

## Информатика, вычислительная техника и управление

УДК 544.725

### МОДЕЛИРОВАНИЕ МАССОПЕРЕНОСА В МИКРОПОРИСТЫХ СИСТЕМАХ С УЧЕТОМ ПРОЦЕССОВ ФИЗИЧЕСКОЙ АДсорбЦИИ МЕТОДОМ КЛАССИЧЕСКОЙ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

*А.Н. Агафонов<sup>1</sup>, А.В. Еремин<sup>1</sup>, С.Б. Коньгин<sup>2</sup>, В.И. Платонов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва  
Россия, 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34

<sup>2</sup> Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассмотрены вопросы моделирования массопереноса в микропористых системах с учетом процессов физической адсорбции. Для проведения моделирования использован метод классической молекулярной динамики. В качестве модельной системы выбрана единичная бесконечная цилиндрическая пора с периодическим рельефом и потенциалом стенок Леннард-Джонса 5-10. В результате моделирования были получены пространственные распределения частиц пробы по объему поры в различные моменты времени и при различных граничных условиях. Также было показано влияние параметров потенциальной ямы стенки поры на кинетику протекающих в поре процессов адсорбции и массопереноса вдоль продольной оси. Кроме того, были получены распределения частиц по кинетическим энергиям без учета гетерогенности системы.*

**Ключевые слова:** микропора, массоперенос, адсорбция, метод молекулярной динамики.

Современные технологии позволяют создавать устройства, работа которых определяется физико-химическими процессами, протекающими в микро- и мезоразмерных структурах [1]. К данным устройствам могут быть отнесены, например, современные сенсоры, микрофлюидные устройства, катализаторы и т. д. В этой связи актуальной является задача комплексного моделирования процессов переноса на микро- и мезоуровнях с учетом адсорбционных явлений.

Традиционные подходы для моделирования адсорбционных процессов (изотермы адсорбции) и процессов массопереноса (например, уравнение Навье-Стокса) имеют существенные ограничения при описании процессов в микро- и мезосистемах.

Следовательно, для решения указанной задачи необходимо использование других подходов, в первую очередь имитационных методов моделирования [2].

---

*Андрей Николаевич Агафонов (к.т.н.), доцент кафедры «Наноинженерия».*

*Анатолий Викторович Еремин, студент.*

*Сергей Борисович Коньгин (д.т.н.), заведующий кафедрой «Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств».*

*Владимир Игоревич Платонов (к.х.н.), ассистент кафедры «Химия».*

Данная работа посвящена исследованию возможности использования метода классической молекулярной динамики [3] для комплексного описания процессов массопереноса в микро- и нанопористых системах с учетом влияния адсорбции. Основными достоинствами выбранного метода применительно к указанной задаче являются: прямое имитационное моделирование, возможность учета влияния геометрии систем, пор и формы потенциала «поверхность-частица», возможность задания различных начальных и граничных условий, возможность моделирования многокомпонентных сред. К недостаткам можно отнести сравнительно большой объем вычислений, ограниченность по пространственным и временным масштабам, ограничение максимальной скорости моделируемых частиц [4].

В качестве модельного процесса выбрана газофазная диффузия из ограниченного источника в условиях единичной адсорбирующей цилиндрической микropоры бесконечной длины (рис. 1).

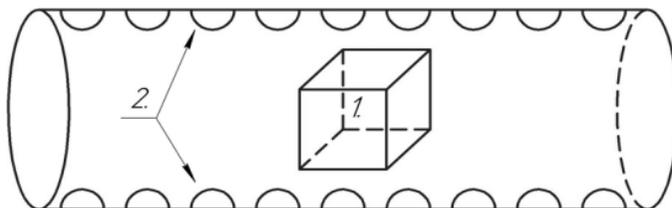


Рис. 1. Геометрия модели:

1 – исходный объем газа; 2 – условные элементы рельефа поверхности

При моделировании были приняты следующие допущения:

- периодический рельеф стенок;
- абсолютно упругие соударения частиц газовой фазы;
- отсутствие теплообмена со стенками;
- не рассматриваются процессы вращения и поляризации частиц.

Моделируемая система содержит 4096 частиц в газовой фазе со средней энергией, соответствующей температуре 300 К. Начальный объем пробы равен  $512 \text{ nm}^3$ , причем частицы распределены в нем равномерно. Взаимодействие со стенками описывается потенциалом Леннарда-Джонса 5-10 [4, 5].

При определении концентрационных параметров системы продольная ось поры разбивалась на равные интервалы (5 нм) и вычислялось среднее значение количества частиц в каждом интервале. При обработке результатов моделирования использовался подсчет среднего по пяти экспериментам в каждом опыте.

В первом опыте исследовалась кинетика распространения пробы по объему поры. Профили пространственного распределения частиц в разные моменты времени представлены на рис. 2.

Полученные результаты на качественном уровне согласуются с известными из литературы результатами решения уравнения массопереноса в узком канале [6].

Во втором опыте исследовалось влияние потенциала стенки на пространственное распределение частиц пробы. Результаты моделирования представлены на рис. 3.

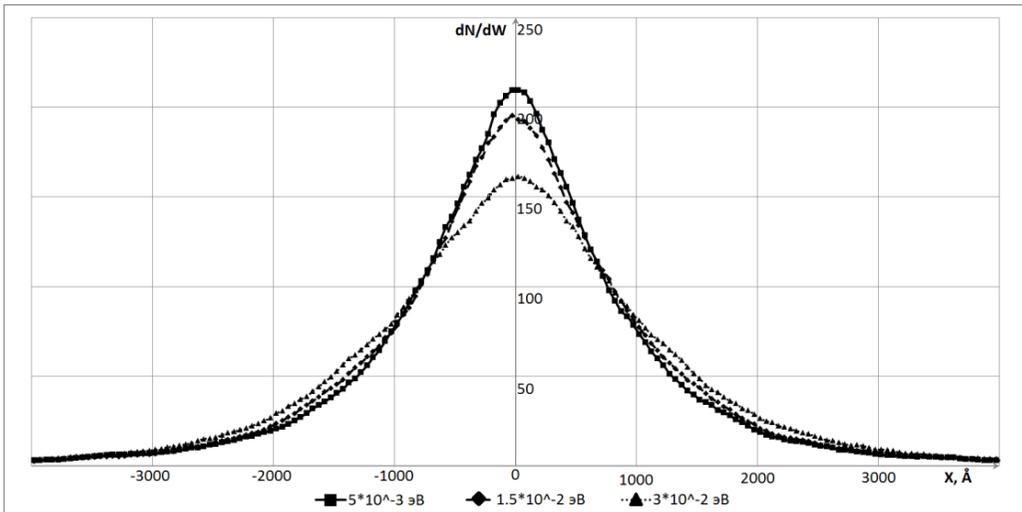


Рис. 2. Пространственное распределение частиц пробы по объему поры в различные моменты времени

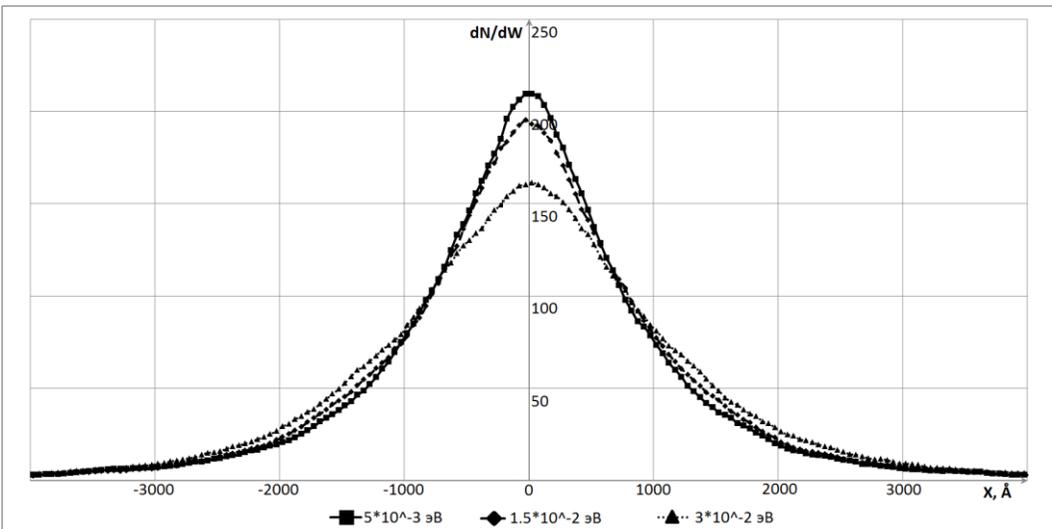


Рис. 3. Пространственное распределение частиц пробы в момент времени 1000 пс при различных глубинах потенциальной ямы у стенок поры (на рисунке показаны центральные части распределений)

Показанные на рис. 3 пики имеют одинаковую площадь, что связано с одинаковым общим количеством частиц в системе. Выявленные отличия в форме кривых, по мнению авторов, могут быть объяснены тем, что увеличение глубины потенциальной ямы приводит к более интенсивной адсорбции «холодных частиц», что исключает их из энергообмена в газовой фазе. Увеличение количества адсорбированных «холодных» частиц приводит к повышению средней кинетической энергии частиц газовой фазы и к ускоренному размытию концентрационного пика.

В третьем опыте исследовалось распределение частиц пробы по энергиям. Результаты моделирования приведены на рис. 4.

Полученные в результате моделирования распределения существенно отличаются от распределения Максвелла. Полученный вид зависимостей может быть объяснен тем, что обработка результатов моделирования велась без учета гетерогенности системы (адсорбированные частицы не исключались из обработки), а также тем, что моделируемая система открыта и далека от равновесного состояния.

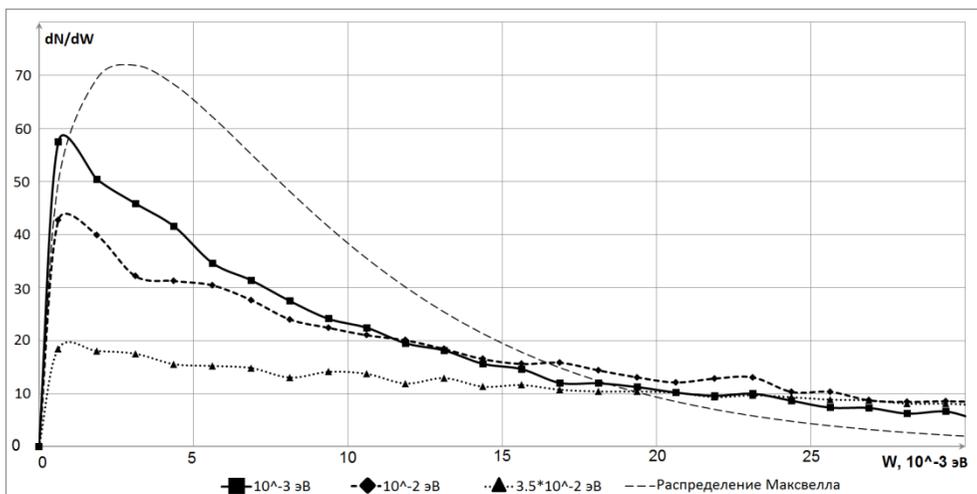


Рис. 4. Распределение частиц пробы по кинетической энергии в момент времени 1000 пс при различных глубинах потенциальной ямы у стенок поры

Для более точного учета вклада различных действующих факторов необходимо более подробное численное исследование представленной системы, что выходит за рамки данной работы.

Тем не менее полученные результаты моделирования позволяют предположить, что использованный в данной работе подход к моделированию процессов массопереноса в микро- и нанопористых системах может быть использован для моделирования комплексных процессов, демонстрирующих сложное поведение на макроуровне.

В дальнейшем авторы предполагают развивать предложенный подход в сторону увеличения количества частиц и времени моделирования, в частности за счет использования технологии параллельных вычислений, что позволит приблизиться к решению практически важных задач.

### Основные результаты:

1. Показана возможность использования метода молекулярной динамики для моделирования физико-химических процессов в микропористых системах (до единиц  $\text{мкм}^3$ ) на временах до  $10^{-6}$  секунд с использованием персонального компьютера.

2. Показана возможность использования предложенного подхода для моделирования процессов массопереноса с учетом адсорбционных процессов в микропористых системах.

3. Предложенный подход к моделированию физико-химических процессов в

микропористых системах при выбранных допущениях демонстрирует согласие на качественном уровне с известными из литературы данными.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ohira S., Toda K.* Micro gas analyzers for environmental and medical applications // *Analytical chemistry* – 2008. V. 612 – p. 143-156.
2. *Товбин Ю.К.* Молекулярная теория адсорбции в пористых телах. – М.: Физматлит, 2013. – 624 с.
3. Метод молекулярной динамики в физической химии / Под ред. Ю.К. Товбина. М.: Наука, 1996.
4. *Rapaport D.C.* The art of molecular dynamics simulation. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2004.
5. *Frenkel D., Smit B.* Understanding Molecular Simulation. From Algorithms to Applications. San Diego, Academic Press, 2002.
6. *Долгонос А.М.* Неспецифическая селективность в проблеме моделирования высокоэффективной хроматографии. – М.: Либроком, 2013. – 256 с.

*Статья поступила в редакцию 16 июня 2015 г.*

## MODELLING OF MASSTRANSPORT WITH PHYSICAL ADSORPTION IN MICROPORE SYSTEMS BY MOLECULAR DYNAMICS SIMULATION

*A.N. Agafonov<sup>1</sup>, A.V. Eryomin<sup>1</sup>, S.B. Konygin<sup>2</sup>, V.I. Platonov<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> S.P. Korolyov Samara State Aerospace University  
34, Moskovskoye sh., Samara, 443086, Russian Federation

<sup>2</sup> Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*This paper concerns the modelling of physical adsorption and masstransport processes in micropore systems by means of molecular dynamics (MD) simulation. An individual infinite-tube shape periodical-texture 3D pore with the 5-10 LJ potential of the walls was chosen as an example system. The spatial distributions of the sample particles in various timepoints and under various boundary conditions were obtained as a result of the modelling. In addition, the influence of the potential well parameters on the kinetics of the lengthwise adsorption and masstransport processes was shown. Besides, another result of the modelling is kinetic energy distributions without taking into account the effect of the system heterogeneity.*

**Keywords:** micropore, masstransport, adsorption, molecular dynamics.

---

*Andrey N. Agafonov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*

*Anatoly V. Eryomin, Student.*

*Sergey B. Konygin (Dr. Sci. (Techn.)), Professor, Head of Department.*

*Vladimir I. Platonov (Ph.D (Chem.)), Assistant.*

УДК 681.5.013

## УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫМ ПОЛЕМ СТРЕЖНЯ С ПОМОЩЬЮ НЕЧЁТКОГО МОДАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА\*

*И.А. Данилушкин*Самарский государственный технический университет  
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассматривается типовая задача технологической теплофизики – формирование заданного температурного распределения по длине стержня при неизвестных тепловых потерях с боковой поверхности. Задача рассматривается в одномерной постановке. Для формирования управляющего воздействия используется модальное представление объекта управления. Формирование управляющего воздействия осуществляется за счёт использования функции принадлежности нечёткого вывода регулятора, определённой на области распределения внутренних теплоисточников. Значение функции принадлежности в каждой точке выступает в роли коэффициента пропорциональности мощности источников тепла. Получены результаты вычислительных экспериментов, показана работоспособность системы.*

**Ключевые слова:** *объект с распределёнными параметрами, система модального управления, нечёткий регулятор, функция принадлежности, нечёткий вывод, распределённое управляющее воздействие*

В работе [1] рассматривается способ построения системы модального управления с помощью нечёткого регулятора. При этом база правил нечёткого регулятора составлена с помощью лингвистического описания поведения температурного распределения объекта, основанного на модальном представлении. Разложение пространственно распределённого сигнала отклонения температурного поля от желаемого по собственным функциям уравнения теплопроводности позволяет анализировать значения весовых коэффициентов при собственных функциях уравнения, наделяя их некоторой смысловой нагрузкой. Так значение нулевой моды отклонения  $\hat{e}_0(t)$  трактуется как величина отклонения среднего значения температуры от заданного [1]. Значение первой моды  $\hat{e}_1(t)$  описывает отклонение от заданного перепада температуры между левым и правым концами стержня. Значение второй моды  $\hat{e}_2(t)$  позволяет определить перегрев или недогрев середины стержня по сравнению с его концами.

