновь продолжается каналом. В случае недостаточности резерва заявка теряется и на дообслуживание не возвращается. С помощью аппарата теории полумарковских процессов с дискретно-непрерывным множеством состояний построена математическая модель функционирования системы и найдены финальные вероятности пребывания системы в различных физических состояниях, а также средние стационарные времена пребывания в этих состояниях.*

Ключевые слова: *ненадежная двухканальная система обслуживания, полумарковский процесс с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний, стационарное распределение вложенной цепи Маркова, финальные вероятности состояний, среднее стационарное время пребывания в состояниях.*

Введение

Одним из методов повышения надежности технических систем является временное резервирование – такой способ повышения надежности, при котором системе в процессе функционирования предоставляется возможность израсходовать некоторое время, называемое резервом, для восстановления надежностных характеристик. Резерв времени может создаваться за счет увеличения времени, выделяемого системе для выполнения задания. Он возникает и при создании запаса производительности отдельных устройств. Еще одним источником резерва времени является функциональная инерционность протекающих в системе процессов. Построение математических моделей таких систем и обзор результатов в этом направлении содержится, например, в [1–4]. Отказ от экспоненциальности распределений случайных величин, описывающих системы обслуживания, приводит к усложнению моделей. В этом случае для исследований может привлекаться аппарат теории полумарковских процессов с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний. Так, в [5] найдены стационарные характери-

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 5-01-05840).

Песчанский Алексей Иванович (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Высшая математика».

ки ненадежной одноканальной системы обслуживания с потерями и мгновенно пополняемым резервом времени в предположении общего вида случайных величин, определяющих систему. В данной работе результаты [5] обобщаются на случай двухканальной системы обслуживания.

Постановка задачи

В ненадежную систему обслуживания $M/G/2/0$ поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Длительность обслуживания заявки k -м каналом – случайная величина (СВ) α_k с функцией распределения (ФР) $F_k(t) = P\{\alpha_k \leq t\}$ и плотностью распределения (ПР) $f_k(t)$, $k = 1, 2$. Во время обслуживания заявки канал может выйти из строя. Время с момента начала обслуживания заявки до момента отказа канала – СВ γ_k с ФР $\Phi_k(t)$ и ПР $\varphi_k(t)$, $k = 1, 2$. Восстановление канала начинается сразу после его отказа и длится случайное время σ_k с ФР $\Psi_k(t)$ и ПР $\psi_k(t)$, $k = 1, 2$. После отказа канала обслуживание заявки продолжается за счет временного резерва, который представляет собой СВ ξ_k с ФР $R_k(t)$ и ПР $r_k(t)$, $k = 1, 2$. Если временной резерв исчерпывается, то обслуживание заявки прекращается и она теряется. Следующую заявку на обслуживание канал принимает после своего восстановления. В случае завершения обслуживания заявки за счет резерва следующая заявка к обслуживанию также принимается после восстановления канала. Если же восстановление канала происходит до завершения обслуживания, то обслуживание заявки вновь продолжается каналом. В случае повторного отказа канала обслуживание заявки снова продолжается за счет временного резерва, который представляет собой ту же СВ ξ_k . Таким образом, обслуживание заявки может быть завершено за счет неоднократного использования временного резерва. Предполагается, что все указанные случайные величины имеют конечные математические ожидания и дисперсии.

Цель работы – найти финальные вероятности пребывания системы в различных физических состояниях, определить средние стационарные времена пребывания в этих состояниях и исследовать влияние временного резерва на эти характеристики.

Построение математической модели

Для построения модели функционирования рассматриваемой системы обслуживания используем полумарковский процесс $S(t)$ с дискретно-непрерывным множеством состояний. Для задания этого процесса введем фазовое пространство состояний E , вероятности и плотности вероятностей переходов из состояний, а также времена пребывания в состояниях.

Начнем с описания физических состояний системы. Они могут быть заданы двухкомпонентным вектором $\bar{d} = (d_1, d_2)$, каждая компонента которого описывает физическое состояние соответствующего канала и принимает следующие значения: 1_1 – работоспособный канал обслуживает заявку; 1_2 – канал восстанавливается, обслуживание заявки продолжается за счет временного резерва; 2 – канал восстанавливается, заявка не обслуживается; 0 – канал в работоспособном состоянии находится в ожидании заявки.

Для того чтобы в моменты изменения физических состояний каналов система обладала марковским свойством, перед вектором физических состояний укажем номер канала, который изменил свое физическое состояние последним, а также расширим фазовое пространство состояний добавлением непрерывных составляющих. Опишем содержательный смысл этих расширений.

Для состояния k -го канала $1_1 x_k z_k$ ($x_k \geq 0, z_k \geq 0$) составляющая x_k – время, прошедшее с момента начала обслуживания заявки, z_k – время, оставшееся до отказа канала. В частном случае $1_1 0 0$ – момент начала обслуживания вновь поступившей заявки, $1_1 x_k 0$ ($x_k > 0$) – момент переключения канала на обслуживание заявки после восстановления.

Для состояния $1_2 x_k u_k z_k$ составляющая $x_k > 0$ – время, прошедшее с момента начала обслуживания заявки; $u_k \geq 0$ – время, оставшееся до окончания восстановления канала; $z_k \geq 0$ – оставшийся временной резерв. При этом $1_2 x_k 0 0$ – момент переключения обслуживания заявки за счет резерва.

Для состояния $2u_k$ составляющая $u_k > 0$ – время, оставшееся до окончания восстановления k -го канала.

Например, состояние $[1(1_1 x_1 0)(1_2 x_2 u_2 z_2)]$ соответствует моменту окончания восстановления первого канала и его переключению на обслуживание заявки, которая уже обслуживается время x_1 . В этот момент второй канал восстанавливается (до конца восстановления осталось время u_2), а заявка обслуживается за счет резерва (z_2 – оставшийся временной резерв), и с момента начала ее обслуживания прошло время x_2 .

Состояние $[2(2u_1)(0)]$ – момент перехода второго канала в состояние ожидания заявки в работоспособном состоянии. В этот момент первый канал продолжает восстанавливаться, до конца восстановления осталось время u_1 (заявку канал не обслуживает).

Укажем, как определяются времена пребывания системы в состояниях. Если последним изменил свое физическое состояние i -й канал, то время пребывания системы в состоянии есть минимум детерминированной величины

$z_k \wedge u_k, k = 1, 2$, и случайной величины χ , где

$$\chi = \begin{cases} [\alpha_i - x_i]_+ \wedge \gamma_i, & \text{если } d_i = 1_1, \\ [\alpha_i - x_i]_+ \wedge \sigma_i \wedge \xi_i, & \text{если } d_i = 1_2, \\ [\alpha_{3-i} - x_{3-i}]_+, & \text{если } d_{3-i} = 1_1, 1_2, \\ \beta, & \text{если } d_i = 0 \text{ или } d_{3-i} = 0. \end{cases}$$

Здесь \wedge – знак минимума; β – время между поступления заявок в систему с плотностью $g(t) = \lambda e^{-\lambda t}$; $[\alpha_i - x_i]_+$ – СВ с ФР $\frac{F_i(x_i + t)}{F_i(x_i)}$, причем в случае $x_i = 0$ СВ $[\alpha_i - x_i]_+$ есть α_i .

Например, время пребывания системы в состоянии $[2(1_1 x_1 z_1)(1_1 0 0)]$ есть ми-

нимум величин $[\alpha_1 - x_1]_+ \wedge z_1 \wedge \alpha_2 \wedge \gamma_2$; время в состоянии $[2(1_1 x_1 z_1)(0)]$ – минимум $[\alpha_1 - x_1]_+ \wedge z_1 \wedge \beta$.