Структура системы модального регулятора, предложенная в [1], представлена на рис. 1. Для формирования распределённого сигнала отклонения  $e(x,t)$  текущее состояние распределённого сигнала  $Q(x,t)$  вычитается из желаемого  $Q^*(x,t)$ . Модальный анализатор обеспечивает расчёт вектора временных мод отклонения  $\mathbf{e}(t)$ , который, пройдя через блок-ограничитель, поступает на блок фаззификации. Значения функций принадлежности, рассчитанные в этом блоке используются для определения степени активации правил, формирующих нечёткий вывод регулятора. Функция принадлежности нечёткого вывода трактуется как распределённый управляющий сигнал.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 14-08-00446-а.

Иван Александрович Данилушкин (к.т.н.), доцент кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

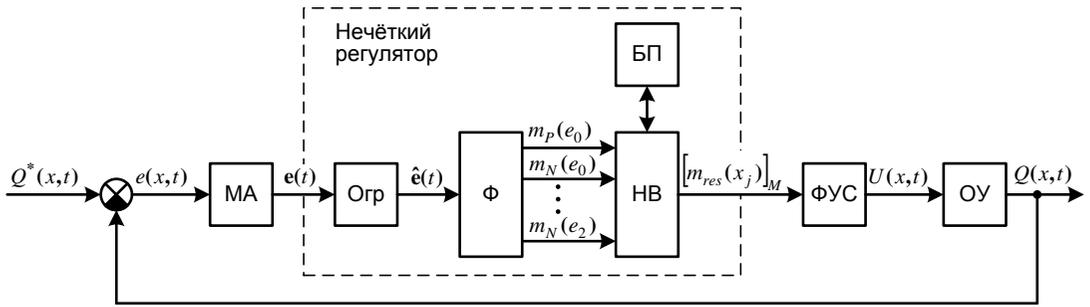


Рис. 1. Структура нечеткого регулятора на базе модального представления объекта:  
 МА – модальный анализатор; Огр – ограничитель входных сигналов; Ф – фаззификация;  
 НВ – нечёткий вывод; БП – база правил; ФУС – формирование управляющего сигнала;  
 ОУ – объект управления

В настоящей работе обсуждаются результаты компьютерного моделирования системы автоматического управления, реализованной предложенным способом. В качестве объекта управления выступает стальной стержень с изолированными торцами. Теплотери с боковой поверхности происходят за счёт конвективного теплообмена с окружающей средой и ведут себя аналогично граничным условиям третьего рода [2].

Математическая модель объекта задана уравнением

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2} + \beta \cdot Q(x,t) + U(x,t), \quad x_L < x < x_R, \quad t > 0, \quad a, \beta = const, \quad (1)$$

с однородными граничными условиями второго рода

$$\frac{\partial Q(x_L,t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial Q(x_R,t)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

и начальным распределением температуры

$$Q(x,0) = 0, \quad (3)$$

собственные функции уравнения имеют выражения [3]

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{x_R - x_L}}, \quad \varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{x_R - x_L}} \cos \frac{n\pi(x - x_L)}{x_R - x_L}, \quad n \in \{1, 2, \dots\}. \quad (4)$$

Потери с торцов стержня пренебрежимо малы. Потери с боковой поверхности стержня учитываются слагаемым  $\beta \cdot Q(x,t)$ ,  $U(x,t)$  – распределение теплоисточников, за счёт которого осуществляется управление температурным полем,  $a = \lambda/c\gamma$  – коэффициент температуропроводности, зависящий от физических свойств материала: теплопроводности, теплоёмкости и плотности соответственно.

Длина стержня – 1 метр,  $x_L = 0$ ,  $x_R = 1$ , физические свойства материала приняты равными  $\lambda = 47$  Вт/(м·К),  $c = 462$  Дж/(кг·К),  $\gamma = 7800$  кг/м<sup>3</sup>. Приведённый коэффициент теплоотдачи рассчитан исходя из коэффициента теплоотдачи стали  $\alpha = 46$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) и площади поверхности стержня диаметром  $d=0.01$  м.

Распределение мощности теплоисточников по длине стержня задаётся в семи точках, расположенных с равными интервалами в диапазоне  $[x_L, x_R]$ . Распределение  $U(x,t)$  рассчитывается с помощью линейной интерполяции [4, 5]. Сигнал с выхода регулятора изменяется в диапазоне от нуля до единицы, максимальная мощность нагревателя – 2 кВт.

Исследование системы управления выполнено в среде численного моделирования нелинейных динамических систем. Температурное распределение на выходе объекта рассчитывалось в 13 точках, при расчёте учтены первые 11 мод модального представления объекта. Расчёт мод рассогласование температурного поля стержня и заданного температурного распределения осуществляется в трех точках – по краям стержня и в центре. Желаемое температурное распределение также задано в этих точках. Для работы нечёткого регулятора используются первые три моды сигнала рассогласования.

База правил нечёткого регулятора представлена в табл. 1–3 [1]. В качестве терм выходной лингвистической переменной используются команды на включение нагревателя в семи точках, равномерно распределённых по области  $[x_L, x_R]$ . Агрегация всех активированных выводов нечёткой базы правил осуществляется по методу логического сложения [6, 7]. Фаззификация входных переменных осуществляется по формулам

$$m_P(\hat{e}_j) = \min(\max(0.5 \cdot \hat{e}_j + 0.5, 0), 1), \quad m_N(\hat{e}_j) = 1 - m_P(\hat{e}_j), \quad j \in \{1, 2, 3\}. \quad (5)$$

Таблица 1

База правил нечёткого регулятора для  $\hat{e}_0(t)$

		B						
$\hat{e}_0(t)$	P	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$B_7$
	N	–	–	–	–	–	–	–

Таблица 2

База правил нечёткого регулятора для  $\hat{e}_1(t)$

		B						
$\hat{e}_1(t)$	P	$B_1$	$B_2$	–	–	–	–	–
	N	–	–	–	–	–	$B_6$	$B_7$

Таблица 3

База правил нечёткого регулятора для  $\hat{e}_2(t)$

		B						
$\hat{e}_2(t)$	P	$B_1$	$B_2$	–	–	–	$B_6$	$B_7$
	N	–	–	$B_3$	$B_4$	$B_5$	–	–

Предложенный в [1] подход потребовал некоторой коррекции: при анализе таблиц 1–3, с учётом выражений (5), видно, что при нулевых значениях ошибок, правила будут активизированы на 0,5. Поэтому первоначальный диапазон изменения сигнала на выходе нечёткого регулятора  $[0, 1]$  был отмасштабирован на диапазон  $[-1, 1]$ , но при этом сохранилось ограничение на диапазон изменения сигнала на выходе регулятора –  $[0, 1]$ .

Результаты моделирования системы управления представлены на рис. 2. По оси абсцисс откладывается время, по оси ординат – координата точки по длине стержня. На графике показаны изотермы в градусах Цельсия. Объект находился в установившемся режиме: температура в точках  $\mathbf{x} = \|0 \ 0,5 \ 1\|^T$  поддерживалась на уровне  $\Theta^* = \|90 \ 95 \ 95\|^T$ . В момент времени  $t=10$  с, задание было изменено на  $\Theta^* = \|105 \ 100 \ 90\|^T$ .

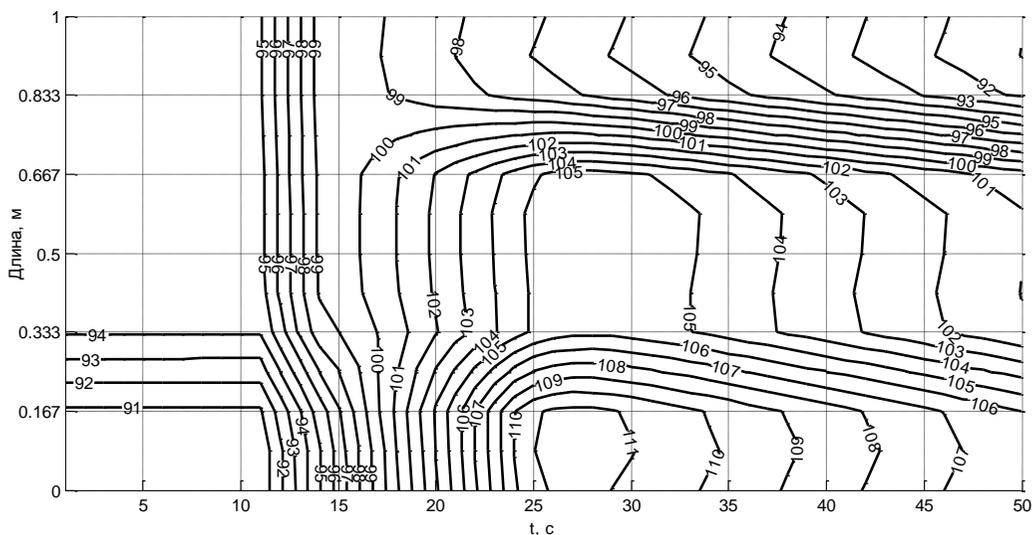


Рис. 2. Изменение температурного поля во времени

Анализ переходного процесса позволяет сделать вывод о работоспособности регулятора: объект переведён из начального состояния в заданное конечное. Переходный процесс сопровождается перерегулированием, которое связано с неравномерностью влияния значения мод на процесс управления. Фактически, под влиянием правил для нулевой моды, регулятор сначала доводит объект до заданной средней температуры, и только затем начинают действовать правила, обеспечивающие заданный температурный перепад по длине стержня. Дальнейшие исследования регулятора могут быть направлены на оптимизацию весовых коэффициентов на входе блока фазсификации, либо при вычислении нечёткого вывода.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Данилушкин И.А. Формирование распределённого управляющего воздействия на базе нечёткого вывода // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». Выпуск №2(38)–2013: Самара: СамГТУ, 2013. С. 171–177.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
3. Бутковский А.Г. Структурная теория распределённых систем. – М., Наука, 1977.– 320 с.
4. Данилушкин И.А. Применение сплайн-интерполяции пространственного распределения в численно-аналитических моделях теплообмена// Информационные, измерительные и управляющие системы (ИИУС-2012): Материалы III Международной научно-технической конференции. 29-31 мая 2012 г. Самар. гос. техн. ун-т. – Самара, 2012. – С. 13–16.
5. Данилушкин И.А., Гусева М.А. Численно-аналитическое моделирование систем с распределёнными параметрами// Мехатроника, автоматизация, управление, №8(137). М.: «Новые технологии», 2012. С. 48–52.
6. Методы робастного, нейро-нечёткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. Н.Д. Егунова.– М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
7. Пегат А. Нечёткое моделирование и управление [Текст] / А. Пегат; пер. с англ. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011.– 798 с.

Статья поступила в редакцию 10 декабря 2014 г.

# CONTROL OF THERMAL FIELD OF ROD WITH FUZZY MODAL CONTROLLER

*I.A. Danilushkin*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*The paper deals with a typical problem of thermophysics process - the formation of a given temperature distribution along the length of the rod with unknown heat losses from the lateral surface. The problem is considered in one-dimensional formulation. The modal representation of the object management is used to generate the control action. Formation of the control action is carried out by using the membership function of the fuzzy controller output, defined on the distribution range of internal heat sources. The value of membership function at each point plays the role of the proportional coefficient for the power sources of heat. The results of computational experiments show the system efficiency.*

**Keywords:** *distributed parameters plant, modal control system, fuzzy logic controller, membership function, fuzzy logic conclusion, distributed parameter control.*

УДК 681.5.015

**МЕТОД ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ГРАНИЧНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ФИЛЬТРАЦИЕЙ ВОЗМУЩЕНИЙ\****А.Н. Дилигенская*Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассматривается решение граничной обратной задачи теплопроводности по восстановлению плотности теплового потока на основе метода минимаксной оптимизации в случае возмущенных исходных данных при использовании предварительного сглаживания с помощью сглаживающего кубического сплайна. Решение сводится к решению задачи параметрической оптимизации, обеспечивающей минимизацию невязки между полученным аппроксимирующим сплайном и точным решением прямой задачи теплопроводности, соответствующим искомой характеристике. Исследован характер конфигурации погрешности аппроксимации искомой характеристики при изменении интенсивности возмущающего воздействия на допустимом диапазоне и при различной степени сглаживания сплайна. Показана возможность решения обратных задач теплопроводности на основе параметризации управляющих воздействий с применением предварительного сглаживания с помощью построения сглаживающих сплайнов при невысоком уровне помех.*

**Ключевые слова:** *граничная обратная задача теплопроводности, случайное возмущение, сглаживающий кубический сплайн, метод параметрической оптимизации, конфигурация погрешности аппроксимации температурного поля.*

Исследование сложных процессов теплопроводности, определение условий теплообмена, изучение теплофизических характеристик и свойств материалов может быть основано на решении обратных задач теплопроводности (ОЗТ). Постановка ОЗТ предусматривает определение параметров или характеристик тепловых процессов по полученным экспериментально реализациям температурного состояния объекта, в реальных условиях неизбежно содержащим случайные возмущения.

В общем случае ОЗТ являются некорректными задачами математической физики [1], неустойчивыми к малым отклонениям входных данных, при этом увеличение уровня возмущения ведет к уменьшению степени влияния искомой характеристики на измеряемую температуру, что, соответственно, повышает неустойчивость задачи и увеличивает погрешность восстановления искомого характеристик. В такой ситуации одним из эффективных способов улучшения качества идентификации является предварительное сглаживание исходных данных. Базовыми подходами к сглаживанию входной информации, позволяющими получить достаточно точные результаты, обладающие при этом необходимой гладкостью, являются метод регуляризации А.Н. Тихонова [2] и метод сглаживающих кубических сплайнов [3-5]. Также для сглаживания экспериментальных

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-08-06872 и проект № 14-08-00446).

Анна Николаевна Дилигенская (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

данных могут использоваться линейные комбинации полиномов [5], метод регрессии [6, 7] и некоторые другие подходы.

Для решения ОЗТ, сформулированных в экстремальной постановке, может быть применен метод параметрической оптимизации [8, 9], основанный на базовых закономерностях теории оптимального управления для объектов с распределенными параметрами (ОРП) [10]. Искомая характеристика рассматривается как оптимальное управляющее воздействие  $u$  объекта. Исходя из требований достаточной гладкости решений производится сужение их множества до класса физически реализуемых функций [1], что позволяет получить с помощью известных условий оптимальности ОРП параметрическое представление искомого управления с точностью до некоторого вектора параметров  $\Delta$  [9]. В большинстве физически обоснованных случаев поиск оптимального управления достаточно осуществлять в классе непрерывных и непрерывно-дифференцируемых на интервале  $\varphi \in [0, \varphi^0]$  идентификации функций  $u(\varphi) \in C^2[0, \varphi^0]$ , и в этом случае его параметрическое представление имеет вид кусочно-параболических зависимостей [9], характеризующихся числом  $n$  и длительностями знакопеременяющихся интервалов постоянства второй производной оптимального управляющего воздействия. Сужение множества решений до класса корректности соответствует естественной регуляризации и приводит к условно-корректной постановке задачи, обеспечивая тем самым редукцию исходной задачи к задаче параметрической оптимизации (ЗПО), рассматриваемой на замкнутом компактном множестве параметров [9].

Для решения полученной ЗПО используется специальный метод [11], основанный на альтернативных свойствах оптимальных решений, подобных свойствам наилучших равномерных приближений заданных функций к нулю. Этот метод фиксирует на заданном временном интервале идентификации знакопеременяющиеся минимаксные отклонения расчетных значений температуры  $\theta(x^*, \varphi, \Delta^0)$ , полученных в контролируемой точке  $x^*$  при оптимальном управлении  $u^*(\varphi, \Delta^0)$ , характеризующемся вектором параметров  $\Delta = \Delta^0$ , от наблюдаемых в этой точке температур  $\theta^*(\varphi)$ , и тем самым позволяет однозначно определить конфигурацию погрешности аппроксимации температурного состояния  $\theta(x^*, \varphi, \Delta^0) - \theta^*(\varphi)$ .

На основе указанных свойств возможно составить замкнутую относительно всех параметров  $\Delta^0$  оптимального процесса систему уравнений для предельных разностей температур  $\theta(x^*, \varphi_q^0, \Delta^0) - \theta^*(\varphi_q^0)$ , наблюдаемых в отдельные моменты времени  $\varphi_q^0, q = \overline{1, n+3}$ . Дальнейшее решение задачи численными методами позволяет получить оптимальные значения параметров  $\Delta^0$  процесса, однозначно задающие искомую характеристику  $u$  ОЗТ.

Данный метод был успешно применен для решения одномерных граничных ОЗТ [9], внутренних задач по определению мощности внутренних источников тепла или закона их пространственного распределения [12] и коэффициентных задач [13, 14] для тел канонической формы на основе точных экспериментальных данных о температурном распределении.

Принципиальной особенностью рассматриваемого подхода является задание формы кривой погрешности  $\theta(x^*, \varphi, \Delta^0) - \theta^*(\varphi)$  аппроксимации температурного поля, которая при оптимальных значениях вектора параметров  $\Delta = \Delta^0$  имеет од-

нозначный характер. Учет возмущающего воздействия даже небольшой интенсивности, незначительно влияющего на результирующее температурное состояние  $\theta^*(\varphi)$ , существенно искажает форму кривой разности  $\theta(x^*, \varphi, \Delta^0) - \theta^*(\varphi)$  модельного температурного распределения и заданного, когда величины  $\theta(x^*, \varphi, \Delta^0)$  и  $\theta^*(\varphi)$  имеют значения одного и того же или близких порядков. Их разность  $\theta(x^*, \varphi, \Delta^0) - \theta^*(\varphi)$  фактически нивелирует детерминированную составляющую, вызванную исследуемой характеристикой  $u$ , оставляя только случайное возмущение. Решение ОЗТ по определению параметров или характеристик тепловых процессов без применения специальных алгоритмов обработки входных данных в этом случае невозможно, и сама такая задача не имеет смысла.

В настоящей работе показана возможность применения метода минимаксной оптимизации на примере решения граничной обратной задачи теплопроводности по восстановлению плотности теплового потока  $q(\varphi)$  в случае возмущенных исходных данных при использовании предварительного сглаживания на основе аппроксимирующего (сглаживающего) кубического сплайна. Задача восстановления  $q(\varphi)$  на границе  $x=1$  решалась на примере линейного одномерного нестационарного уравнения теплопроводности в относительных единицах безразмерного времени (число Фурье)  $\varphi$  и пространственной координаты  $x \in [0, 1]$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta(x, \varphi)}{\partial \varphi} &= \frac{\partial^2 \theta(x, \varphi)}{\partial x^2}, & 0 < x < 1, & 0 < \varphi \leq \varphi^0; \\ \frac{\partial \theta(1, \varphi)}{\partial x} &= q(\varphi), \quad \frac{\partial \theta(0, \varphi)}{\partial x} = 0, & \varphi \in [0, \varphi^0]; & \theta(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 1] \end{aligned} \quad (1)$$

В качестве экспериментальных данных  $\theta^*(\varphi) = \theta^*(\varphi_i)$  рассматривались заданные на некоторой регулярной временной сетке  $\varphi = [\varphi_i], i = \overline{1, M}$  значения функции  $\theta^*(\varphi) = \theta^0(x^*, \varphi) + \delta \cdot rand$ , представляющие собой смесь решения  $\theta^0(x^*, \varphi)$  прямой задачи (1), полученного в некоторой фиксированной точке  $x^* \in [0, 1)$  при заданной входной характеристике  $q(\varphi) = q^0(\varphi)$ , и случайного возмущения. Моделирующие погрешность случайные величины статистически независимы и подчинены гауссовому распределению с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\delta^2$  (функция *rand* является генератором случайных чисел, распределенных по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией).

Требуется восстановить величину тепловых потерь  $u^*(\varphi) = q^*(\varphi)$ , минимизирующую невязку между сглаженной экспериментальной информацией  $\theta^*(\varphi)$  и точным решением  $\theta(x^*, \varphi)$  краевой задачи (1) соответствующим  $u^*(\varphi)$ .

Для фильтрации экспериментальных данных  $\theta^*(\varphi)$  использовались кубические сплайны  $S(\varphi) = S(\varphi | \theta_j)$ , получаемые на выборке  $\theta_j(\varphi)$  – наборе значений  $\theta(x, \varphi)$  в узлах сплайна  $\bar{\varphi}_j, j = \overline{1, N}, N \ll M$ . Каждый узел  $\bar{\varphi}_j$  совпадает с какой-нибудь точкой  $\varphi_i$ , причем  $\bar{\varphi}_1 = \varphi_1 = 0, \bar{\varphi}_N = \varphi_M = \varphi^0$ .

На каждом из отрезков  $[\bar{\varphi}_j, \bar{\varphi}_{j+1}]$ ,  $j = \overline{1, N-1}$  сплайн  $S(\varphi)$  является кубическим многочленом, определяется четырьмя коэффициентами и может быть представлен в виде

$$S(\varphi) = a_{j0} + a_{j1}(\varphi - \bar{\varphi}_j) + a_{j2}(\varphi - \bar{\varphi}_j)^2 + a_{j3}(\varphi - \bar{\varphi}_j)^3. \quad (2)$$

Коэффициенты сплайна находятся из условия минимума целевого функционала

$$J(S) = p \sum_{j=1}^N (\theta^*(\bar{\varphi}_j) - S(\bar{\varphi}_j))^2 + (1-p) \int_{\bar{\varphi}_1}^{\bar{\varphi}_N} (S''(\varphi))^2 d\varphi, \quad (3)$$

обеспечивающего компромисс между сглаживающими и интерполяционными свойствами сплайна за счет выбора сглаживающего параметра  $p \in [0,1]$ , и условия сопряжения звеньев сплайна, задающего непрерывность второй производной  $S''(\varphi)$  в его узлах [4]. Формулы для расчета коэффициентов приведены в [4].

После построения аппроксимирующего сплайна  $S(\varphi)$  решение граничной ОЗТ на основе метода параметрической оптимизации сводится к решению ЗПО

$$I_0(\Delta) = \max_{\varphi \in [0, \varphi^0]} |\theta(x^*, \varphi, \Delta) - S(\varphi)| \rightarrow \min_{\Delta \in G_{n+2}}, \quad (4)$$

в которой вектор параметров  $\Delta$  задан на замкнутом ограниченном множестве  $G_{n+2} : \Delta \in G_{n+2}$  [9, 12].

Расчетная замкнутая система уравнений для определения оптимальных значений  $\Delta^0 = (\Delta_k^0)$ ,  $k = n+2$  (при  $u(\varphi) \in C^2[0, \varphi^0]$ ) вектора параметров  $\Delta$  при заданном числе  $n$  принимает вид

$$\theta(x^*, \varphi_q^0, \Delta^0) - S(\varphi_q^0) = (-1)^{q+1} \beta I_0(\Delta^0), \quad q = \overline{1, n+3}; \beta = \pm 1; \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (\theta(x^*, \varphi_q^0, \Delta^0) - S(\varphi_q^0)) = 0. \quad (6)$$

С использованием предварительного сглаживания возмущенных исходных данных  $\theta^*(\varphi)$  на основе минимаксной оптимизации была решена граничная задача по восстановлению плотности теплового потока  $u(\varphi) = q(\varphi)$  в классе непрерывных и непрерывно-дифференцируемых на интервале  $[0, \varphi^0]$  функций при параметрическом представлении искомой характеристики в виде кусочно-параболической зависимости с числом  $n = 2$  интервалов постоянства  $u''(\varphi)$ . Заданное воздействие  $q^0(\varphi)$  носило экспоненциальный характер изменения во времени  $q^0(\varphi) = 1 - e^{-\beta\varphi}$ ;  $\beta = 2$ . Результаты восстановления граничного воздействия представлены на рис. 1, 2.

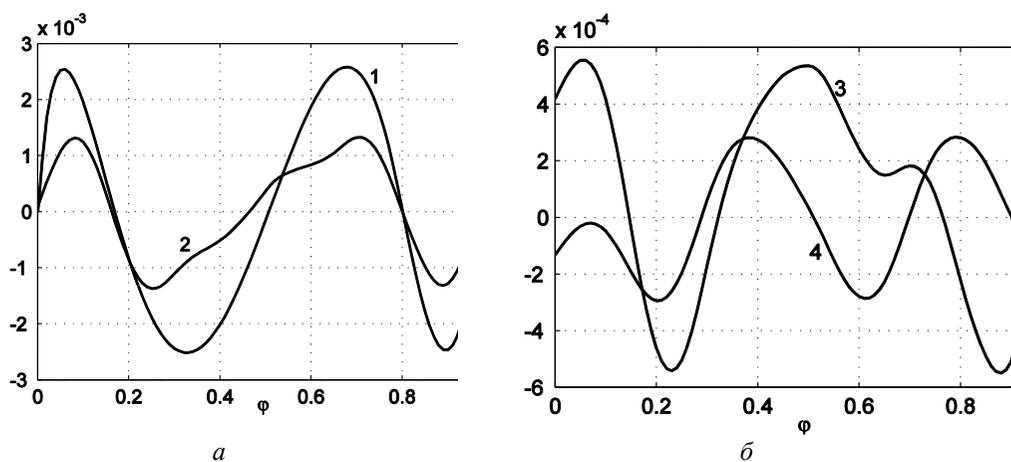


Рис. 1. Погрешность аппроксимации температурного поля

$$\varepsilon(\theta) = \frac{\theta(x^*, \varphi, \Delta^0) - S(\varphi)}{\theta_{\max}^0}, \%$$
 при  $\delta = 0$  (кривая 1),  $\delta = 0.5\%$  (кривая 2) (а),  $\delta = 1\%$  (кривая 3) и  $\delta = 2\%$  (кривая 4) (б);  $\theta_{\max}^0$  – максимальное значение исходного незашумленного температурного распределения

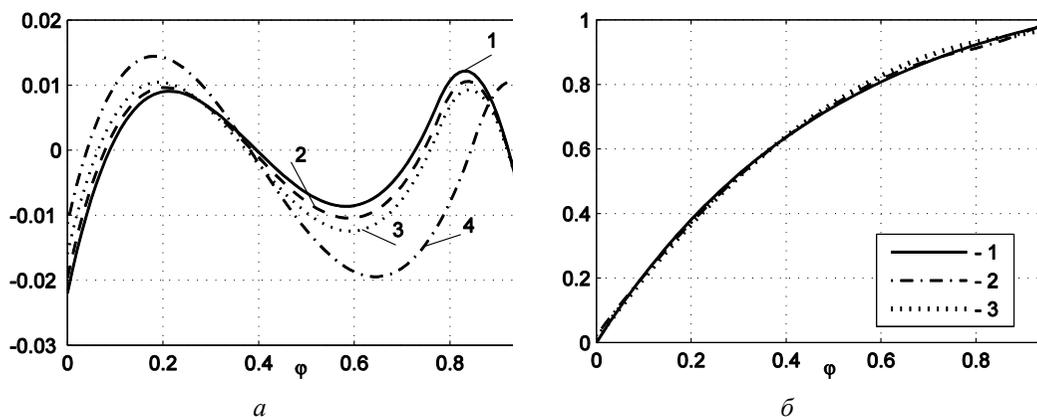


Рис. 2. Погрешность аппроксимации граничного воздействия

$$\varepsilon(u) = \frac{u(\varphi, \Delta^0) - q^0(\varphi)}{q_{\max}^0}, \%$$
 при  $\delta = 0$  (кривая 1),  $\delta = 0.5\%$  (кривая 2),  $\delta = 1\%$  (кривая 3) и  $\delta = 2\%$  (кривая 4) (а), точное значение плотности теплового потока (кривая 1) и ее восстановленные значения при  $\delta = 0$  (кривая 2) и  $\delta = 2\%$  (кривая 3) (б);  $q_{\max}^0$  – максимальное значение заданной плотности теплового потока

Полученные результаты (см. таблицу) показывают удовлетворительное качество решения граничной ОЗТ на основе параметрической оптимизации при использовании предварительного сглаживания при невысоком уровне помех ( $\delta \leq 2.5\%$ ).

**Результаты восстановления плотности теплового потока  $q(\varphi)$  при  $\delta \in [0, 2]\%$**

$\delta, \%$	0	0,5	1	2
$ \varepsilon(\theta) , \%$	$2.860 \cdot 10^{-3}$	$1.327 \cdot 10^{-3}$	$0.592 \cdot 10^{-3}$	$0.287 \cdot 10^{-3}$
$ \varepsilon(u) , \%$	$2.931 \cdot 10^{-2}$	$2.825 \cdot 10^{-2}$	$2.806 \cdot 10^{-2}$	$1.945 \cdot 10^{-2}$
$ \varepsilon_{RMS}(u) , \%$	$1.053 \cdot 10^{-2}$	$1.049 \cdot 10^{-2}$	$1.048 \cdot 10^{-2}$	$9.935 \cdot 10^{-3}$

При этом наблюдается парадоксальная на первый взгляд ситуация: на рассматриваемом диапазоне интенсивности возмущающего воздействия с увеличением уровня помех как минимаксная погрешность восстановления теплового потока  $\varepsilon(u) = \frac{u(\varphi, \Delta^0) - q^0(\varphi)}{q_{\max}^0}$ , так и среднеквадратичная погрешность

$$e_{RMS}(u) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left( \frac{u^*(\varphi_m, \Delta^0) - q^0(\varphi_m)}{q_{\max}^0} \right)^2}$$

уменьшаются. Это объясняется изме-

нением конфигурации погрешности аппроксимации управляющего воздействия. При отсутствии возмущающего воздействия решение задачи производится на основе точных данных без построения сплайна, и погрешность восстановления  $q(\varphi)$  достигается преимущественно на границах интервала идентификации  $[0, \varphi^0]$ . С ростом возмущения форма  $u(\varphi, \Delta^0) - q^0(\varphi)$  изменяется, и минимаксное отклонение достигается во внутренней точке экстремума. При дальнейшем увеличении  $\delta$  эта тенденция сохраняется, и погрешность, наблюдаемая во внутренней точке экстремума, быстро возрастает, так же как и  $e_{RMS}(u)$ .

При этом с увеличением  $\delta$  при построении сплайна возрастают сложности по определению такого значения сглаживающего параметра  $p$ , которое позволило бы найти оптимальные значения  $\Delta^0$ . Аппроксимирующие сплайны обладают сглаживающими свойствами по отношению к исходной функции разности  $\theta(x^*, \varphi, \Delta^0)$  и незашумленного сигнала  $\theta^0(x^*, \varphi)$ , и полученное на их основе решение может отличаться от истинного тем больше, чем сильнее производится сглаживание, степень которого задается параметром  $p$ , выбор которого, в свою очередь, зависит от интенсивности возмущения.

Недостаточное сглаживание (при повышенном значении коэффициента  $p$ ) приводит к форме разности  $\theta(x^*, \varphi, \Delta^0) - S(\varphi)$ , количество экстремумов которой превышает необходимый минимум для выполнения равенства  $R = n + 3$ , задающего число  $R$  точек альтернанса и, соответственно, определяющего количество  $R$  соотношений в системе (5).

В этом случае конфигурация кривой разности не определяется однозначным образом и количество вариантов решения может быть достаточно большим.

Уменьшение значения параметра  $p$  приводит к большему сглаживанию кривой  $\theta(x^*, \varphi, \Delta^0) - S(\varphi)$ , что влечет за собой исчезновение дополнительных экстремумов, получение однозначной формы погрешности аппроксимации температурного поля и гарантирует единственность решения задачи поиска оптимальных значений  $\Delta^0$ . Дальнейшее уменьшение сглаживающего параметра при-

водит к еще большему сглаживанию, пропуску экстремумов и невозможности определения значений всех искомым параметров.

При небольшом уровне  $\delta$  для каждого значения  $p$  из допустимого диапазона  $p \in [p_{\min}, p_{\max}]$  задача имеет свое решение  $\Delta^0$ , различающееся конфигурацией  $\theta(x^*, \varphi, \Delta^0) - S(\varphi)$ , при этом искомая характеристика  $u(\varphi, \Delta^0)$  изменяется незначительно (рис. 3).