Опишем плотности вероятностей переходов системы на примере переходов из состояния $[2(1_1 x_1 z_1)(1_1 00)]$:

$$\begin{aligned} & p\{[2(1_1 x_1 z_1)(1_1 00)] \rightarrow [1(0)(1_1 x_2 z_2)]\} = \\ & = \frac{f_1(x_1 + x_2)}{F_1(x_1)} \bar{F}_2(x_2) \varphi_2(x_2 + z_2), \quad x_2 < z_1, z_2 > 0; \\ & p\{[2(1_1 x_1 z_1)(1_1 00)] \rightarrow [1(1_2, x_1 + z_1, 00)(1_1 z_1 z_2)]\} = \\ & = \frac{\bar{F}_1(x_1 + z_1)}{F_1(x_1)} \bar{F}_2(z_1) \varphi_2(z_1 + z_2), \quad z_2 > 0; \\ & p\{[2(1_1 x_1 z_1)(1_1 00)] \rightarrow [2(1_1, x_1 + z_1 - z'_1, z'_1)(1_2, z_1 - z'_1, 00)]\} = \\ & = \frac{\bar{F}_1(x_1 + z_1 - z'_1)}{F_1(x_1)} \bar{F}_2(z_1 - z'_1) \varphi_2(z_1 - z'_1), \quad 0 < z'_1 < z_1; \\ & p\{[2(1_1 x_1 z_1)(1_1 00)] \rightarrow [2(1_1, x_1 + z_1 - z'_1, z'_1)(0)]\} = \\ & = \frac{\bar{F}_1(x_1 + z_1 - z'_1)}{F_1(x_1)} f_2(z_1 - z'_1) \bar{\Phi}_2(z_1 - z'_1), \quad 0 < z'_1 < z_1. \end{aligned}$$

Аналогично выписываются плотности и вероятности переходов из других состояний системы.

Стационарное распределение вложенной цепи Маркова (ВЦМ) находится из системы уравнений

$$\rho(B) = \int_E \rho(dx) P(x, B),$$

где $P(x, B)$ — вероятность перехода из состояния x во множество состояний B ; $\rho(\cdot)$ — стационарное распределение ВЦМ.

В рассматриваемой модели система уравнений содержит 40 уравнений. Выпишем для примера одно из уравнений этой системы:

$$\begin{aligned} \rho[2(1_1 x_1 z_1)(1_1 00)] &= \rho[1(1_1 00)(0)] g(x_1) \varphi_1(x_1 + z_1) \bar{F}_1(x_1) + \\ &+ \int_0^{x_1} \frac{\bar{F}_1(x_1)}{F_1(x_1 - t)} g(t) \varphi_1(t + z_1) \rho[1(1_1, x_1 - t, 0)(0)] dt + \\ &+ \int_0^{x_1} \frac{\bar{F}_1(x_1)}{F_1(x_1 - t)} g(t) \rho[2(1_1, x_1 - t, t + z_1)(0)] dt. \end{aligned}$$

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что решениями этого уравнения являются функции

$$\begin{aligned} \rho[1(1_1 00)(0)] &= \frac{\rho_0}{\lambda}; \quad \rho[1(1_1, x_1 0)(0)] = \frac{\rho_0}{\lambda} \bar{F}_1(x_1) h_1^{(1)}(x_1); \\ \rho[2(1_1, x_1 z_1)(1_1 00)] &= \rho[2(1_1, x_1 z_1)(0)] = \rho_0 \bar{F}_1(x_1) v_1^{(1)}(x_1, z_1), \end{aligned}$$

где

$$h_1^{(1)}(x_1) = \sum_{k=1}^{\infty} (\varphi_1 * \psi_1 \overline{R_1})^{*(k)}(x_1) -$$

плотность функции $H_1^{(1)}(x_1)$ четных восстановлений (т. е. восстановлений работоспособности первого канала) обрывающегося альтернирующего процесса восстановления, который порождается СВ γ_1 и СВ с несобственным распределением и плотностью $\psi_1(x_1)\overline{R_1}(x_1)$; функция

$$v_1^{(1)}(x_1, z_1) = \varphi_1(x_1 + z_1) + \int_0^{x_1} h_1^{(1)}(s)\varphi_1(x_1 + z_1 - s)ds -$$

по переменной z_1 плотность распределения остаточной наработки до отказа этого альтернирующего процесса, если с момента обслуживания заявки этим каналом прошло время x_1 . Постоянная ρ_0 находится из условия нормировки.

Аналогично выписываются остальные уравнения системы и доказывается, что стационарное распределение ВЦМ для состояний с точностью до постоянного множителя ρ_0 представляет собой произведение двух сомножителей. Если последним изменил свое физическое состояние канал с номером i , то ему соответствует множитель вида

$$a_i = \begin{cases} 1, & d_i = 0 \text{ или } d_i = 1, x_i = z_i = 0, \\ \overline{F}_i(x_i)h_i^{(k)}(x_i), & d_i = 1_k, k = 1, 2, \\ \int_0^{\infty} dy \int_0^{\infty} h_i^{(2)}(t)\psi_i(y + u_i)[f_i(t + y)\overline{R}_i(y) + \overline{F}_i(t + y)r_i(y)]dt, & d_i = 2; \end{cases}$$

а другому каналу – множитель

$$a_{3-i} = \begin{cases} \lambda^{-1}, & d_{3-i} = 0, \\ \overline{F}_{3-i}(x_{3-i})v_{3-i}^{(1)}(x_{3-i}, z_{3-i}), & d_{3-i} = 1_1, \\ \overline{F}_{3-i}(x_{3-i})v_{3-i}^{(2)}(x_{3-i}, u_{3-i}, z_{3-i}), & d_{3-i} = 1_2, \\ \int_0^{\infty} dy \int_0^{\infty} h_{3-i}^{(2)}(t)\overline{\Psi}_{3-i}(y + u_{3-i})[f_{3-i}(t + y)\overline{R}_{3-i}(y) + \overline{F}_{3-i}(t + y)r_{3-i}(y)]dt, & d_{3-i} = 2. \end{cases}$$

Здесь

$$h_k^{(2)}(x_k) = \sum_{m=1}^{\infty} [\varphi_k * (\varphi_k * \psi_k \overline{R}_k)^{*(m-1)}](x_k) -$$

плотность функции $H_k^{(2)}(x_k)$ нечетных восстановлений (т. е. отказов k -го канала) обрывающегося альтернирующего процесса восстановления, который порождается СВ γ_k и СВ с несобственным распределением и плотностью $\psi_k(x_k)\overline{R}_k(x_k)$; функция

$$v_k^{(2)}(x_k, u_k, z_k) = \int_0^{x_k} h_k^{(2)}(s)\psi_k(x_k + u_k - s)r_k(x_k + z_k - s)ds -$$

по переменной u_k плотность распределения времени, оставшегося до ближайшего момента восстановления работоспособности k -го канала, если с момента обслуживания заявки этим каналом прошло время x_k , а оставшийся временной резерв равен z_k .

Финальные вероятности состояний

Разобьем фазовое пространство состояний системы на непересекающиеся подмножества $E = E_2 \cup E_1 \cup E_0$. К подмножеству E_2 (оба канала заняты) отнесем все состояния, для которых компоненты вектора физических состояний \bar{d} принимают значения 1, 1₂ или 2. Подмножество E_1 (один канал занят, второй свободен) включает в себя состояния, в которых одна из компонент вектора физических состояний равна 0. Подмножество E_0 (оба канала свободны) образуют состояния с нулевыми компонентами вектора физических состояний, т. е. $E_0 = \{[1(0)(0)], [2(0)(0)]\}$.

Финальные вероятности пребывания системы в указанных подмножествах состояний найдем с помощью предельных соотношений [6]

$$p_i^* = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{S(t) \in E_i / S(0) = x\} = \int_{E_i} m(x) \rho(dx) \left(\int_E m(x) \rho(dx) \right)^{-1}, \quad i = 0, 1, 2, \quad (1)$$

где $m(x)$ – среднее время пребывания системы в состоянии $x \in E$; $\rho(\cdot)$ – стационарное распределение вложенной цепи Маркова.

Не составляет труда выписать средние времена пребывания рассматриваемой системы в состояниях. Например, для состояний $[1(0)(0)]$, $[2(1, x_1 z_1)(0)]$ и $[2(1, x_1 z_1)(1, 00)]$ эти времена определяются соответственно формулами

$$E\theta_{[1(0)(0)]} = \frac{1}{\lambda}; \quad E\theta_{[2(1, x_1 z_1)(0)]} = \int_0^{z_1} \frac{\bar{F}_1(t + x_1)}{F_1(x_1)} e^{-\lambda t} dt;$$

$$E\theta_{[2(1, x_1 z_1)(1, 00)]} = \int_0^{z_1} \frac{\bar{F}_1(t + x_1) \bar{\Phi}_2(t) \bar{F}_2(t)}{F_1(x_1)} dt.$$

При использовании выражений для средних времен, а также найденной плотности стационарного распределения ВЦМ интегралы в формуле (1) в результате преобразований принимают вид

$$\int_{E_2} m(x) \rho(dx) = \rho_0 \prod_{i=1}^2 \left[E\alpha_i + \int_0^{\infty} \bar{F}_i(t) [H_i^{(1)}(t) - H_i^{(2)}(t)] dt + E\sigma_i \int_0^{\infty} f_i(t) H_i^{(2)}(t) dt \right];$$

$$\int_{E_1} m(x) \rho(dx) = \frac{\rho_0}{\lambda} \sum_{i=1}^2 \left[E\alpha_i + \int_0^{\infty} \bar{F}_i(t) [H_i^{(1)}(t) - H_i^{(2)}(t)] dt + E\sigma_i \int_0^{\infty} f_i(t) H_i^{(2)}(t) dt \right];$$

$$\int_{E_0} m(x) \rho(dx) = \frac{2\rho_0}{\lambda^2}.$$

Введем обозначения:

$$T_k^{(0)} = \frac{1}{\lambda}; T_k^{(1)} = E\alpha_k + \int_0^{\infty} \overline{F}_k(t) [H_k^{(1)}(t) - H_k^{(2)}(t)] dt, \quad k = 1, 2;$$

$$T_k^{(1_2)} = \int_0^{\infty} \overline{\Psi}_k(t) \overline{R}_k(t) dt \int_0^{\infty} H_k^{(2)}(s) f_k(s+t) ds, \quad k = 1, 2;$$

$$T_k^{(2)} = E\sigma_k \int_0^{\infty} f_k(t) H_k^{(2)}(t) dt - \int_0^{\infty} \overline{\Psi}_k(t) \overline{R}_k(t) dt \int_0^{\infty} H_k^{(2)}(s) f_k(s+t) ds, \quad k = 1, 2.$$

Заметим, что $T_k^{(m)}$ – среднее время пребывания k -го канала в состоянии $m = 1_1, 1_2, 2, 0$ на периоде регенерации, т. е. между двумя соседними моментами начала обслуживания заявок.

С учетом полученных выражений и обозначений финальные вероятности состояний: оба канала свободны, один канал свободен, оба канала заняты – определяются соответственно формулами

$$P_0^* = \frac{2[E\beta]^2}{2[E\beta]^2 + E\beta \sum_{k=1}^2 [T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)}] + \prod_{k=1}^2 [T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)}]}; \quad (2)$$

$$P_1^* = \frac{P_0^*}{2E\beta} \sum_{k=1}^2 [T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)}]; \quad P_2^* = \frac{P_0^*}{2[E\beta]^2} \prod_{k=1}^2 [T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)}],$$

где

$$T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)} = E\alpha_k + \int_0^{\infty} \overline{F}_k(t) [H_k^{(1)}(t) - H_k^{(2)}(t)] dt + E\sigma_k \int_0^{\infty} f_k(t) H_k^{(2)}(t) dt. \quad (3)$$

Если система обслуживания однородная, т. е. каналы однотипны и описываются одинаковыми случайными величинами, то формулы для финальных вероятностей могут быть записаны в форме формул Эрланга:

$$P_0^* = \frac{1}{1 + \Lambda + \Lambda^2/2}; \quad P_1^* = \frac{\Lambda}{1 + \Lambda + \Lambda^2/2}; \quad P_2^* = \frac{\Lambda^2/2}{1 + \Lambda + \Lambda^2/2},$$

где

$$\Lambda = \lambda [T^{(1)} + T^{(1_2)} + T^{(2)}].$$

Заметим, что вероятность полного обслуживания заявки k -м каналом ($k = 1, 2$) для системы без временного резерва равна

$$\tilde{P}_k = \int_0^{\infty} f_k(t) \overline{\Phi}_k(t) dt.$$

Наличие временного резерва увеличивает эту вероятность до значения

$$P_k = \int_0^{\infty} h_k^{(2)}(s) ds \int_0^{\infty} r_k(t) \overline{\Psi}_k(t) F_k(t+s) dt. \quad (4)$$

Средние стационарные времена пребывания системы в состояниях

Среднее стационарное время пребывания системы в состоянии E_i найдем с помощью соотношений [6]

$$T(E_i) = \int_{E_i} m(x) \rho(dx) \left[\int_{E \setminus E_i} \rho(dx) P(x, E_i) \right]^{-1}, \quad i = 0, 1, 2, \quad (5)$$

где $P(x, E_i)$ – вероятности переходов из состояния x в подмножество состояний E_i .

В результате преобразований соотношения (5) с учетом вероятностей переходов системы из состояний и стационарного распределения ВЦМ приводятся к виду

$$T(E_0) = E\beta; \quad T(E_1) = \frac{\lambda \sum_{k=1}^2 [T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)}]}{2 + \lambda \sum_{k=1}^2 [T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)}]}; \quad (6)$$

$$T(E_2) = \frac{\prod_{k=1}^2 [T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)}]}{\sum_{k=1}^2 [T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)}]}.$$

В случае однородной системы обслуживания последние формулы принимают вид

$$T(E_1) = \frac{\Lambda}{\lambda(1 + \Lambda)}; \quad T(E_2) = \frac{\Lambda}{2\lambda}.$$

Замечание. С помощью изложенной методики можно найти стационарные характеристики и других физических состояний системы. Так, например, финальная вероятность того, что первый канал обслуживает заявку, а второй – восстанавливается и заявка обслуживается за счет временного резерва, вычисляется по формуле

$$p_{1,1_2}^* = \frac{T_1^{(1)} T_2^{(1_2)}}{2[E\beta]^2 + E\beta \sum_{k=1}^2 [T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)}] + \prod_{k=1}^2 [T_k^{(1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)}]}.$$

При этом среднее стационарное время пребывания системы в этом состоянии определяется выражением

$$T(E_{1,1_2}) = \frac{T_1^{(1)} T_2^{(1_2)}}{T_2^{(1_2)} + T_2^{(2)} \int_0^\infty f_1(x) H_1^{(1)}(x) dx + T_1^{(1)} \int_0^\infty f_2(x) H_2^{(2)}(x) dx}.$$

Стационарные характеристики для системы $M/M/2/0$

В качестве частного случая рассмотрим систему обслуживания $M/M/2/0$. Пусть время обслуживания заявки k -м каналом ($k=1,2$) имеет плотность $f_k(t) = \mu_k e^{-\mu_k t}$; время безотказной работы канала – плотность $\varphi_k(t) = \eta_k e^{-\eta_k t}$; время σ_k восстановления канала – плотность $\psi_k(t) = \nu_k e^{-\nu_k t}$; резерв времени ξ_k – плотность $r_k(t) = \kappa_k e^{-\kappa_k t}$.