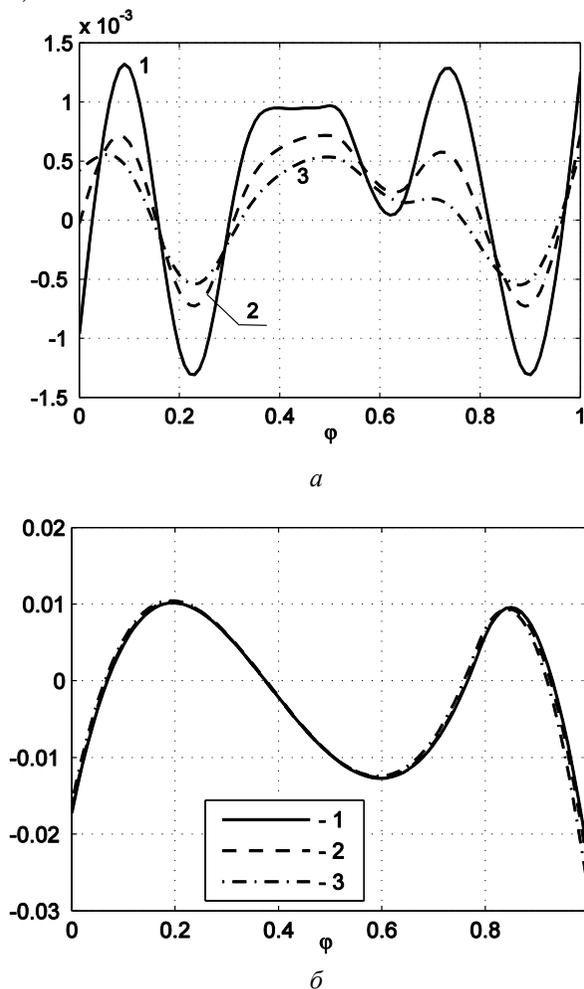


Рис. 3. Погрешность аппроксимации температурного поля

$$\varepsilon(\theta) = \frac{\theta(x^*, \varphi, \Delta^0) - S(\varphi)}{\theta_{\max}^0}, \% \quad (a) \text{ и управляющего воздействия}$$

$$\varepsilon(u) = \frac{u(\varphi, \Delta^0) - q^0(\varphi)}{q_{\max}^0}, \% \quad (b) \text{ при } \delta = 1\% \text{ для } p = 0.9997 \text{ (кривая 1), } p = 0.9992 \text{ (кривая 2), } p = 0.9984 \text{ (кривая 3)}$$

Проведенные исследования показывают возможность применения предварительного сглаживания с помощью построения сглаживающих сплайнов для решения обратных задач теплопроводности на основе параметризации управляющих воздействий и при невысоком уровне помех позволяют получить удовлетворительные результаты.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена. – М.: Машиностроение, 1988.
2. Алгоритмы диагностики тепловых нагрузок летательных аппаратов / Под ред. В.П. Мишина. – М.: Машиностроение, 1983. – 168 с.
3. Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплайны в вычислительной математике. – М.: Наука, 1976. – 248 с.
4. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 352 с.
5. Воскобойников Ю.Е., Преображенский Н.Г., Седельников А.И. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. – Новосибирск: Наука, 1984. – 240 с.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1968. – 720 с.
7. Cleveland W.S., Devlin S.J. Locally weighted regression: an approach to regression analysis by local fitting // J. Amer. Stat. Assoc. – 1988. – V. 83. – № 403. – P. 596–610.
8. Плишивцева Ю.Э., Рапопорт Э.Я. Метод последовательной параметризации управляющих воздействий в краевых задачах оптимального управления системами с распределенными параметрами // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2009. – № 3. – С. 22-33.
9. Рапопорт Э.Я., Плишивцева Ю.Э. Специальные методы оптимизации в обратных задачах теплопроводности // Известия РАН. Энергетика. – 2002. – № 5. – С. 144-155.
10. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1975.
11. Рапопорт Э.Я. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. – М.: Наука, 2000.
12. Дилигенская А.Н., Рапопорт Э.Я. Аналитические методы параметрической оптимизации в обратных задачах теплопроводности с внутренним тепловыделением // Инженерно-физический журнал. – 2014. – Т. 87. – № 5. – С. 1082-1089.
13. Дилигенская А.Н. Решение линейной коэффициентной обратной задачи теплопроводности на основе альтернативного метода оптимизации // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2013. – Вып. 3 (39). – С. 198-202.
14. Дилигенская А.Н. Альтернативный метод оптимизации в коэффициентной обратной задаче теплопроводности // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2014. – Вып. 4 (44). – С. 144-148.

*Статья поступила в редакцию 25 мая 2015 г.*

## METHOD OF PARAMETRIC OPTIMIZATION IN THE BOUNDARY INVERSE HEAT PROBLEM USING THE DISTURBANCE FILTERING

*A.N. Diligenskaya*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*This paper investigates the boundary inverse thermal conductivity problem of determining a value of heat losses in the typical case of the disturbed noisy temperature measurements. Firstly, the smoothing of experimental data by cubic splines smoothing method is applied. Secondly, the method of parametric optimization based on qualitative features of the error of approximation of the calculated temperature field to smoothed experimental data is presented. The time behaviour of approximating curve at different noise level and various value of smoothing parameter is investigated. The solubility of inverse thermal conductivity problem at low noise is shown.*

**Keywords:** *boundary inverse heat conduction problem, random disturbance, smoothing cubic spline, parametric optimization, approximating curve behaviour.*

---

*Anna N. Diligenskaya (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*

УДК 20.15.05

## ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННОЙ ВЕРОЯТНОСТЬЮ ПОЛУЧЕНИЯ НЕСАНКЦИОНИРОВАННОГО ДОСТУПА К ИНФОРМАЦИИ

*А.И. Коваленко*

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: annushka199@bk.ru

*Рассмотрена информационная система с защитой от несанкционированного доступа к информации. Попытки получить несанкционированный доступ к защищенной информации образуют рекуррентный поток и с переменной во времени вероятностью заканчиваются успехом. В системе проводится обновление системы безопасности, которое восстанавливает достоверность защиты системы. Найдено стационарное распределение вложенной цепи Маркова как решение системы интегральных уравнений. Сформулирована и решена задача двухкритериальной оптимизации проведения обновления. Рассмотрен численный пример решения этой задачи с использованием линейной свертки экономических критериев.*

**Ключевые слова:** информационная система, обновление системы безопасности, стационарное распределение вложенной цепи Маркова, стационарные характеристики, двухкритериальная оптимизация.

Моделирование процессов, связанных с информационной безопасностью, является важной составляющей обеспечения безопасного функционирования информационных систем [1-4]. Одним из видов моделирования является стохастическое моделирование функционирования систем. Большинство работ в этой области посвящено лишь оценке рисков, надежностных и вероятностных показателей; возможность управления этими показателями практически не рассматривается.

В настоящей работе построена полумарковская модель функционирования информационной системы в условиях попыток несанкционированного доступа к защищенной информации. Применение техники, представленной в [5] В.С. Корлюком и А.Ф. Турбиным, позволяет допустить общий вид всех функций и вероятностных распределений и определить явный вид стационарных характеристик.

В работе показано, что особенно важным в данной системе является рассмотрение переменной (убывающей со временем) функции – вероятности успешного доступа к защищенной информации. Построенная в работе модель используется для управления периодичностью обновления системы безопасности (например, смены ключа в криптосистеме).

### **Постановка задачи**

Рассмотрим следующую информационную систему. Попытки злоумышленника получить доступ к информации образуют рекуррентный поток, порожденный случайной величиной (СВ)  $\beta$  с функцией распределения  $G(t) = P\{\beta \leq t\}$ .

При этом с вероятностью  $p(t)$ , зависящей от времени, прошедшего с момента обновления системы безопасности, попытка не удастся, а с вероятностью  $q(t) = 1 - p(t)$  завершается успехом. С целью повышения надежности информационной системы через время, равное СВ  $\alpha$  с функцией распределения  $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$ , проводится обновление системы безопасности. Оно длится время, равное СВ  $\gamma$  с функцией распределения  $\Phi(t) = P\{\gamma \leq t\}$ . После этого обновления вероятность успешной атаки становится равной 0 и отсчет времени для функции вероятности успеха попыток начинается заново. Попытки атак прекращаются либо в случае получения доступа к информации, либо в момент начала обновления системы безопасности. В момент окончания обновления системы безопасности атаки возобновляются.

Предполагается, что случайные величины  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  независимы, имеют плотности распределения вероятностей  $f(t)$ ,  $g(t)$ ,  $\varphi(t)$ , конечные математические ожидания  $E_\alpha$ ,  $E_\beta$ ,  $E_\gamma$  и дисперсии соответственно.

Целью работы является нахождение стационарных характеристик информационной системы и оптимизация периодичности проведения обновления системы безопасности для улучшения надежности и экономических показателей функционирования системы.

### Полумарковская модель системы

Для описания функционирования системы используем процесс марковского восстановления  $\{\xi_n, \theta_n, n \geq 0\}$  и соответствующий ему полумарковский процесс  $\xi(t)$  с дискретно-непрерывным множеством состояний.

Для этого определим фазовое пространство состояний системы:

$$E = \{1, 1xp, 1xq, 2, 2x; x > 0, 0 < p < 1, 0 < q < 1\}.$$

1 – ИС начала функционировать, защита включена;

1xp – осуществлена попытка доступа к информации, которая закончилась неудачей; с момента начала функционирования системы прошло время  $x$ ;

1xq – осуществлена успешная попытка доступа к информации; с момента начала функционирования системы прошло время  $x$ ;

2 – начинается обновление системы безопасности, при этом доступ к информации получен;

2x – начинается обновление системы безопасности, при этом доступ к информации не получен; с момента предыдущей попытки доступа к информации прошло время  $x$ .

Времена однократного пребывания системы в соответствующих состояниях определяются формулами

$$\theta_1 = \alpha \wedge \gamma, \quad \theta_{1xp} = \beta \wedge [\alpha - x]_+, \quad \theta_{1xq} = [\alpha - x]_+, \quad \theta_{2x} = \theta_2 = \gamma,$$

где  $\wedge$  – знак минимума;  $[\alpha - x]_+$  – прямое остаточное время до обновления системы безопасности.

Временная диаграмма функционирования системы изображена на рис. 1. Плотности вероятностей переходов из состояний определяются формулами

$$p_1^{2x} = f(x)\bar{G}(x)dx, \quad p_1^{1dyp} = p(x)g(x)\bar{F}(x)dx, \quad p_1^{1dxq} = q(x)g(x)\bar{F}(x)dx, \quad x > 0;$$

$$p_{1xp}^{1dyp} = \frac{p(y)}{\bar{F}(x)} g(y-x)\bar{F}(y)dy, \quad p_{1xp}^{1dyq} = \frac{q(y)}{\bar{F}(x)} g(y-x)\bar{F}(y)dy, \quad y > x;$$

$$p_{1xp}^{2dy} = f(x+y) \frac{\bar{G}(y)}{\bar{F}(x)} dy, \quad y > 0; \quad P_{1xq}^2 = P_2^1 = P_{2x}^1 = 1.$$

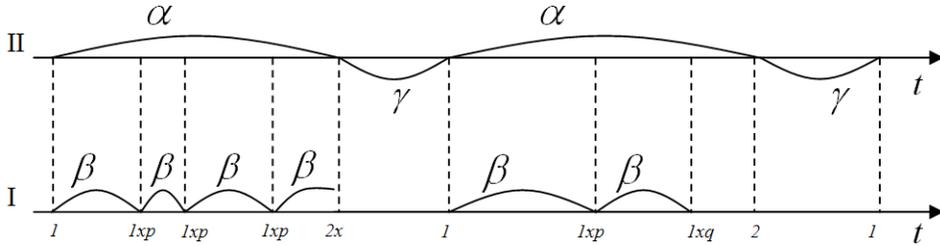


Рис. 1. Временная диаграмма функционирования системы:  
I – атаки злоумышленника; II – обновление системы безопасности

### Нахождение стационарного распределения вложенной цепи Маркова

Обозначим через  $\rho_1$  и  $\rho_2$  значения стационарного распределения для состояний 1 и 2, а  $\rho(1xp)$ ,  $\rho(1xq)$  и  $\rho(2x)$  – плотности стационарного распределения вложенной цепи Маркова для состояний  $1xp$ ,  $1xq$  и  $2x$  соответственно.

Составим и решим методом сжатых отображений (как в работе [6]) систему интегральных уравнений для стационарного распределения:

$$\rho(1xp) = \rho_1 p(x)\bar{F}(x)h_g^{(p)}(x), \quad \rho(1xq) = \rho_1 q(x)\bar{F}(x)h_g^{(p)}(x),$$

$$\rho(2x) = \rho_1 f(x)\bar{G}(x) + \rho_1 \bar{G}(x) \int_0^\infty p(y)f(x+y)h_g^{(p)}(y)dy, \quad \rho_2 = \rho_1 \int_0^\infty q(y)\bar{F}(y)h_g^{(p)}(y)dy.$$

Здесь функция  $h_g^{(p)}(x)$  определяется рекуррентно следующим образом:

$$h_g^{(p)}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} g_p^{(n)}(x), \quad g_p^{(n)}(x) = \int_0^x p(y)g(x-y)g_p^{(n-1)}(y)dy, \quad g_p^{(0)}(x) = g(x).$$

Постоянная  $\rho_1$  определяется условием нормировки

$$\rho_1 = [2 + \int_0^\infty h_g^{(p)}(x)\bar{F}(x)dx]^{-1}.$$

Введем СВ  $\delta$  – количество предпринятых атак для получения доступа к информации. Плотность распределения этой СВ  $\omega(x) = q(x)h_g^{(p)}(x)$ , функция рас-

пределения  $\Omega(x) = \int_0^x \omega(y)dy$ .

### Стационарные характеристики информационной системы

Разобьем фазовое пространство состояний  $E$  на непересекающиеся подмножества состояний, соответствующие различным физическим состояниям си-

стемы:  $E_1^+ = \{1, 1xp\}$  – система функционирует, информация в безопасности;  
 $E_1^- = \{1xq\}$  – система функционирует, получен доступ к информации;  
 $E_2 = \{2, 2x\}$  – осуществляется обновление системы безопасности.

Определим следующие надежностные и экономические показатели функционирования рассматриваемой системы по формулам из [7]:

- вероятность  $P^+(\tau)$  безопасного функционирования системы,
- средний удельный доход  $S(\tau)$  в единицу календарного времени,
- средние удельные затраты  $C(\tau)$  в единицу времени безопасного функционирования системы.

С учетом найденного стационарного распределения вложенной цепи Маркова получаем следующие формулы характеристик при условии, что обновление службы безопасности проводится через определенный период времени  $\tau$ :

$$P^+(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \bar{\Omega}(x) dx, \quad S(\tau) = \frac{c_1^+ \int_0^{\tau} \bar{\Omega}(x) dx - c_1^- \int_0^{\tau} \Omega(x) dx - c_2 E_{\gamma}}{\tau + E_{\gamma}};$$

$$C(\tau) = \frac{c_1^- \int_0^{\tau} \Omega(x) dx + c_2 E_{\gamma}}{\int_0^{\tau} \bar{\Omega}(x) dx}.$$

Здесь  $c_1^+$  – доход в единицу времени безопасного функционирования информационной системы;  $c_1^-$  – затраты в единицу времени функционирования системы, к которой получен доступ злоумышленника;  $c_2$  – затраты в единицу времени обновления службы безопасности.

### **Определение оптимальной периодичности обновления службы безопасности**

В качестве критериев оптимальности функционирования рассматриваемой системы приняты:

- средний удельный доход в единицу календарного времени  $S(\tau)$  (позитивный критерий);
- средние удельные затраты в единицу времени безопасного функционирования системы  $C(\tau)$  (негативный критерий);

$$\begin{cases} S(\tau) \rightarrow \max_{\tau \in (0, \infty)} \\ C(\tau) \rightarrow \min_{\tau \in (0, \infty)} \end{cases}.$$

Одним из способов сведения многокритериальной задачи к однокритериальной является использование в качестве целевой функции линейной свертки частных критериев [9].