Тогда в формулах (2) и (6) для определения финальных вероятностей и средних стационарных времен пребывания в состояниях выражение (3) принимает вид

$$T_k^{(1_1)} + T_k^{(1_2)} + T_k^{(2)} = \frac{(\mu_k + \nu_k + \kappa_k)(\nu_k + \eta_k)}{\nu_k [\mu_k^2 + \mu_k(\nu_k + \eta_k + \kappa_k) + \eta_k \kappa_k]}.$$

Заметим, что в частном случае, когда в системе отсутствует временной резерв ($\kappa_k \rightarrow \infty$), формулы для вычисления финальных вероятностей совпадают с известными формулами работы [7].

Для ненадежной системы без временного резерва вероятность того, что принятая k -м каналом заявка будет обслужена, равна $\tilde{P}_k = \frac{\mu_k}{\mu_k + \eta_k}$, а для системы с временным резервом эта же вероятность принимает значение

$$P_k = \frac{\mu_k^2 + \mu_k(\nu_k + \eta_k + \kappa_k)}{\mu_k^2 + \mu_k(\nu_k + \eta_k + \kappa_k) + \eta_k \kappa_k}.$$

Численный пример

Рассмотрим систему обслуживания, в которую поступает простейший поток заявок с интенсивностью $\lambda = 0,5$ 1/мин. Все остальные случайные величины, описывающие систему, имеют распределение Эрланга, их параметры приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики каналов обслуживания

Характеристики случайных величин	Первый канал		Второй канал	
	Порядок распределения Эрланга	Среднее значение величины, мин	Порядок распределения Эрланга	Среднее значение величины, мин
Время обслуживания заявки	2	4	2	8
Время безотказной работы	3	9	3	15
Временной резерв	2	3,33	2	4
Время восстановления	2	2,5	2	6

Результаты вычислений стационарных характеристик системы в случае наличия временного резерва по формулам (2) и (6) и без резерва времени, а также результаты сравнения этих характеристик помещены в табл. 2.

Таблица 2

Стационарные показатели системы

Состояния системы	Стационарные показатели					
	Финальные вероятности			Среднее время пребывания		
	Без резерва	С резервом	Относительная разница, %	Без резерва	С резервом	Относительная разница, %
Оба канала свободны	0,124	0,118	-4,8	2	2	0
Один канал свободен	0,376	0,370	-1,6	1,502	1,516	+0,9
Оба канала заняты	0,500	0,512	+2,4	2,662	2,770	+4,1

При наличии временного резерва финальная вероятность того, что поступившая в систему заявка будет принята к обслуживанию, равна $p_0^* + p_1^* = 0,118 + 0,370 = 0,488$. При этом вычисленная по формуле (4) вероятность полного обслуживания заявки первым каналом равна 0,958, а для второго канала – 0,943. При отсутствии резерва времени эти вероятности соответственно равны 0,500; 0,821 и 0,766. Таким образом, наличие временного резерва в данной системе приводит к уменьшению на 2,4% финальной вероятности принятия заявки к обслуживанию, но при этом увеличивает на 16,7% вероятность полного обслуживания принятой заявки для первого канала и на 23,2% – для второго.

Выводы

С помощью аппарата теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний построена математическая модель функционирования ненадежной двухканальной системы обслуживания $M/G/2/0$, в которой в случае отказа предоставляется возможность завершить обслуживание заявки за счет мгновенно пополняемого временного резерва. Найдено стационарное распределение вложенной цепи Маркова как решение системы интегральных уравнений в терминах процессов восстановления, порожденных плотностями функций наработки на отказ, временами восстановления и временного резерва каналов. Установлены расчетные формулы для вычисления стационарных характеристик системы, с помощью которых можно оценить влияние временного резерва на финальные вероятности пребывания системы в различных физических состояниях и средние стационарные времена пребывания в этих состояниях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов: Учеб. пособие. – СПб.: Питер, 2005. – 479 с.
2. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 704 с.
3. Ushakov I.A. Probabilistic Reliability Models. – Wiley, 2012. – 244 p.
4. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1987. – 336 с.
5. Песчанский А.И. Полумарковская модель ненадежной восстанавливаемой резервированной одноканальной системы обслуживания с потерями // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2017. – № 1(53). – С. 31–41.
6. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. – К.: Наук. думка, 1982. – 236 с.
7. Якушев Ю.Ф. Об одной задаче обслуживания потока вызовов ненадежными приборами // Проблемы передачи информации. – 1969. – Т. V, вып. 4. – С. 84–88.

Статья поступила в редакцию 6 декабря 2017 г.

STATIONARY CHARACTERISTICS OF UNRELIABLE TWO-CHANNEL QUEUEING LOSS SYSTEM WITH IMMEDIATELY REPLENISHABLE TIME RESERVE

A.I. Peschansky

Sevastopol State University
33, Universitetskaya st., Sevastopol, 299053, Russian Federation

E-mail: peschansky_sntu@mail.ru

Abstract. *The object of research is a two-channel unreliable queueing loss system. The incoming flow of requests is considered to be simplest. The rest of random variables, describing the system operation, are general ones. During request service the failure of channel can occur. In this case, the service goes on by means of random time reserve. Time reserve can be enough to complete service or to restore the channel. In the latter case, request service by the channel goes on. In case of short reserve, the request is lost. By means of the apparatus of theory of semi-Markov processes with discrete-continuous states mathematical model of the queueing system is built. Final probabilities of different physical states and average stationary sojourn times in these states are obtained.*

Keywords: *unreliable two-channel queueing system, semi-Markov process with a discrete-continuous phase state space, stationary distribution of the embedded Markov chain, final probabilities of states, average stationary sojourn time in states.*

Aleksey I. Peschansky (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.

УДК 681.5

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ОПЕРАЦИОННОГО И ПРИЕМОЧНОГО КОНТРОЛЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ КАБЕЛЬНЫХ ПРОИЗВОДСТВ*

Б.К. Чостковский, В.Н. Митрошин

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Аннотация. Приемочный контроль изготавливаемой кабельной продукции осуществляется по результатам измерения концевых значений параметров готового изделия. На основании нарушения допусков, оговоренных в технической документации, производится отбраковка кабеля. Повышающиеся требования к качеству продукции вызывают необходимость перехода к сплошному непрерывному контролю. Предлагается алгоритм коррекции поля допусков контролируемых параметров как функции количества точек выборочного контроля, гарантирующего сохранение требуемого уровня выхода годного кабеля. При переходе от приемочного контроля длинномерных изделий по результатам нарушения допуска концевых значений измеряемых параметров к операционному контролю по результатам нарушения допуска параметров, измеряемых по всей длине изделия, следует расширить поле допуска, рассчитав его из условия сохранения «выхода годной» продукции.

Ключевые слова: кабель, производство, технологический процесс, контроль качества, алгоритмизация.

Технологический процесс производства длинномерного изделия (например, кабеля) реализуется, как правило, совмещением технологических операций, выполняемых «на проход», т. е. при движении заготовки изделия, сечение которого последовательно проходит места расположения исполнительных устройств и датчиков используемой системы автоматизации [1].

К таким совмещенным технологическим процессам относится процесс изготовления кабеля передачи данных (LAN-кабеля), выполняемый на экструзионной линии со сдвоенной экструзионной головкой [2, 3].