Целевой будет функция  $V(\tau)$  :

$$V(\tau) = a_s S_n(\tau) - a_c C_n(\tau).$$

Здесь  $a_s$  и  $a_c$  – положительные весовые коэффициенты, определяющие «показатели относительной важности» критериев  $S(\tau)$ ,  $C(\tau)$  соответственно. Таким образом, задача оптимизации сводится к нахождению точки  $\tau_{opt}^V$  максимума функции  $V(\tau)$ .

### Пример 1

Рассмотрим пример оптимизации периодичности проведения обновления службы безопасности для системы, в которой среднее время между моментами попыток доступа к информации (простейший поток) – 1 сутки, среднее время проведения обновления – 1 час, а вероятность доступа к информации при каждой попытке определяется функцией  $p(t) = e^{-\frac{1}{8}t}$ ;  $c_{11} = 1500$  ден. ед./сут.,  $c_{10} = 3800$  ден. ед./сут.,  $c_2 = 2450$  ден. ед./сут.

Численное решение задачи в пакете Maple приводит к следующим результатам. Линейная свертка частных критериев при весовых коэффициентах  $a_s = a_c = 1/2$  достигает наибольшего значения в точке  $\tau_{opt}^V = 20,88$  час; при этом  $S(\tau_{opt}^V) = 12385$  ден. ед./час,  $C(\tau_{opt}^V) = 177,25$  ден. ед./час,  $P(\tau_{opt}^V) = 0,9878$ . Графики зависимостей частных критериев от периодичности проведения ТО прибора представлены на рис. 2.

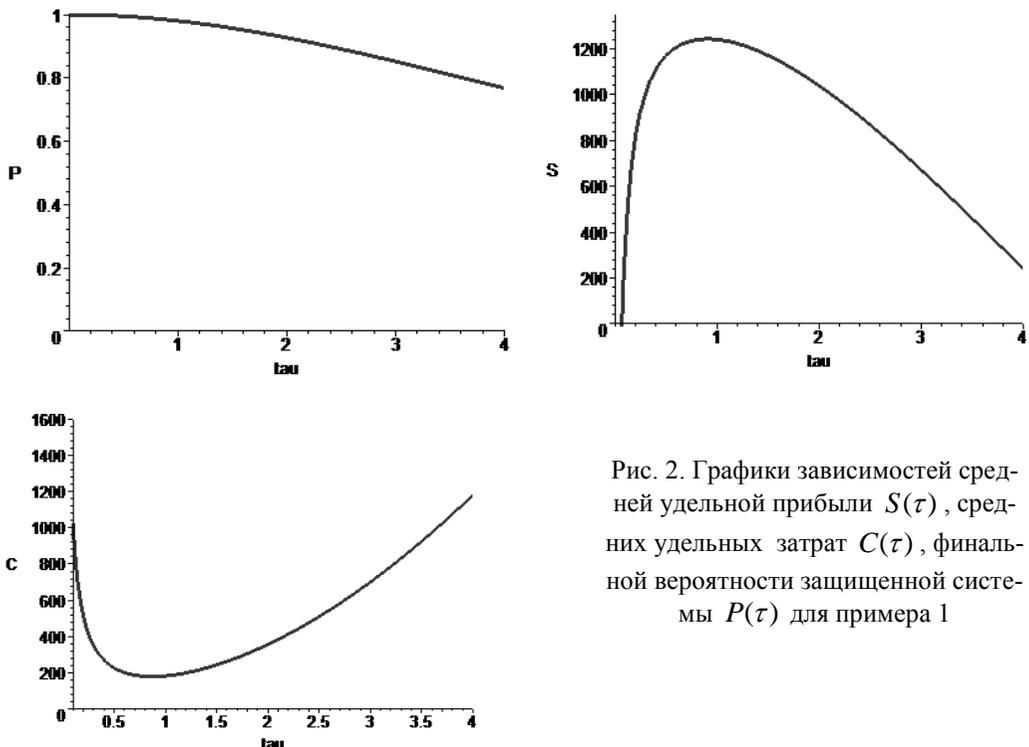


Рис. 2. Графики зависимостей средней удельной прибыли  $S(\tau)$ , средних удельных затрат  $C(\tau)$ , финальной вероятности защищенной системы  $P(\tau)$  для примера 1

## Пример 2

Для сравнения результатов приведем пример с теми же условиями при постоянной вероятности успешной попытки доступа к информации, равной 0,98.

Линейная свертка частных критериев при весовых коэффициентах  $a_s = a_c = 1/2$  достигает наибольшего значения в точке  $\tau_{opt}^V = 49,68$  час. При данном значении периода обновления «реальные» показатели эффективности (рассчитанные по формулам примера 1):  $S(\tau_{opt}^V) = 1017,32$  ден. ед./час,  $C(\tau_{opt}^V) = 179,32$  ден. ед./час,  $P(\tau_{opt}^V) = 0,9796$ . То есть если для упрощения моделирования и возможности использования марковских моделей полагать вероятность успеха атаки злоумышленника постоянной (что является приближением к реальности), получим при оптимизации следующие потери: 18 % средней удельной прибыли, 2 % средних удельных затрат, увеличение на 0,082 вероятности доступа к конфиденциальной информации.

## Заключение

Рассмотрена информационная система с защитой от несанкционированного доступа к информации, в которой предполагается обновление системы безопасности. Найдено стационарное распределение вложенной цепи Маркова как решение системы интегральных уравнений. Получены математические выражения для определения финальной вероятности защищенного функционирования системы, средних удельных дохода и затрат. Сформулирована задача двухкритериальной оптимизации проведения обновления. Рассмотрен численный пример решения задачи двухкритериальной оптимизации с использованием линейной свертки экономических критериев для сужения Парето-оптимальных решений. Для рассмотренного примера допущение о постоянной вероятности доступа к информации ухудшает все показатели эффективности и надежности функционирования информационной системы: среднюю удельную прибыль на 18 %, средние удельные затраты на 2 %; увеличивает вероятность доступа к конфиденциальной информации на 0,082. Применение аппарата полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний позволяет проводить более эффективную оптимизацию этих процессов и избегать указанных потерь.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Росенко А.П.* Марковские модели оценки безопасности конфиденциальной информации с учетом воздействия на автоматизированную информационную систему внутренних угроз // Вестник Ставропольского государственного университета. – 2005. – № 43. – С. 34–40.
2. *Росенко А.П.* Некоторые аспекты построения систем защиты информации на основе динамических экспертных систем // Электромагнитная совместимость и имитационное моделирование инфокоммуникационных систем: Сборник Поволжской государственной академии телекоммуникаций и информатики. – М.: Радио и связь, 2002. – С. 243–247.
3. *Росенко А.П.* Математическое моделирование влияния внутренних угроз на безопасность конфиденциальной информации, циркулирующей в автоматизированной информационной системе // Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск «Информационная безопасность». – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008. – № 8 (85). – С. 71–81.
4. *Кулагина Л.В.* Математическая модель распределенной базы данных для корпоративных информационных систем // Информатика и системы управления: Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. – 2011. – № 1(86). – С. 83–88.
5. *Королюк В.С., Турбин А.Ф.* Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. – К.: Наук. думка, 1982. – 236 с.
6. *Песчанский А.И., Коваленко А.И.* Полумарковская модель однолинейной системы обслуживания

ния с потерями и учетом технического обслуживания ненадежного канала // Оптимізація виробничих процесів: зб. наук. пр. – Севастополь, 2014. – № 15. – С. 63-70.

7. *Кашианов В.А., Медведев А.И.* Теория надежности сложных систем. – М.: Физматлит, 2010. – 606 с.
8. *Ногин В.Д.* Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: Физматлит, 2002. – 144 с.

*Статья поступила в редакцию 5 мая 2015 г.*

## **SEMI-MARKOV MODEL OF INFORMATIONAL SYSTEM WITH VARIABLE PROBABILITY OF ILLEGAL ACCESS TO INFORMATION**

***A.I. Kovalenko***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*Informational system secured from illegal access to information is studied. Attempts to get illegal access to secured information make a recurrent flow. And the probability of their success varies in time. Security system is restored. It results in restoration of security reliability. The embedded Markov chain stationary distribution is obtained as the solution of the system of integral equations. The problem of two-criterial restoration period optimization is set and solved. A numeric example of this problem solution with the help of linear convolution of economical criteria is given.*

***Keywords:*** *informational system, security system restoration, embedded Markov chain stationary distribution, stationary indexes, two-criterial optimization.*

УДК 658.512.6

## **ОСОБЕННОСТИ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОГРАММЫ ПОЛЕТА И ГРУЗОПОТОКА РОССИЙСКОГО СЕГМЕНТА МЕЖДУНАРОДНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ**

***О.И. Лахин***

Научно-производственная компания «Разумные решения»  
Россия, 443013, г. Самара, ул. Московское шоссе, 17 (ТОЦ «Вертикаль»), оф. 1201

*Рассматриваются особенности постановки задачи планирования программы полета и грузопотока российского сегмента международной космической станции. Описываются критерии, правила и ограничения, влияющие на планирование программы полета и грузопотока. Показывается с помощью формализованного подхода, как для решения поставленной задачи находится динамический баланс интересов кораблей, модулей и бортовых систем российского сегмента международной космической станции, полетов и грузов, что предполагает взаимно согласованный учет целого ряда индивидуальных особенностей доставляемых грузов, кораблей, модулей и бортовых систем российского сегмента международной космической станции. Обосновывается вывод, что для решения поставленной задачи становится целесообразным применение мультиагентных технологий, предметных онтологий и сетецентрического подхода, позволяющих создавать гибкие самоорганизующиеся программы полета и планы грузопотока.*

***Ключевые слова:*** российский сегмент международной космической станции, программа полета, планирование грузопотока, мультиагентные технологии, частные критерии оптимизации, правила и ограничения планирования, предметные онтологии, сетецентрический подход.

Процесс управления космическим полетом международной космической станции (МКС), которая представляет собой сложный, уникальный, инновационный научно-технический и инженерный орбитальный комплекс большой размерности, начинается с важного этапа планирования. Планирование космических полетов делится на стратегическое (временной интервал – несколько лет), тактическое (временной интервал – около года) и исполнительное (временной интервал – от полугода (номинальный план полета) до суток (детальный план полета)) [1].

Стратегическое планирование решает задачу определения основных целей полета, проектных параметров бортовых систем, методов управления орбитальным комплексом (ОК) и т. д. На стадии тактического планирования рассчитываются даты стартов транспортных и грузовых кораблей, располагаемые на МКС ресурсы и пределы их расхода, перечень научных экспериментов и др. Исполнительное планирование устанавливает конкретные даты, время, последовательность и методы выполнения полетных операций, приводящих к цели, порядок использования различных средств, входящих в состав системы управления полетом.

Поддержание жизнедеятельности МКС и ее эффективное функционирование с учетом необходимости обеспечения существующей замкнутой системы жизне-

---

*Олег Иванович Лахин, руководитель направления.*

обеспечения напрямую зависит от успешного решения задачи формирования программы полетов, построения плана грузопотока на основе расчетов более чем 3500 наименований ресурсов. Решение данной задачи состоит из ряда взаимозависимых этапов, таких как формирование программы полета и расчет времени экипажа, планирование поблочного грузопотока, где осуществляется расчет и планирование доставки топлива, воды, воздуха, кислорода и продовольствия, ремонтного оборудования и научной аппаратуры, различных материалов и инструментов для сервисного обслуживания МКС и проведения космических экспериментов, размещения доставленных грузов, а также возврата грузов с результатами космических экспериментов и утилизации накапливаемых на МКС отходов, что предъявляет ряд специальных правил, условий и ограничений, а также требует учета множества факторов (грузоподъемность кораблей, объемы отсеков МКС, данные баллистики, вес и объем груза и т. д.).

Работа по планированию грузопотока российского сегмента международной космической станции (РС МКС) до недавнего времени выполнялась вручную проектантами и кураторами грузов, которым для получения рабочего плана приходилось вместе производить много итераций и постоянно взаимодействовать для выработки и согласования компромиссных решений.

Основная сложность планирования заключается во взаимозависимости всех этих планов и принимаемых решений, что требует смыслового согласования и точной координации действий с учетом всех перечисленных факторов.

Вместе с тем в традиционной постановке задачи управления распределением ресурсов до сих пор доминирует централизованный подход, в котором заранее определены все критерии и их важность, все заказы и ресурсы известны заранее и не меняются в ходе работы, а также однородны и обладают одними свойствами или характеристиками. В рассматриваемой же задаче каждая подсистема станции, например система обеспечения жизнедеятельности космонавтов, требует своих ресурсов, часть из которых требует уникальных расходных материалов, а часть – разделяемых ресурсов, часть зависит от интенсивности потребления, а часть зависит от времени, а также обладают другими индивидуальными особенностями.

В настоящей работе приводятся особенности постановки задачи планирования программы полета и грузопотока РС МКС.

### **Общее описание особенностей задачи планирования программы полета и грузопотока РС МКС**

МКС – это один из сложнейших проектов за всю историю человечества, в реализации которого участвуют большие коллективы ученых и инженеров из России, США и ряда других стран [2]. МКС состоит из двух сегментов: российского (РС) и американского (АС). Российская и американская стороны несут ответственность за функционирование своего сегмента и снабжение жизненно важными грузами своей части экипажа.

Одна из важнейших задач жизнеобеспечения работы РС МКС – это управление программой полета и грузопотоком снабжения станции важнейшими грузами, такими как воздух, вода, топливо, продукты питания, оборудование для научных экспериментов, а также возврата результатов экспериментов и других грузов обратно на Землю [3-5].

Программа полета РС МКС представляет собой план распределения стыковок, полета в составе станции и отстыковок пилотируемых транспортных средств

(транспортных кораблей «Союз» (ТК «Союз»), транспортных грузовых кораблей «Прогресс» (ТГК «Прогресс») и транспортных кораблей иностранных партнеров) от основных модулей (портов), составляющих конфигурацию РС МКС. Для каждого полета также учитываются временные периоды автономного полета от старта до стыковки и от отстыковки до приземления (для ТК «Союз») или затопления (для ТГК «Прогресс»). При формировании программы полета учитываются временные ограничения, определяющие интервалы между стыковками и отстыковками, а также баллистические данные, определяемые позицией Солнца, освещенностью «мишени» для стыковки и т. п.

Входные данные, используемые для построения программы полета, включают модель грузопотока РС МКС, данные баллистиков, а также свойства транспортных средств (грузоподъемность сухих грузов, объем баков топлива и воды). При формировании программы полета транспортные средства планируются по времени и распределяются по портам с учетом данных предыдущих периодов на основании количества полетов транспортных средств, определенных в модели грузопотока РС МКС, и с приблизительной равномерностью распределения в течение года полетов транспортных средств. Результат формирования программы полета представляет собой расписание стартов, стыковок, перестыковок и отстыковок с распределением по модулям РС МКС на период (год).

Кроме актуального варианта программы полета необходимо поддерживать несколько альтернативных. Процесс интенсивного формирования программы полета на следующий календарный год идет на протяжении около трех месяцев в конце каждого года. В этот процесс кроме проектантов вовлечены около 50 постоянных кураторов различных подсистем РС МКС. На протяжении года программа полета уточняется по мере возникновения различных событий, которые разрешаются локальными взаимодействиями участников и приводят к пересмотру программы полета и перепланированию стартов, стыковок и отстыковок.

Сформированная актуальная программа полета направляется на согласование и утверждение, после которого предоставляется кураторам для формирования заявок на доставку грузов на РС МКС. В соответствии с программой полета производится планирование грузопотока, где грузы распределяются по полетам транспортных средств.

Для планирования грузопотока требуется учитывать множество разных по своей природе факторов, критериев принятия решений, ограничений и предпочтений. При этом определяется масса сухих грузов, затем проверяется план по топливу, воде и газообразным грузам. Осуществляются проверки временных ограничений (в том числе на операции космонавтов, которые связаны с использованием грузов). В случае возникновения необходимости, например при поступлении срочной и важной заявки от кураторов, проводится возврат к плану доставки сухих грузов для его пересмотра. При анализе балансов питания, топлива, газообразных грузов и воды используются графики баланса. Для воды и питания расход рассчитывается по нормативам, для топлива расход определяется в соответствии с планом коррекций орбиты, стыковок и прочих динамических операций на станции.

При этом любое событие, касающееся полета, например изменение дат запусков, стыковок или отстыковок кораблей, потеря грузового корабля, изменение состава экипажа или внеплановые работы на борту станции, ведет к цепочке перепланирования многих других связанных работ, ресурсы для которых должны быть пересчитаны.

В частности, появление космического мусора на орбите (к примеру, из-за внезапного отказа запущенного спутника и т. д.) вызывает необходимость в маневре станции и корректировке ее орбиты, что требует включения двигателей и затрат топлива, а значит, приводит к необходимости в следующем старте привезти на станцию больше топлива, для чего надо какие-то грузы перепланировать на следующий полет и т. д.

Грузоподъемность космических кораблей ограничена, поэтому если неожиданно возникает потребность в дополнительном грузе, то объемы топлива или воды, а также объемы и массы других грузов приходится уменьшать, согласованно меняя планы отправки грузов на последующих кораблях (рис. 1).

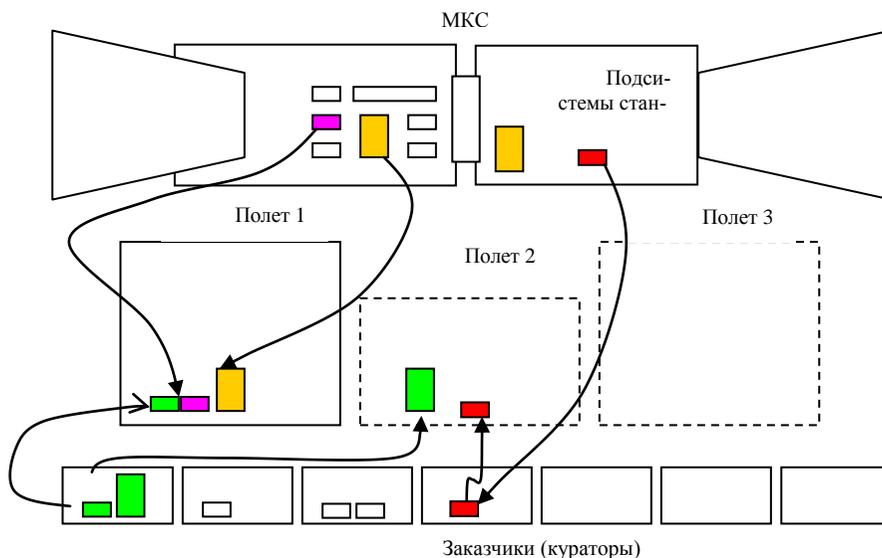


Рис. 1. Планирование грузопотока РС МКС

Зависимость между программой полета и грузопотоком двусторонняя. При изменении программы полета изменяется и грузопоток, где переносятся и перераспределяются различные типы грузов. Если грузы не готовы к запланированному времени, они снимаются. Если в плане грузопотока мало грузов (на конец года накапливается неготовность), какой-то полет может быть отменен, а остаток с него перенесен на более ранние или поздние сроки. Также на грузопоток может влиять осуществление выхода в космос, а изменения грузопотока могут влиять на сроки пусков.

Далее представлена формализованная постановка задачи планирования грузопотока для жизнеобеспечения работы РС МКС.

### Формализация множества фактов и начальных данных

Представим заданный набор начальных данных в виде следующих объектов.

1. Интервал планирования  $IP = [t_{min}; t_{max}]$ , где  $t_{min}$  и  $t_{max}$  – заданные в днях границы интервала планирования.

2. Множество моментов времени внутри интервала планирования с дискретностью один день  $D = \{d_t, t = 1 \dots Nd\}$ , где  $d_t$  – конкретный доступный на интервале планирования момент времени (день),  $t$  – идентификатор момента времени (дня),  $Nd$  – общее количество моментов времени (дней) на интервале планирова-

ния, причем  $t_l = t_{min}$ ,  $t_{Nd} = t_{max}$ .

3. Множество полетов транспортных средств  $P = \{p_i, i=1 \dots Np\}$ , где  $p_i$  – отдельный полет транспортного средства,  $i$  – идентификатор полета транспортного средства,  $Np$  – общее количество полетов транспортных средств.

4. Каждый полет транспортного средства характеризуется набором критериев, представленных множеством  $PP_i = \{pp_{ij}, j=1 \dots Npp\}$ , где  $pp_{ij}$  – отдельный критерий полета транспортного средства  $i$ ,  $j$  – идентификатор отдельного критерия полета транспортного средства  $i$ ,  $Npp$  – общее количество отдельных критериев полета транспортного средства  $i$ . В общем случае критерии полетов транспортных средств могут характеризовать доступный объем баков для топлива, воздуха, жидкостей, «сухих» грузов, даты старта, стыковки, отстыковки и т. п.

5. Длительности полетов транспортных средств представим в виде множества  $INT = \{int_i, i=1 \dots Np\}$ , где  $int_i$  – длительность полета транспортного средства  $i$ .

6. Множество портов (стыковочных узлов) на РС МКС  $S = \{s_c, c=1 \dots Ns\}$ , где  $s_c$  – отдельный порт РС МКС,  $c$  – идентификатор порта РС МКС,  $Ns$  – общее количество портов РС МКС.

7. Множество космонавтов  $KOS = \{kos_r, r = 1 \dots Nkos\}$ , где  $kos_r$  – отдельный космонавт,  $r$  – идентификатор космонавта,  $Nkos$  – общее количество космонавтов.

8. Множество доставляемых грузов  $G = \{g_k, k=1 \dots Ng\}$ , где  $g_k$  – отдельный груз,  $k$  – идентификатор груза,  $Ng$  – общее количество грузов.

9. Каждый груз характеризуется набором критериев, представленных множеством  $PG_k = \{pg_{km}, m=1 \dots Npg\}$ , где  $pg_{km}$  – отдельный критерий груза  $k$ ,  $m$  – идентификатор отдельного критерия груза  $k$ ,  $Npg$  – общее количество отдельных критериев груза  $k$ . В общем случае критерии грузов могут характеризовать тип, массу, объем, габариты, предпочтительное время доставки, срок годности, время эксплуатации и т. п.

10. Множество зон хранения грузов на РС МКС  $Z = \{z_e, e=1 \dots Nz\}$ , где  $z_e$  – отдельная зона хранения грузов на РС МКС,  $e$  – идентификатор зоны хранения грузов,  $Nz$  – общее количество зон хранения грузов.

Также для решения задачи кроме вышеперечисленных исходных данных используется следующая информация: модель грузопотока (определяет годовые потребности в грузах на планируемый период и предоставляет количество транспортных средств), программа полета предыдущего периода, баллистические данные, данные об имеющихся на борту РС МКС грузах и ряд других.

### Формализация результата решения задачи

В результате решения поставленной задачи на основе приведенных первоначальных данных необходимо сформировать программу полета и грузопоток РС МКС, а также планы размещения, утилизации и возврата грузов.

1. При построении программы полета на основе вышеперечисленных исходных данных полеты транспортных средств планируются с приблизительной равномерностью по времени и распределяются по портам.

Программу полета можно представить в виде множества

$$PT = \{p_i, PP_i, ds_i, dd_i, do_i, int_i, s_c, \{kos_r\}\}_{i=1}^{Np},$$

где  $i$  – идентификатор полета транспортного средства,  $Np$  – общее число полетов транспортных средств,  $p_i$  – отдельный полет транспортного средства,  $PP_i$  –

множество критериев полета транспортного средства  $p_i$ ,  $ds \in [t_{min}, \dots, t_{max}]$  – день старта полета транспортного средства  $i$ ,  $dd \in [t_{min}, \dots, t_{max}]$  – день стыковки полета транспортного средства  $i$ ,  $do \in [t_{min}, \dots, t_{max}]$  – день отстыковки полета транспортного средства  $i$ ,  $int_i$  – длительность полета транспортного средства  $i$ ,  $s_c$  – отдельный порт РС МКС,  $\{kos_r\}$  – множество космонавтов, доставляемых на МКС на ТК «Союз».

2. При планировании грузопотока на основе вышеперечисленных исходных данных формируется распределение доставляемых грузов по полетам транспортных средств.

План грузопотока можно представить в виде множества

$$PG = \{p_i, PP_i, \{g_k\}, \{PG_k\}\}_{i=1}^{Np},$$

где  $i$  – идентификатор полета транспортного средства,  $Np$  – общее число полетов транспортных средств,  $p_i$  – отдельный полет транспортного средства,  $PP_i$  – множество критериев полета транспортного средства,  $\{g_k\}$  – множество доставляемых грузов,  $\{PG_k\}$  – множество критериев доставляемых грузов  $\{g_k\}$ .

3. При планировании размещения грузов на борту РС МКС на основе вышеперечисленных исходных данных доставляемые грузы распределяются по зонам хранения РС МКС.

План размещения можно представить в виде множества

$$PR = \{p_i, PP_i, \{g_k\}, \{PG_k\}, \{z_e\}\}_{i=1}^{Np},$$

где  $i$  – идентификатор полета транспортного средства,  $Np$  – общее число полетов транспортных средств,  $p_i$  – отдельный полет транспортного средства,  $PP_i$  – множество критериев полета транспортного средства,  $\{g_k\}$  – множество доставляемых грузов,  $\{PG_k\}$  – множество критериев доставляемых грузов  $\{g_k\}$ ,  $\{z_e\}$  – множество зон хранения грузов на РС МКС.

4. При планировании утилизации грузов с борта РС МКС на ТК «Прогресс» на основе вышеперечисленных исходных данных размещенные на борту РС МКС грузы распределяются по ТК «Прогресс» для затопления.

План утилизации можно представить в виде множества

$$PU = \{p_i, PP_i, \{g_k\}, \{PG_k\}\}_{i=1}^{Np},$$

где  $i$  – идентификатор полета транспортного средства,  $Np$  – общее число полетов транспортных средств,  $p_i$  – отдельный полет транспортного средства,  $PP_i$  – множество критериев полета транспортного средства,  $\{g_k\}$  – множество утилизируемых грузов,  $\{PG_k\}$  – множество критериев утилизируемых грузов  $\{g_k\}$ .

5. При планировании возврата грузов с борта РС МКС на ТК «Союз» на основе вышеперечисленных исходных данных размещенные на борту РС МКС грузы распределяются по ТК «Союз» для доставки на Землю.

План возврата можно представить в виде множества

$$PV = \{p_i, PP_i, \{g_k\}, \{PG_k\}, \{kos_r\}\}_{i=1}^{Np},$$

где  $i$  – идентификатор полета транспортного средства,  $Np$  – общее число полетов транспортных средств,  $p_i$  – отдельный полет транспортного средства,  $PP_i$  – множество критериев полета транспортного средства,  $\{g_k\}$  – множество возвращаемых грузов,  $\{PG_k\}$  – множество критериев возвращаемых грузов  $\{g_k\}$ ,  $\{kos_r\}$  –

множество космонавтов, возвращаемых на Землю на ТК «Союз».

Для обеспечения возможности оптимального формирования программы полета  $PT$ , планов грузопотока  $PG$ , размещения  $PR$ , утилизации  $PU$  и возврата  $PV$  следует определить частные критерии оценки решения и комплексный критерий оценки результата. Далее описывается формализация критериев оптимизации, а также система правил и ограничений, влияющих на результат планирования.

### **Формализация представления различных частных критериев оценки решения задачи**

В зависимости от конкретных требований прикладной области и генеральных задач в качестве критериев следует рассматривать целый ряд условий. В частности, для случая формирования программы полета и грузопотока РС МКС наиболее обоснованными являются следующие.

1. Максимальное удовлетворение отдельных критериев полета транспортных средств. Цель оптимизации состоит в максимизации функции удовлетворенности каждого критерия отдельного полета транспортного средства:

$$W_{ij} = f_{ij}(pp_j, pp_{ij}^{id}) \rightarrow \max,$$

где  $f_{ij}$  – оценочная функция удовлетворенности по критерию  $j$  полета транспортного средства  $i$ ,  $pp_j$  – текущее значение критерия  $j$  полета транспортного средства  $i$ ,  $pp_{ij}^{id}$  – идеальное значение критерия  $pp_j$  полета транспортного средства  $i$ .

2. Максимальное удовлетворение отдельных критериев грузов. Цель оптимизации состоит в максимизации функции удовлетворенности каждого критерия отдельного груза:

$$W_{km} = f_{km}(pg_m, pg_{km}^{id}) \rightarrow \max,$$

где  $f_{km}$  – оценочная функция удовлетворенности по критерию  $m$  груза  $k$ ,  $pg_k$  – текущее значение критерия  $m$  груза  $k$ ,  $pg_{km}^{id}$  – идеальное значение критерия  $pg_k$  груза  $k$ .

3. Максимальное удовлетворение отдельных портов на РС МКС. Цель оптимизации состоит в максимизации функции удовлетворенности каждого порта РС МКС:

$$W_c = f_c(s, s_c^{id}) \rightarrow \max,$$

где  $f_c$  – оценочная функция удовлетворенности порта  $c$  на РС МКС,  $s$  – текущее значение критерия порта  $c$ ,  $s_c^{id}$  – идеальное значение порта  $s_c$ .

4. Максимальное удовлетворение зон хранения грузов на РС МКС. Цель оптимизации состоит в максимизации функции удовлетворенности каждой зоны хранения:

$$W_e = f_e(z, z_e^{id}) \rightarrow \max,$$

где  $f_e$  – оценочная функция удовлетворенности зоны хранения  $e$ ,  $z$  – текущее значение критерия зоны хранения,  $z_e^{id}$  – идеальное значение зоны хранения  $z_e$ .

Вышеперечисленные оценочные функции удовлетворенности строятся таким образом, чтобы при минимальной разности между текущим значением критерия и его идеальным значением значение функции было максимальным. В общем случае оценочные функции удовлетворенности представляют собой кусочно-непрерывные функции на интервальных множествах и могут иметь различный вид; например, один из вариантов может иметь треугольный вид (рис. 2), где максимальная удовлетворенность появляется при совпадении текущего значения

критерия с его идеальным значением и плавно уменьшается при удалении текущего значения критерия от его идеального значения.

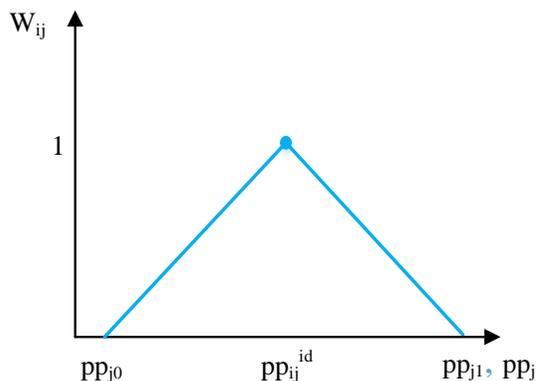


Рис. 2. Функция удовлетворенности треугольной формы по критерию  $j$  полета транспортного средства  $i$

К текущей задаче возможно применение и более емких по смыслу критериев или критериев, которые могут появиться при возникновении какой-нибудь ситуации или изменении условий в будущем, поэтому метод решения задачи должен предусматривать возможность расширения числа критериев и изменения их приоритетности при изменении ситуации.

При построении функций удовлетворенности частных критериев  $W_{ij}$ ,  $W_{km}$ ,  $W_c$ ,  $W_e$  необходимо соблюдать требования их нормирования и сведения к безразмерным величинам, чтобы далее можно было их свести к обобщенному виду с применением весовых коэффициентов для построения комплексного критерия.

### Построение комплексного критерия на основе частных критериев

Нормированные и сведенные к безразмерным величинам вышеописанные частные критерии  $W_{ij}$ ,  $W_{km}$ ,  $W_c$ ,  $W_e$  необходимо свести к комплексному критерию для максимизации суммарной ценности решения задачи планирования программы полета, грузопотока, размещения, утилизации и возврата грузов РС МКС.