Приемочный контроль таких изделий, как правило, выполняется по результатам измерения концевых значений их геометрических и электрических параметров. При нарушении допуска, оговоренного в технической документации, проводится отбраковка. В результате доля брака и «выход годного» существенно зависят от величины заданного поля допуска.

Главным недостатком используемого подхода является высокая вероятность необнаруженных дефектов на той длине изделия, которая не подвергалась приемочным испытаниям.

Постоянно повышающиеся требования к качеству продукции, например

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект 18-08-00506-а).

Чостковский Борис Константинович (д.т.н.), профессор кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

Митрошин Владимир Николаевич (д.т.н.), зав. кафедрой «Автоматика и управление в технических системах».

к LAN-кабелям 6-й и 7-й категорий, вызывают необходимость перехода к поточному предъявлению продукции со сплошным непрерывным контролем ее параметров [3]. Очевидно, что данный подход, использующий допусковый контроль всех сечений изделия, приведет к увеличению доли отбраковываемой продукции при сохранении прежних требований, т. е. тех же допусков. Отсюда следует необходимость коррекции принятых допусков на контролируемые непрерывно параметры изделия, дефектные отрезки которого в последующем отбраковываются. Учитывая, что при совмещенном непрерывном технологическом процессе контролируемые изменения параметров изделия могут быть описаны как случайные функции длины [3], в основе предлагаемой методики коррекции поля допуска авторами рекомендовано использовать принцип сохранения доли отбраковываемой продукции при переходе от допускового контроля одного сечения к контролю всех сечений длины выпускаемого изделия. А так как доля длины изделия с нарушенным допуском определяется вероятностью выхода параметра из поля допуска, то новый допуск должен быть определен так, чтобы при тех же вероятностных характеристиках контролируемых параметров доля отбраковываемых изделий (доля отбраковываемой длины) осталась прежней.

Очевидно, что методика расчета скорректированного допуска должна учитывать свойства случайных функций, описывающих изменение параметров изделия по его длине, которые, как правило, могут быть представлены двумя числовыми характеристиками – дисперсией и интервалом корреляции параметра [4].

Пусть при измерении параметра X (диаметра, емкости...) длинномерного изделия (кабеля) в качестве полной группы событий рассматривается допусковый контроль параметра X в N сечениях изделия, разделенных отрезками длины, равными величине интервала корреляции τ_k случайной функции $X(l)$, где l – текущая длина изделия. Тогда

$$N = L/L_0 = L/\tau_k, \quad (1)$$

где L – длина изделия, L_0 – интервал квантования по длине, выбранный равным интервалу корреляции τ_k случайной функции $X(l)$.

Переходя к дискретной длине, обозначим текущую длину изделия $l = b \cdot L_0$, где b – целочисленный коэффициент. Тогда дискретная случайная функция измеряемого параметра по длине изделия будет обозначаться как $X(b)$.

Вероятность отсутствия выхода $X(b)$ за поле допуска $X_0 \pm \Delta_n$ обозначим p_0 :

$$p_0 = P\{X \in X_0 \pm \Delta_n\}. \quad (2)$$

Здесь X_0 – номинальное значение измеряемого параметра, а Δ_n – допуск отклонения измеряемого параметра от номинального значения.

Тогда вероятность q нарушения допуска (выхода за допуск) определится как

$$q = 1 - p_0. \quad (3)$$

Соответственно «выход годного» $p_0 \cdot 100\% = P_0$.

Пусть относительная величина допуска a определяется

$$a = \frac{\Delta_n}{\sigma_x}, \quad (4)$$

где σ_x – среднее квадратическое отклонение измеряемого параметра X .

Пусть x – отклонение измеряемого параметра X от его номинального значения X_0 :

$$x = X - X_0. \quad (5)$$

Тогда математическое ожидание отклонения измеряемого параметра

$$m_x = M[X] - X_0 = m_X - X_0 = 0. \quad (6)$$

Если случайная величина имеет нормальный закон распределения, что справедливо, например, для параметров проводного кабеля, таких как диаметр изолированной жилы и ее погонная емкость [1, 3], формируемых при изготовлении кабеля, то их плотность распределения вероятности [5]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right] = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right]. \quad (7)$$

Интегральная функция распределения случайной величины для нормального закона с учетом (7) имеет вид [5]

$$F(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right] dx. \quad (8)$$

Вероятность нахождения X в поле допуска Δ_n (2) при одном измерении ($n = 1$) можно определить по формуле

$$p_0 = F(\Delta_1) - F(-\Delta_1) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\Delta_1}^{\Delta_1} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right] dx. \quad (9)$$

Введем нормированную переменную t :

$$t = \frac{x - m_x}{\sigma_x}. \quad (10)$$

Тогда вероятность p_0 согласно (9) можно записать

$$p_0 = 2\Phi_1(\Delta_1) = \Phi_0, \quad (11)$$

где

$$\Phi_1(\Delta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^{\Delta_1} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt, \quad (12)$$

$$\Phi_0(\Delta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\Delta_1}^{\Delta_1} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt, \quad (13)$$

здесь $\Phi_1(\Delta_1)$ и $\Phi_0(\Delta_1)$ – две формы функции Лапласа [6]: интегральной функции распределения нормированной стандартной гауссовской случайной величины при $m_x = 0$, $\sigma_x = 1$.

С учетом (11) и (12) можно записать

$$p_o = 2\Phi_1(\Delta_1) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \int_0^{\Delta_1} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt. \quad (14)$$

Функция Лапласа не может быть выражена через элементарные функции, она обычно определяется по таблицам [7], или ее можно представить в виде разложения в ряд, например Тейлора. С учетом (4), (14) для нормированной стандартной гауссовой случайной величины, у которой $\sigma_x = 1$, вероятность отсутствия ее выхода за поле допуска по одному измерению можно записать

$$p_o \approx 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{a} \left(1 - \frac{1}{a^2} + \frac{3}{a^4} - \frac{15}{a^6}\right) \exp\left[-\frac{a^2}{2}\right]. \quad (15)$$

Если в знакпеременном ряде ограничиться несколькими членами, то ошибка будет меньше первого отброшенного члена [6]:

$$1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{a} \cdot \exp\left[-\frac{a^2}{2}\right] < p_o < 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{a} \exp\left[-\frac{a^2}{2}\right] \cdot \left(1 - \frac{1}{a^2}\right). \quad (16)$$

Тогда можно записать:

$$p_o \approx 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{a} \cdot \exp\left[-\frac{a^2}{2}\right]. \quad (17)$$

При переходе от конечного контроля к операционному, осуществляемому через интервалы квантования по длине изделия, равные интервалу корреляции τ_k случайной функции $X(t)$, вероятность p_o^N отсутствия выхода измеряемой величины за поле допуска по N независимым измерениям будет равна

$$p_o^N = \left\{1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{a} \cdot \exp\left[-\frac{a^2}{2}\right]\right\}^N. \quad (18)$$

Используя бином Ньютона – формулу разложения произвольной натуральной степени двучлена в многочлен [8] и ограничиваясь первыми двумя членами разложения, получаем

$$Na_1 \cdot \exp\left[-\frac{a_N^2}{2}\right] = a_N \cdot \exp\left[-\frac{a_1^2}{2}\right]. \quad (19)$$

Здесь a_1 и a_N – относительные величины допуска измеряемой величины при одном измерении (приемочном контроле) и при N независимых измерениях (операционном контроле) соответственно. Величины a_1 и a_N определяются в соответствии с (4)

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{\sigma_x}, \quad a_N = \frac{\Delta_N}{\sigma_x}. \quad (20)$$