Для этого воспользуемся методом свертывания векторного критерия, который является наиболее распространенным методом решения многокритериальных задач, учитывающим относительную важность частных критериев удовлетворенности отдельных критериев. Цель оптимизации состоит в максимизации общей функции удовлетворенности суммарной ценности решения задачи. Для решения задачи со многими частными критериями и построения на их основе обобщающего комплексного критерия будем использовать аддитивную функцию с подбором весовых коэффициентов:

$$F = \sum_{h=1}^H y_h W_h \rightarrow \max,$$

где  $F$  – комплексный критерий решения задачи планирования,  $y_h$  – значение весового коэффициента для критерия  $h$ , при этом  $0 \leq y_h \leq 1$  и нормируются  $\sum_{h=1}^H y_h = 1$ ,  $W_h$  – значение нормированного критерия  $h$ ,  $H$  – общее количество критериев оптимизации планирования,  $h$  – порядковый номер критерия.

Применяемый метод свертывания векторного критерия, который называется методом взвешенных сумм, позволяет изменять приоритет частным критериям оптимальности за счет изменения для них значений весовых коэффициентов  $y_h$ , повышая при этом наиболее важным и уменьшая менее значимым на данный момент, при этом адаптивно подстраиваясь под изменяющуюся ситуацию. При этом частные критерии должны быть количественно соизмеримы между собой – нормализованы и приведены к безразмерному виду.

Построение обобщенного комплексного критерия может идти в несколько этапов.

1. Максимальное удовлетворение полета транспортного средства. Цель оптимизации состоит в максимизации функции удовлетворенности отдельного полета транспортного средства за счет свертывания частных критериев полета транспортного средства:

$$W_i = \sum_{j=1}^{Npp} y_{ij}^{PP} W_{ij} \rightarrow \max,$$

где  $W_i$  – комплексный критерий полета транспортного средства  $i$ ,  $y_{ij}^{PP}$  – значение весового коэффициента для критерия  $j$  полета транспортного средства  $i$ , при этом  $0 \leq y_{ij}^{PP} \leq 1$  и нормируются  $\sum_{j=1}^{Npp} y_{ij}^{PP} = 1$ ,  $W_{ij}$  – значение нормированного критерия  $j$  полета транспортного средства  $i$ ,  $Npp$  – общее количество критериев полета транспортного средства  $i$ ,  $j$  – порядковый номер критерия полета транспортного средства  $i$ .

2. Максимальное удовлетворение набора полетов транспортных средств. Цель оптимизации состоит в максимизации функции удовлетворенности системы полетов транспортных средств за счет свертывания частных критериев полетов транспортных средств:

$$W^P = \sum_{i=1}^{Np} y_i^P W_i \rightarrow \max,$$

где  $W^P$  – комплексный критерий системы полетов транспортных средств,  $y_i^P$  – значение весового коэффициента для полета транспортного средства  $i$ , при этом  $0 \leq y_i^P \leq 1$  и нормируются  $\sum_{i=1}^{Np} y_i^P = 1$ ,  $W_i$  – значение нормированного критерия полета транспортного средства  $i$ ,  $Np$  – общее количество полетов транспортных средств,  $i$  – порядковый номер полета транспортного средства.

3. Максимальное удовлетворение груза. Цель оптимизации состоит в максимизации функции удовлетворенности отдельного груза за счет свертывания частных критериев грузов:

$$W_k = \sum_{m=1}^{Npg} y_{km}^{PG} W_{km} \rightarrow \max,$$

где  $W_k$  – комплексный критерий груза  $k$ ,  $y_{km}^{PG}$  – значение весового коэффициента для критерия  $m$  груза  $k$ , при этом  $0 \leq y_{km}^{PG} \leq 1$  и нормируются  $\sum_{m=1}^{Npg} y_{km}^{PG} = 1$ ,  $W_{km}$  – значение нормированного критерия  $m$  груза  $k$ ,  $Npg$  – общее количество критериев груза  $k$ ,  $m$  – порядковый номер критерия груза  $k$ .

4. Максимальное удовлетворение набора грузов. Цель оптимизации состоит

в максимизации функции удовлетворенности системы грузов за счет свертывания частных критериев грузов:

$$W^G = \sum_{k=1}^{Ng} y_k^G W_k \rightarrow \max,$$

где  $W^G$  – комплексный критерий системы грузов,  $y_k^G$  – значение весового коэффициента для груза  $k$ , при этом  $0 \leq y_k^G \leq 1$  и нормируются  $\sum_{k=1}^{Ng} y_k^G = 1$ ,  $W_k$  – значение нормированного критерия груза  $k$ ,  $Ng$  – общее количество грузов,  $k$  – порядковый номер груза.

5. Максимальное удовлетворение системы портов. Цель оптимизации состоит в максимизации функции удовлетворенности системы портов за счет свертывания частных критериев портов:

$$W^S = \sum_{c=1}^{Ns} y_c^S W_c \rightarrow \max,$$

где  $W^S$  – комплексный критерий системы портов,  $y_c^S$  – значение весового коэффициента для порта  $c$ , при этом  $0 \leq y_c^S \leq 1$  и нормируются  $\sum_{c=1}^{Ns} y_c^S = 1$ ,  $W_c$  – значение нормированного критерия порта  $c$ ,  $Ns$  – общее количество портов,  $c$  – порядковый номер порта.

6. Максимальное удовлетворение системы зон хранения грузов. Цель оптимизации состоит в максимизации функции удовлетворенности системы зон хранения грузов за счет свертывания частных критериев зон хранения:

$$W^Z = \sum_{e=1}^{Nz} y_e^Z W_e \rightarrow \max,$$

где  $W^Z$  – комплексный критерий системы зон хранения грузов,  $y_e^Z$  – значение весового коэффициента для зоны хранения грузов  $e$ , при этом  $0 \leq y_e^Z \leq 1$  и нормируются  $\sum_{e=1}^{Nz} y_e^Z = 1$ ,  $W_e$  – значение нормированного критерия зоны хранения грузов  $e$ ,  $Nz$  – общее количество зон хранения,  $e$  – порядковый номер зоны хранения.

7. Максимальное удовлетворение обобщенного комплексного критерия решения задачи планирования. Цель оптимизации состоит в максимизации функции удовлетворенности комплексного критерия за счет свертывания частных критериев системы полетов транспортных средств, системы грузов, системы портов и системы зон хранения грузов, полученных выше на шагах 2, 4, 5, 6:

$$F = y_p W^P + y_g W^G + y_s W^S + y_z W^Z \rightarrow \max,$$

где  $F$  – комплексный критерий решения задачи планирования,  $y_p, y_g, y_s, y_z$  – значение весовых коэффициентов для критериев набора полетов транспортных средств, набора грузов, набора портов и набора зон хранения грузов, при этом  $0 \leq y_h \leq 1$  и нормируются  $\sum_{h=1}^H y_h = 1$ ,  $W^P, W^G, W^S, W^Z$  – значение нормированных критериев.

В данном случае функция  $F \rightarrow \max$  будет целевой функцией задачи оптимизации.

На данном этапе произведена постановка задачи с формализацией исходных данных, формализован результат решения задачи, определены частные критерии

оптимизации и сформулировано построение комплексного критерия решения задачи планирования на их основе. Следующий шаг заключается в определении весовых коэффициентов системы частных критериев, который в данной статье не рассматривается, и построении системы правил и ограничений.

### Построение системы правил и ограничений

Помимо определения частных критериев оценки и построения на их основе комплексного критерия оптимизации планирования для решения задачи формирования программы полета и грузопотока РС МКС требуется сформулировать систему правил и ограничений группового планирования, отражающих специфику процесса составления различных взаимосвязанных планов для РС МКС.

Выявление, систематизация и описание большого множества таких правил и ограничений, которые влияют на качество планирования, является отдельной самостоятельной работой, поэтому здесь для примера приведем только несколько самых основных правил и ограничений, которые влияют на итоговый план программы полета и грузопотока РС МКС.

1. Количество космонавтов, доставляемых на ТК «Союз» на борт МКС, должно быть три человека:

$$\sum_{r=1}^{Nkos} kos_r = 3,$$

где  $\sum_{r=1}^{Nkos} kos_r$  – количество космонавтов, размещающихся на транспортном средстве.

2. Минимальный интервал времени между стартом и отстыковкой на одном порту не должен быть меньше чем T1 дней:

$$ds_{i+1} - do_i \geq T1,$$

где  $do_i$  – дата отстыковки транспортного средства  $i$ ,  $ds_{i+1}$  – дата стыковки следующего транспортного средства.

3. Количество дней полета транспортного средства в составе РС МКС должно быть T2 дней:

$$do_i - ds_i = T2,$$

где  $ds_i$  – дата стыковки транспортного средства  $i$ ,  $do_i$  – отстыковки транспортного средства  $i$ .

4. Суммарное количество грузов, запланированных на полет транспортного средства, не должно превышать грузоподъемность транспортного средства:

$$\frac{\sum_k pg_{km}^{mass}}{pg_{ii}^{gruz}} \leq 1,$$

где  $pg_{ii}^{gruz}$  – критерий  $j$ , характеризующий грузоподъемность транспортного средства  $i$ ,  $pg_{km}^{mass}$  – критерий  $m$ , характеризующий массу груза  $k$ ,  $\sum_k pg_{km}^{mass}$  – сумма масс всех грузов, размещающихся на транспортном средстве  $i$ .

5. Доставляемые на борт станции грузы должны размещаться в закрепленных за этим типом грузов зонах:

$$\sum_{k=1}^{Ng} pg_{km} = \sum_{e=1}^Z z_e^{m1},$$

где  $m1$  – тип зоны хранения,  $\sum_{k=1}^{Ng} pg_{km}$  – все грузы с критерием  $m$  применительно к зонам хранения с типом  $m1$ ,  $\sum_{e=1}^Z z_e^{m1}$  – все зоны хранения с типом  $m1$  для данного типа  $m$  груза.

6. Груз должен быть утилизирован через  $T3$  дней полета в составе станции:

$$ds_i + pg_{km} = T3 \leq do_i,$$

где  $pg_{km}$  – критерий  $m$  количества дней до утилизации груза  $k$ ,  $ds_i$  – дата старта полета транспортного средства  $i$ ,  $do_i$  – дата отстыковки полета транспортного средства  $i$ .

Перечень вышеприведенных правил и ограничений в дальнейшем может быть значительно расширен и дополнен и не является предметом рассмотрения в данной статье. Правила и ограничения не являются единожды заданными и постоянными, а зависят от конкретной, складывающейся на данный момент модели ситуации и потока входящих событий, при этом в одних ситуациях необходимо использовать одни правила и ограничения, а в других, например нештатных и аварийных, – другие. Такие постоянно изменяющиеся модели ситуаций с правилами и ограничениями, приоритет которых постоянно меняется, можно описывать с помощью онтологических моделей [6-8].

На качество решения задачи планирования напрямую влияет применение следующей совокупности оптимизационных методов формирования программы полета и грузопотока РС МКС:

- исходные данные;
- используемые частные критерии оптимальности;
- значение весовых коэффициентов для построения системы аддитивных комплексных критериев;
- правила и ограничения планирования.

Если для выработки итоговой программы полета и грузопотока РС МКС применить специальную систему формирования программы полета и планирования грузопотока РС МКС, то ее входными параметрами будут выступать перечисленные выше факторы, а на выходе такой системы получается готовый план (рис. 3).

В работе предложена постановка задачи планирования программы полета и грузопотока РС МКС. Формализовано множество фактов начальных данных, таких как множество полетов транспортных средств  $P$  с набором характеризующих их критериев  $PP_i$ , множество грузов  $G$  с набором характеризующих их критериев  $PG_k$ , а также даны множества космонавтов  $KOS$ , портов  $S$ , зон хранения грузов  $Z$ . При решении задачи необходимо сформировать программу полета  $PT$  и грузопоток  $PG$ , а также планы размещения грузов на борту станции  $PR$ , утилизации  $PU$  и возврата грузов  $PV$ . При планировании необходимо учитывать критерии максимизации удовлетворенности полетов транспортных средств  $W^P$ , грузов  $W^G$ , портов  $W^S$  и зон хранения  $W^Z$ , при этом необходимо учитывать систему правил и ограничений планирования, например неперевышение грузоподъемности транспортных средств, минимизацию интервалов времени между стартом и отстыковкой на одном порту, ограничения по количеству дней полета транспортного средства, приоритеты по размещению грузов на борту станции и т. п.

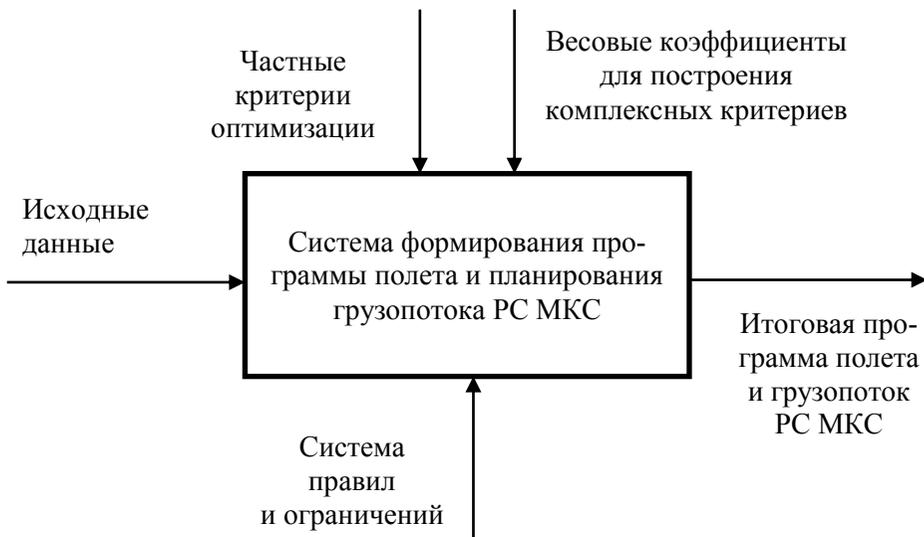


Рис. 3. Элементы системы формирования программы полета и планирования грузопотока РС МКС

Данную задачу предлагается решать с помощью мультиагентных технологий, предметных онтологий и сетецентрического подхода для согласованного взаимодействия различных планировщиков, так как они позволяют достаточно быстро решать подобные сложные задачи планирования с множеством объектов, параметров, событий и большой динамикой их изменения и обеспечивают возможность изменения числа критериев, правил и ограничений для адаптивной подстройки к изменяющейся ситуации [9-12].

Решение поставленной задачи с помощью предлагаемого подхода позволит найти баланс интересов и построить планы программы полета и грузопотока РС МКС, удовлетворяющие все заинтересованные стороны, запланировать как можно больше грузов, которые являются наиболее важными и срочными, и доставить их на борт РС МКС как можно быстрее и эффективнее.

### **Заключение**

В работе описывается проблема и актуальность формирования программы полета и планирования грузопотока РС МКС, а также дается общее описание особенности задачи планирования программы полета и грузопотока РС МКС.

Впервые сформулирована формализованная математическая постановка задачи планирования программы полета и грузопотока РС МКС, где описываются множество фактов и начальных данных, результаты решения задачи планирования, различные частные критерии оценки решения задачи, метод построения комплексного критерия на основе частных критериев, подход к построению системы правил и ограничений.

Дается краткое обоснование, что для решения данной многокритериальной задачи планирования программы полета и грузопотока РС МКС необходимо использовать мультиагентные технологии, предметные онтологии и сетецентрический подход для согласованного взаимодействия различных планировщиков.