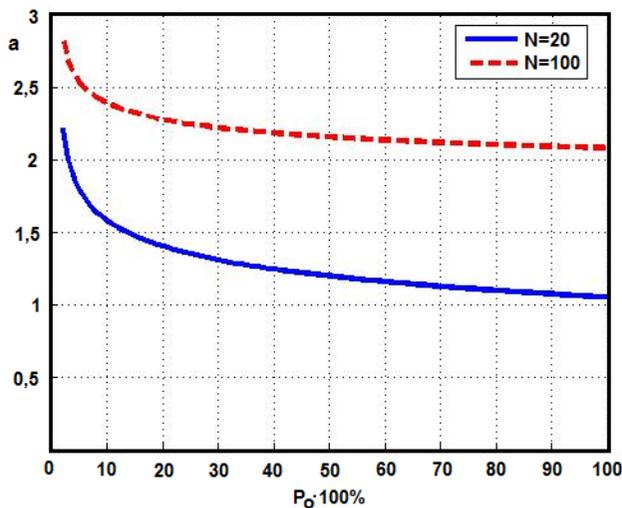


График зависимости допуска a от требуемого «выхода годного» ($P_0 \cdot 100\%$):
 N – количество точек контроля продукции

Численный расчет допусков, произведенный в соответствии с (19) и (20), позволил построить график зависимости допуска a от требуемого «выхода годного» ($P_0 \cdot 100\%$) и количества точек контроля продукции (см. рисунок).

Из вышесказанного следует, что при переходе от приемочного контроля длинномерных изделий по результатам нарушения допуска конечных значений измеряемых параметров к операционному контролю по результатам нарушения допуска параметров, измеряемых по всей длине изделия, следует расширить поле допуска, рассчитав его из условия сохранения «выхода годной» продукции.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Митрошин В.Н. Автоматизация технологических процессов производства кабелей связи. – М.: Машиностроение, 2006. – 140 с.
2. Андреев В.А. Теория многопроводных линий связи. – М.: ИРИАС, 2006. – 162 с.
3. Чостковский Б.К. Методы и системы оптимального управления технологическими процессами производства кабелей связи. – М.: Машиностроение, 2009. – 190 с.
4. Свешиников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. – М.: Наука, 1968. – 368 с.
5. Венцель Е.С. Теория вероятностей: учеб. для вузов. – 6-е изд. – М.: Высш. шк., 1999. – 576 с.
6. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.
7. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 1970. – 239 с.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1977. – 832 с.

Статья поступила в редакцию 13 января 2018 г.

ALGORITHMIZATION OF OPERATIONAL AND ACCEPTANCE CONTROL OF TECHNOLOGICAL PROCESSES OF CABLE PRODUCTION

B.K. Chostkovskiy, V.N. Mitroshin

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. *Acceptance control of manufactured cable products is carried out based on the results of measuring the end values of the parameters of the finished product. On the basis of violation of the tolerances stipulated in the technical documentation, cable is rejected. Increasing requirements for the quality of products necessitate the transition to continuous monitoring. The algorithm for correction of the tolerances field of controlled parameters is proposed as a function of the number of sampling points ensuring the preservation of the required output level of a suitable cable. During the transition from the acceptance inspection of long products according to the results of the violation of the tolerance limit values of the measured operating parameters to control the results of the violation of the tolerance parameters, measured across the length of the product, should increase tolerance, calculating its condition of conservation of the yield products.*

Keywords: *cable, production, technological process, quality control, algorithmization.*

УДК 536.24

ОСОБЕННОСТИ СЛОЖНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ВИНТОВОЙ ЗМЕЕВИКОВОЙ ТОПКЕ ПРЯМОТОЧНОГО ПАРОВОГО КОТЛА

А.И. Щелоков, И.В. Макаров, Ю.И. Рахимова

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Аннотация. Рассматриваются особенности сложного теплообмена в винтовых змеевиковых поверхностях нагрева промышленного прямоточного парового котла. Для уточнения конструктивных характеристик, обеспечивающих интенсификацию, проведен анализ факторов, существенно влияющих на технические характеристики котла. Отмечено, что значительный вклад в интенсификацию сложного теплообмена вносят такие факторы, как сплошная шероховатость поверхностей нагрева, турбулизация потока продуктов сгорания за счет аэродинамического диафрагмирования течения плотно сжатыми витками змеевика, кривизны поверхности нагрева, что ведет к повышению промышленной безопасности устройства. Эти факторы приводят к снижению габаритов и массы котла по сравнению с трехходовыми паровыми котлами классической конфигурации.

Ключевые слова: прямоточный паровой котел, интенсификация, теплообмен, сплошная шероховатость поверхности нагрева, плотно сжатые витки змеевика.

В последнее время для технологического теплоснабжения производственных объектов, работающих с переменной или прерывистой нагрузкой, когда невыгодно иметь паровые котлы в горячем резерве или требуются частые технологические остановы и пуски, все большее применение находят прямоточные паровые котлы малой мощности. Прямоточные паровые котлы устанавливаются в непосредственной близости от потребителя, что позволяет свести к минимуму тепловые потери при транспорте пара. В качестве топлива используется природный газ или жидкое топливо. Разновидностью таких устройств являются трехходовые прямоточные паровые котлы водотрубного типа, в которых поверхности нагрева выполнены в виде плотно сжатых винтовых змеевиков (топка, конвективные поверхности) [1]. Такое выполнение котла вносит существенные коррективы в организацию теплообмена и выбор способа сжигания газового топлива, а также появляется возможность расширения функционального назначения отдельных элементов парового котла и обеспечения повышенной безопасности.

Прямоточные паровые котлы относятся к группе котлов, работающих с принудительной циркуляцией, поэтому для обеспечения нормального функционирования необходимо уточнение влияния режимных и конструктивных характеристик, а именно, по пароводяному тракту соответствие в единицу времени подвода тепла к поверхности нагрева тому количеству, которое необходимо за тот же

Щелоков Анатолий Иванович (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Промышленная теплоэнергетика».

Макаров Иван Владимирович, ассистент кафедры «Промышленная теплоэнергетика».

Рахимова Юлия Игоревна (к.п.н.), доцент кафедры «Промышленная теплоэнергетика».

промежуток времени для подогрева питательной воды до температуры на несколько градусов ниже температуры кипения, с последующим ее кипением и испарением в испарительной поверхности.

Для уточнения конструктивных характеристик парового котла необходимо установить роль и эффективность вкладов каждого механизма передачи тепла в процесс парообразования в топке, предварительного подогрева воды в конвективных газоходах [2].

В общем случае для описания процессов горения и теплообмена в топочных устройствах используется громоздкая система уравнений, описывающих комплекс взаимозависимых явлений.

Для упрощения задачи воспользуемся уравнениями теплового баланса топки и суммарного теплообмена:

$$Q = \varphi \cdot (Q_{HP} - I''_{HC}) ; \quad (1)$$

$$Q = \sigma_0 \cdot \varepsilon_{red} \cdot \left[\left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{AT}}{100} \right)^4 \right] \cdot H_{sen} + \alpha_{con} \cdot (T_g - T_g'') \cdot F, \quad (2)$$

где φ – коэффициент сохранения тепла;

Q_{HP} – полезное тепловыделение в топке, кДж/м³;

I''_{HC} – теплосодержание продуктов сгорания на выходе из топки при температуре \mathcal{G}'' , кДж/м³;

Q – суммарное количество переданного в топке тепла, кДж/м³;

α_{con} – коэффициент теплоотдачи конвекцией, Вт/м·К;

T_g – средняя температура газов в топке, К;

T_g'' – средняя температура газов на выходе из топки, К;

F – полная поверхность нагрева, м²;

σ_0 – постоянная излучения абсолютно черного тела;

H_{sen} – эффективная лучевоспринимающая поверхность нагрева, м²;

T_{AT} – средняя температура тепловоспринимающей поверхности, К;

ε_{red} – приведенная степень черноты системы.

Если первое выражение показывает суммарное количество тепла от всех проявляемых механизмов внешнего теплообмена, то второе показывает вклад каждого из них, т. е. излучения и конвекции.

В трехходовых жаротрубных котлах в высокотемпературной зоне дымового тракта (топка, поворотная камера) воспринимается нагреваемой средой почти половина всего тепла, получаемого от сжигаемого топлива. Для котла тепловой мощностью 1,163 МВт примерное распределение поверхностей нагрева между топкой и конвективными газоходами находится в соотношении 1 : 3,7 (см. таблицу).

В этом случае возрастание конвективной поверхности вызвано главным образом двумя факторами:

- уменьшением температурного напора продуктов сгорания (ΔT);
- сменой механизма передачи тепла (тепловое излучение сменяется конвекцией) [3].

Особенность конструкции топки промышленного парового прямоточного

котла с поверхностями нагрева из плотно сжатых винтовых змеевиков, представляющей замкнутый объем, приводит к увеличению коэффициента сохранения тепла ($\varphi \approx 1,0$), возрастанию лучевоспринимающей поверхности H_{sen} (за счет кривизны трубы витков), степени черноты впадин между витками.

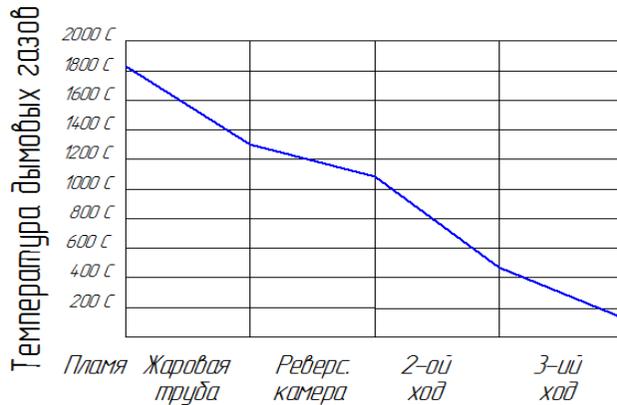


Рис. 1. Типовое распределение тепловой нагрузки по дымовому тракту парового жаротрубного котла

Распределение тепловой нагрузки по дымовому тракту парового жаротрубного котла

Компонент	Выходная температура, °C	Теплообмен, кВт	Нагреваемая поверхность	
			м ²	%
Пламя	1836			
Жаровая труба	1278	405	5,0	34,9
Реверсивная камера	1121	134	1,5	11,6
2-й ход	475	444	11,0	38,3
3-ий ход	192	177	13,0	15,25
Сумма		1160	30,5	100,06

Таким образом, количество тепла, переданное топке излучением, определится по формуле

$$Q_{rad} = \sigma_0 \cdot \varepsilon_{red} \cdot \left[\left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 \right] \cdot H_{sen}. \quad (3)$$

Из трех отмеченных факторов, вызывающих увеличение доли тепловой энергии, переданной излучением в винтовой топке, наибольшую роль играют конструктивные, такие как коэффициент сохранения тепла, увеличение лучевоспринимающей поверхности за счет ее кривизны при плотном сжатии витков змеевиковой трубы, сплошного экранирования топочного пространства, когда степень экранирования $\psi = 1$ [4].

Следовательно, из трех факторов, приведенных выше, наиболее существенны для топки из плотно сжатых витков винтового змеевика два – увеличение коэффициента сохранения тепла и возрастание лучевоспринимающей поверхности топки за счет кривизны, создаваемой сжатыми витками, – на той же длине гладкой жаровой трубы нагреваемая поверхность возрастает в 1,57 раза. Повышение

степени черноты межвитковых впадин оказывает меньшее влияние, и им можно пренебречь.

Работа топки из плотно сжатых витков винтового змеевика под наддувом позволяет интенсифицировать конвективный теплообмен в несколько раз по сравнению с гладкой трубой. Это обеспечивается турбулизацией потока продуктов сгорания путем пульсирующего вдува газа в воздушный поток в случае применения газовых горелок типа ГСАУ.

Такое увеличение суммарного теплосъема с одного квадратного метра поверхности теплообмена позволяет в среднем снизить температуру уходящих дымовых газов на выходе из топки до 950–960 °С.

Таким образом, с учетом поправки тепловой поток излучением согласно (3) составит

$$q_{rad} = \sigma_0 \cdot \varepsilon'_{red} \left[\left(\frac{T_{\Gamma}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{AT}}{100} \right)^4 \right], \quad (4)$$

где

$$\varepsilon'_{red} = \frac{\varepsilon_g \cdot \varepsilon_p}{\varepsilon_g + \varepsilon_p - \varepsilon_g \cdot \varepsilon_p}. \quad (5)$$

С другой стороны, количество тепла, переданного от факела лучевоспринимающей поверхности, пропорционально величине этой поверхности, которая представляет собой цилиндрический канал из плотно сжатых витков змеевика.

Для гладкой жаровой трубы длина топки определяется по принятой величине теплового напряжения топочного объема. При той же длине топки выполнение ее из витков плотно сжатого змеевика дает возможность увеличить поверхность нагрева в $\frac{\pi}{2}$ раза.

Так как топка прямоточного котла представляет собой замкнутый объем, охлаждаемой водой, то степень экранирования топки ψ будет иметь максимальное значение $-\psi \approx 1,0$, т. е. $N_{sen} \approx F_{at}$.

Для сравнения, конвективные поверхности промышленных котлов дымогарного типа выполняются из труб, в которых движутся продукты сгорания. Продольное обтекание поверхности нагрева не дает высоких коэффициентов теплоотдачи, но, с другой стороны, имеет место меньшее гидравлическое сопротивление. Конструктивное исполнение такого котла позволяет разместить пучки труб в рабочем водяном объеме котла. Современные жаротрубные котлы, работающие под наддувом, обеспечивают необходимый теплосъем за счет развития поверхности нагрева, главным образом за счет увеличения длины дымогарных труб и их числа, а также турбулентного режима движения дымовых газов.

Для наиболее характерных стационарных случаев конвективного теплообмена уравнение подобия для коэффициента теплоотдачи при вынужденном движении имеет вид [4]

$$Nu = f(Re, Pr). \quad (6)$$

Комбинация критериев Nu , Re , Pr может быть представлена в виде числа Стентона [2]:

$$St = Nu/(Re.Pr) = f(Re, k_s/D, Pr). \quad (7)$$

Таким образом, для оценки эффективности конвективного теплообмена в шероховатом канале необходимо экспериментально определить коэффициент аэродинамического сопротивления трению.

В переходной области критерий Рейнольдса $Re_{num} < Re < 5 \cdot 10^4$, течение является неустойчивым и любое, даже малое возмущение приводит к возникновению турбулентного режима.

При конвективном теплообмене газообразных теплоносителей со стенкой критерий Прандтля менее единицы – в продуктах сгорания природного газа в зависимости от их температуры критерий Прандтля Pr с ростом температуры газов падает от 0,72 при $t = 0$ °С до 0,534 при $t = 1600$ °С. Такое значительное изменение критерия Прандтля Pr может иметь место в топках котлов, огневых подогревателях жидкостей, работающих на газовом или жидком топливе.

Проанализируем влияние комплекса факторов на теплообмен в шероховатой трубе при турбулентном движении продуктов сгорания.

Для гладких труб критериальное уравнение теплообмена имеет вид [4]

$$Nu = 0,021 \cdot Re_w^{0,8} \cdot Pr_w^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_{rf}}{Pr_{rw}} \right)^{0,25} \cdot \lambda_{rough} \quad (8)$$

(подстрочные индексы f и w относятся соответственно к потоку и поверхности трубы), где λ_{rough} – поправка на шероховатость шероховатой трубы.

На интенсивность конвективного теплообмена влияет размер вихрей, зависящий от высоты выступа.

Цилиндрический канал, образованный плотно сжатыми змеевиками из стальной трубы, представляет собой канал со сплошной шероховатостью, при которой увеличение теплообмена происходит за счет развития поверхности. При сплошной шероховатости сохраняется безотрывное движение потока, а развитие вихреобразование отсутствует.

При турбулентном режиме движения газов в гладких трубах коэффициент сопротивления трению определяется по закону Блазиуса [4]:

$$\xi_{st} = 0,3164 / Re^{0,25}, \quad (9)$$

где величина ξ_{st} зависит от критерия Рейнольдса ($Re > 10^5$), при сплошной шероховатости гидравлическое сопротивление снижается.

Метод приближенного расчета теплоотдачи на основе гидравлической теории не связан с решением дифференциальных уравнений, что значительно упрощает решение прикладных технических задач с достаточной точностью.

Теплоотдача в прямых гладких трубах описывается выражением

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43}. \quad (10)$$

Формула (10) применима в диапазоне области критериев $Re = (4 \cdot 10^3 \div 5 \cdot 10^6)$, $Pr = (0,5 \div 5 \cdot 10^3)$ при постоянных свойствах теплоносителя.

Предположим, что при переходе от гладких труб к шероховатым при прочих равных условиях изменение числа Нуссельта зависит только от состояния поверхности нагрева.

Запишем выражения для определения критерия Нуссельта для гладких

и шероховатых труб:

$$Nu_{st} = \frac{\xi_{st}}{8} \cdot \frac{Re \cdot Pr}{1 + \frac{900}{Re} + 12.7 \cdot (Pr^{2/3} - 1) \sqrt{\frac{\xi_{st}}{8}}}; \quad (11)$$

$$Nu_r = \frac{\xi_r}{8} \cdot \frac{Re \cdot Pr}{1 + \frac{900}{Re} + 12.7 \cdot (Pr^{2/3} - 1) \sqrt{\frac{\xi_r}{8}}}. \quad (12)$$

Согласно основным теоретическим положениям $Nu_r > Nu_{st}$. Поделим второе выражение на первое и, произведя некоторую перегруппировку членов, получим выражение вида

$$\frac{Nu_r}{Nu_{st}} = \frac{\xi_r}{\xi_{st}} \cdot \frac{A + B \sqrt{\xi_r}}{A + B \sqrt{\xi_{st}}}, \quad (13)$$

где $A = (1 + 900/Re)$, $B = 12.7(Pr^* - 1)$.

Для турбулентного потока $A > 1,0$, а для продуктов сгорания природного газа $B < 0$, таким образом, комплекс $\frac{A + B \sqrt{\xi_{st}}}{A + B \sqrt{\xi_r}}$ всегда больше единицы, т. е. число

Нуссельта Nu для шероховатого канала больше, чем для гладкого.

Комплекс A определяется режимом движения потока и физическими свойствами теплоносителя, комплекс B зависит от теплофизических свойств теплоносителя (теплоемкости, плотности, теплопроводности), т. е. свойств, определяющихся температурой потока.

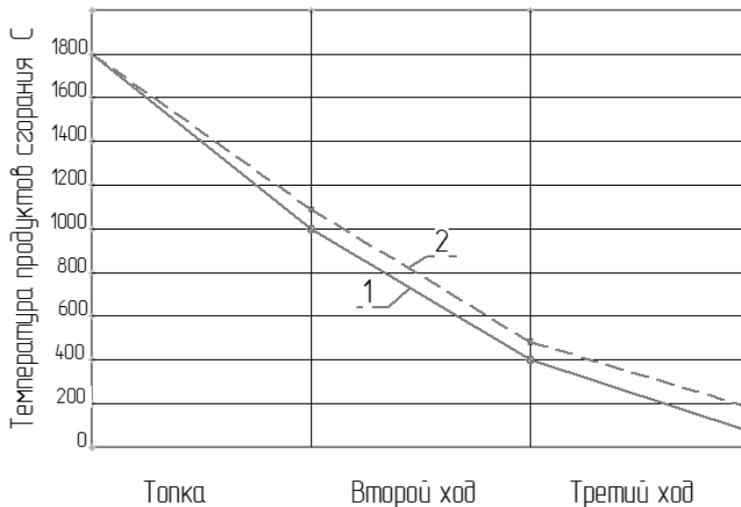


Рис. 2. Изменение температуры продуктов сгорания вдоль дымового тракта:
1 — прямоточный котел; 2 — жаротрубный котел

Таким образом, выявлено влияние шероховатости канала на конвективный теплообмен, численное значение которого определяется коэффициентом гидрав-

лического трения, полученным опытным путем.

Для измерения температуры продуктов сгорания на выходе из топок, а также на входе и выходе из второго и третьего ходов использовалась водоохлаждаемая хромель-алюмелевая термопара. Измеренные в процессе тепловых испытаний температуры газов сравнивались с результатами теплового расчета трехходового жаротрубного парового котла, выполненного по рекомендованным методикам [5].

Как показали сравнительные испытания, имеются существенные различия в распределении температуры продуктов сгорания в сходственных сечениях котлов. Температура продуктов сгорания на выходе из топки прямоточного котла на 35–50 °С ниже, чем у жаротрубного, после второго хода на 30–40 °С, что обеспечило снижение температуры уходящих газов до величин, близких к рекомендованным для котлов, работающих на природном газе (120 °С) (рис. 2).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пат. 2515877 РФ Промышленный прямоточный парогенератор / Щелоков А.И., Шульц Л.Г., Жирнов А.Л.; заявитель и патентообладатель Самар. гос. техн. ун-т. – 20.05.2014.
2. *Бадагуев Б.Т.* Паровые и водогрейные котлы. Безопасность при эксплуатации. Приказы, инструкции, журналы, положения. – М.: Альфа-пресс, 2010. – 200 с.
3. *Гуляев В.* Теплотехника. – М.: Профессия, 2009. – 352 с.
4. Теплотехнический справочник: Учеб. пособие для вузов: в 2 т. Т. 1 // Под общ. ред. С.Г. Герасимова и др. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1957. – 728 с.
5. Патент 2059928 РФ Газогорелочная система / Щелоков А.И., Богомолов В.А.; заявитель и патентообладатель Самарский политехнический институт им. В.В. Куйбышева. – 10.05.1996.

Статья поступила в редакцию 25 февраля 2018 г.

COMPLEX HEAT EXCHANGE FEATURES IN ONCE-THROUGH STEAM GENERATOR'S SCREW-SHAPED FIREBOX

A.I. Shchelokov, I.V. Makarov, Y.I. Rakhimova

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. *The paper deals with features of a complex heat exchange in screwshaped coil heating surfaces of once-through steam generator. To clarify design characteristics that provide mg augmentation, investigation of factors that affect boiler's technical characteristics is carried out. It should be pointed out, that a great contribution to mg augmentation of complex heat exchange is caused by imperforated heating surface roughnesses, heating surface curvature, creating flow turbulence of the combustion gases based on aerodynamic flow orificing by impacted laps of coil. That leads to increasing of industrial safety and reduction of boiler's gabarit and weight in comparison with triple-pass boilers.*

Keywords: *once-through steam generator, mg augmentation, heat exchange, imperforated. heating surface roughnesses, impacted laps of coil.*

Annatoly I. Shchelokov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.

Ivan V. Makarov, Assistant.

Yuliya I. Rakhimova (Ph.D. (Pedag.)), Associate Professor.