Решение сформулированной формализованной задачи планирования программы полета и грузопотока РС МКС с помощью предлагаемых подходов будет способствовать созданию гибких самоорганизующихся программ полета и планов грузопотока, размещения, утилизации и возврата, что повысит скорость формирования, надежность, качество, эффективность и безопасность планов.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Соловьев В.А., Лысенко Л.Н., Любинский В.Е.* Управление космическими полетами. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. Ч. I. – 476 с.
2. *Скобелев П.О., Симонова Е.В., Сюсин И.А., Царев А.В., Кожевников С.С.* Опыт создания мультиагентных систем для аэрокосмических применений // Интеллектуальные системы (INTELS'2012): Труды X Международного симпозиума, Вологда, 25-29 июня 2012 г. – М.: РУСАКИ, 2012. – С. 251-254.
3. *Иващенко А.В., Матвеев К.Ю., Новиков А.Л., Симонова Е.В., Скобелев П.О., Сычева М.В., Хамиц И.И.* Мультиагентная подсистема построения программы полета Международной космической станции // Перспективные информационные технологии для авиации и космоса (ПИТ-2010): Труды Международной конференции с элементами научной школы для молодежи, Самара, 29 сентября – 1 октября 2010 г. – Самара: СГАУ, 2010. – С. 98-101.
4. *Дязитидинова А.Р., Иващенко А.В., Литвинов И.И., Новиков А.Л., Скобелев П.О., Сычева М.В., Хамиц И.И.* Обеспечение согласованного взаимодействия по планированию грузопотока Международной космической станции с помощью мультиагентных технологий // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Труды XIII Международной конференции, Самара, 2011. – Самара: СНЦ РАН, 2011. – С. 435-442.
5. *Бидеев А.Г., Карбовничий В.А., Майоров И.В., Новиков А.Л., Скобелев П.О., Сычева М.В.* Метод адаптивного планирования грузопотока в интерактивной мультиагентной системе расчета программы полета, грузопотока и ресурсов российского сегмента Международной космической станции // Космическая техника и технологии. – 2014. – № 1(4). – С. 29-38.
6. *Матюшин М.М., Вакурина Т.Г., Котеля В.В., Скобелев П.О., Лахин О.И., Кожевников С.С., Симонова Е.В., Носкова А.И.* Методы и средства построения онтологий для визуализации связанных информационных объектов произвольной природы в сложных информационно-аналитических системах // Информационно-управляющие системы. – 2014. – № 2(69). – С. 9-17.
7. *Вакурина Т.Г., Котеля В.В., Лахин О.И., Матюшин М.М., Скобелев П.О.* Онтология российского сегмента Международной космической станции и ее практическое использование в интеллектуальных аэрокосмических приложениях // Материалы IV Международной научно-технической конференции «Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем» Open Semantic Technologies for Intelligent Systems (OSTIS-2014), 20–22 февраля 2014 г. – Минск: БГУИР, 2014. – С. 221-226.
8. *Вакурина Т.Г., Лахин О.И., Юрыгина Ю.С., Симонова Е.В., Коршиков Д.Н., Носкова А.И.* Корпоративная распределенная онтология для управления российским сегментом международной космической станции // Труды XVI Международной конференции «Проблемы управления и моделирования в сложных системах», Самара, 30 июня – 03 июля 2014 г. – Самара: СНЦ РАН, 2014. – С. 435-443.
9. *Скобелев П.О.* Открытые мультиагентные системы для оперативной обработки информации в процессах принятия решений // Антометрия. – 2002. – № 6. – С. 45-61.
10. *Скобелев П.О.* Мультиагентные технологии в промышленных применениях: к 20-летию основания Самарской научной школы мультиагентных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2011. – № 12. – С. 33-46.
11. *Батищев С.В., Батищева Т.В., Иноземцев С.В., Ивкушкин К.В., Скобелев П.О.* Опыт применения мультиагентной системы планирования расписаний в задаче транспортной логистики // Труды VII Международной конференции «Проблемы управления и моделирования в сложных системах». – Самара, СНЦ РАН. – 27 июня 2005 г. – С. 388-396.
12. *Скобелев П.О.* Интеллектуальные системы управления ресурсами в реальном времени: принципы разработки, опыт промышленных внедрений и перспективы развития // Приложение к теоретическому и прикладному научно-техническому журналу «Информационные технологии». – 2013. – № 1. – С. 1–32.

*Статья поступила в редакцию 2 июня 2015 г.*

# PROBLEM STATEMENT PECULIARITIES OF FLIGHT PROGRAM AND CARGO FLOW SCHEDULING OF THE RUSSIAN SEGMENT OF THE INTERNATIONAL SPACE STATION

***O.I. Lakhin***

Smart Solutions, Ltd.  
17, Moskovskoe shosse, Samara, 443013, Russian Federation  
Business center "Vertical", office 1201

E-mail: lakhin@smartsolutions-123.ru

*The problem statement peculiarities of the flight program and cargo-traffic scheduling of the International Space Station Russian Segment are considered. The criteria, rules, and constraints which influence the scheduling of the flight program and cargo traffic are described. Using a formalized approach, the paper demonstrates how a dynamic balance of interests of the spacecrafts, the ISS RS modules and on-board systems, as well as flights and cargos, is achieved. It presupposes mutually coordinated consideration of a range of individual peculiarities of the cargos, spacecrafts, the ISS RS modules and on-board systems. The conclusion that the multi-agent technology, domain ontology, and network-centric approach can be efficiently used for the problem solution is proved, since they enable designing flexible self-organizing flight programs and cargo-traffic schedules.*

**Keywords:** *the Russian Segment of the International Space Station, flight program, cargo flow scheduling, multi-agent technology, particular optimization criteria, scheduling rules and constraints, domain ontology, network-centric approach.*

УДК 004.491.22

## **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ АДАПТИВНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ РЕСУРСОВ ПРЕДПРИЯТИЙ В МУЛЬТИАГЕНТНОМ ПОДХОДЕ**

***И.В. Майоров***

Научно-производственная компания «Разумные решения»  
Россия, 443013, г. Самара, ул. Московское шоссе, 17 (ТОЦ «Вертикаль»), оф. 1201

*Рассматривается постановка задачи адаптивного многокритериального планирования ресурсов предприятий. Показывается, что одной из причин разрыва между ожидаемыми и фактическими результатами планирования являются ограничения классических подходов к управлению предприятиями, планирования производственных мощностей. Показывается высокая трудоемкость процесса планирования, уточняются требования к системам оперативного распределения ресурсов в реальном времени. Формулируется математическая постановка задачи распределения ресурсов при планировании, каждый из которых может иметь собственные критерии (расписание стоимости ресурса, его производительность, сроки, себестоимость, риск и другие), причем их важность может изменяться в ходе выполнения задач. Предлагается использование мультиагентного подхода к принципу построения систем планирования на основе мультиагентной платформы НПК «Разумные решения».*

***Ключевые слова:*** многокритериальная оптимизация, мультиагентные технологии, управление ресурсами, динамическое планирование, реальное время.

Растущая сложность современной глобальной экономики сейчас хорошо известна, что часто связывается с ростом неопределенности и динамики изменений спроса и предложения.

Методы планирования ресурсов предприятий являются одной из основных форм деятельности в процессах принятия решений и играют исключительно важную роль в промышленном производстве и различных сферах обслуживания. В современных условиях конкуренции эффективное планирование является важнейшим условием для удержания и завоевания новых рынков. Развитие вычислительных алгоритмов и создание разнообразных систем управления выдвигают на первый план эффективность и адекватность систем планирования современным быстроизменяющимся условиям рыночной среды.

Новые условия требуют решения задач распределения, планирования, оптимизации, согласования, мониторинга и контроля использования ресурсов в реальном времени, когда от самого момента времени напрямую зависит качество и эффективность решения поставленной задачи управления.

Однако проблема состоит в том, что в условиях растущей неопределенности изменения спроса и предложения, увеличения размерности решаемых задач и разнообразия действующих факторов, расширяющейся множественности критериев принятия решений участников процессов распределения, планирования и

использования ресурсов, часто имеющих конфликтные интересы, новые задачи решаются плохо или не решаются вовсе существующими методами и средствами.

В этих условиях требуются более оперативные, гибкие и эффективные подходы к принятию решений по распределению, планированию, оптимизации, согласованию и контролю ресурсов, позволяющие предприятиям сохранять и увеличивать свою рентабельность, избегая простоя или дефицита всех видов ресурсов, включая кадры, оборудование, финансы и другие.

В этой связи среди собственников и руководителей предприятий высшего уровня все чаще обсуждается задача создания «предприятий реального времени», в которых планирование ресурсов осуществляется динамически «на лету», в реальном времени, поскольку часто качество и эффективность управленческих решений напрямую зависят от самого момента времени.

Мультиагентные технологии считаются одними из инновационных и действенных средств планирования для решения задач в режиме реального времени. Научные и практические основы мультиагентного подхода к решению сложных задач и построению распределенных систем начали складываться в последние десятилетия прошлого века на стыке направлений по искусственному интеллекту, объектно-ориентированному и параллельному программированию, интернет-технологиям и телекоммуникациям [1-5].

### **Особенности задач адаптивного планирования**

Задача планирования заказов (заявок) на производственных ресурсах рассматривается в следующей постановке. Имеется система производственных ресурсов (станков, рабочих центров, производственных линий, цехов, исполнителей и т. п.), которые характеризуются типом выполняемых работ, производительностью, расписанием доступности, стоимостью выполнения единицы работы. На данную систему поступает поток заказов, которые описываются объемом работ, типом ресурсов, на котором должен быть выполнен заказ, срок поступления, предельный срок выполнения, стоимость выполнения работ, технологический порядок операций с указанием их последовательности, требования по показателям качества, рисков, себестоимости, объемов выпуска.

Требуется создать оптимальный план, учитывающий заданные критерии, связанные с минимизацией предельного времени выполнения, затрат, штрафов, рисков невыполнения, минимизации простоев ресурсов, максимизации прибыли, обеспечения равномерности загрузки оборудования, достижения заданных критериев по качеству.

Поэтому задача планирования может рассматриваться как задача многокритериальной оптимизации с заданными ограничениями на системе ресурсов. При этом система должна рассматриваться как динамическая, поскольку поток заказов изменяется во времени, сами требования и характеристики ресурсов изменяются, поэтому в системе должен строиться план, учитывающий процессы смены параметров заказов и ресурсов.

Современное машиностроительное производство характеризуется следующими особенностями:

- растут объемы заказов;
- осуществляется модернизация производства, заменяется станочный парк, меняются технологии, рабочие специальности и т. д.;
- внедряются новые инновационные технологии производства;

- требуется все более индивидуальный подход к каждому заказчику, заказу, процессу, рабочему;
- требуется поддержка постоянных изменений в конфигурациях изделий для удовлетворения требований клиентов и спроса на продукцию;
- идет переориентация на позаказное производство;
- все выше разнообразие изделий, станков и квалификаций рабочих;
- все больше необходимость в переходе к рыночным отношениям и мотивации менеджеров, мастеров и рабочих;
- необходимо экономное использование ресурсов, снижение цен и повышение эффективности для собственника;
- необходимо возвращение конкурентоспособности продукции как в стране, так и на мировом рынке;
- необходимо применение принципов бережливого производства.

Для того чтобы удовлетворить этим требованиям, необходимо автоматизировать процессы оперативного управления ресурсами.

Это означает в первую очередь своевременную, быструю и гибкую реакцию на события, например на поступление нового заказа, задержку изготовления деталей и сборочных единиц, поломку или ремонт станка и т. д.

В современной научной литературе достаточно хорошо представлены методы и средства планирования и оптимизации, разработанные для решения задач массового обслуживания и исследования операций, к числу которых относятся методы линейного и динамического программирования, программирования в ограничениях и ряд других [2-7, 10-13].

Однако с ростом размерности решаемых задач разработанные методы и средства, имеющие комбинаторную природу (варианты полного перебора), приводящую к непропорциональному росту времени вычислений, не позволяют решать практические задачи.

Вместе с тем указанные методы обладают рядом недостатков [9]:

- высокая размерность задачи (сотни ресурсов, тысячи заказов, длинный горизонт времени) по-прежнему остается критическим фактором в достижении оперативности решений;
- не учитывается множество индивидуальных критериев у каждого участника процесса решения, которые при этом могут задаваться дискретно и даже процедурно (алгоритмически) и меняться в зависимости от ситуации или момента времени;
- планирование на практике ведется не пакетами, а по событиям, в «скользящем режиме» и должно сочетаться с одновременным контролем исполнения планов;
- часто случаются непредвиденные события (приход новых заказов, отзыв уже запланированных, поломка ресурсов и т. д.), на которые требуется гибкая (адаптивная) реакция с учетом особенностей ситуации, без полного останова и перезапуска системы;
- качество принимаемых решений часто зависит от самого момента времени, (возникнет затоваривание или дефицит);
- характеристики заказов и ресурсов могут меняться во времени, даже когда они уже запланированы, равно как и важность критериев, которая бывает напрямую связана с достигаемыми результатами;
- требуется индивидуальный подход к каждому заказу и ресурсу;
- трудно объяснять и обосновывать решение пользователю и др.

Поэтому для решения практически важных задач в режиме реального времени предлагается использовать мультиагентные технологии.

### **Методология мультиагентного подхода**

В мультиагентном подходе решение любой сложной задачи распределения, планирования и оптимизации ресурсов выстраивается путем последовательных приближений: от самого грубого, простого, быстрого решения – к более сложным и лучшим решениям, т. е. обеспечивается управление сходимостью решения, что особенно важно в условиях реального времени.

В этих целях создается коллекция базовых типовых программных агентов, которые стараются добиться заданных им целевых установок (идеальных значений показателей), а получив максимум возможного в текущей ситуации, не оставляют попыток их улучшить. Например, заказ на фабрике или заказ в грузовой компании хочет быть выполнен точно в срок и с минимальной ценой, ресурс при этом может быть максимально эффективно использован и не иметь простоев или перегрузки. Заказ получает активность и быстро размещается в расписание на первое свободное место на ресурсе, но дальше может активироваться ресурс, который может оценивать свое состояние и делать попытки его улучшить, например при поступлении нового или отмене уже ранее запланированного заказа.

Агенты делают первое распределение первоначально «эгоистично» (автономно), работая с общей сценой и никого не спрашивая, и потому очень быстро, если ресурсы свободны; но наталкиваясь на решения других агентов и выявляя конфликты, способны вступать в переговоры, идти на уступки и добиваться согласованного решения (консенсуса) в интересах объединяющей их организации (участка, цеха, предприятия), агент которой к тому же может менять целевые установки идеала агентам своей организации по ходу развития ситуации, например управляя важностью критериев.

При этом требуется поддержать весь цикл управления ресурсами, включающий реакцию на события, распределение, планирование и оптимизацию (если есть время), согласование решения с исполнителями (с применением мобильных устройств), мониторинг и контроль, а также выявление расхождения между планом и фактом и последующее перепланирование ресурсов.

Фактически весь выигрыш от перехода к принятию решений в реальном времени для повышения эффективности использования ресурсов и достигается за счет учета особенностей динамично изменяющейся ситуации, что на практике людям делать очень сложно и что ведет обычно к избытку, простоям и холостому пробегу или, напротив, дефициту ресурсов.

Такой подход может применяться для планирования по многим критериям, в числе которых обычно выделяют качество продукции или предлагаемых услуг, время на их реализацию, цену (себестоимость), риски и другие.

Выигрыш в эффективности при использовании мультиагентных технологий достигается за счет перехода к принятию решений «по ситуации» в реальном времени, когда пользователь, а далее и система управляет важностью критериев.

Разработанный подход основан на концепции «холона» системы [16], где были введены специальные классы агентов «заказов», «продуктов» и «ресурсов» вместе с агентом «персонала», который наблюдает за результатами и дает советы другим агентам, когда это необходимо.

Такой подход применяется прежде всего для решения задач многокритери-

ального планирования, в числе которых традиционно рассматривают качество продукции или услуг, время на их реализацию, цену (себестоимость), риски и другие. В предлагаемом подходе система сама, отталкиваясь от достигнутых показателей и текущей ситуации с заказами и ресурсами, выбирает себе цели для улучшения вектора своих параметров и в качестве первоочередной цели для улучшения своего состояния берет тот критерий, по которому худшие значения показателей. Реализация мультиагентного подхода в разработке интеллектуальной системы динамического планирования основана на использовании концепции сетей потребностей и возможностей (ПВ-сетей) и метода сопряженных взаимодействий для управления ресурсами предприятий в реальном времени на виртуальном рынке [14-16, 21].

Согласно данной концепции каждой заявке, заказу и другим потребностям и возможностям (производственные ресурсы, станки, оборудование, транспортные средства, персонал) присваиваются программные агенты, которые договариваются с другими агентами и планируют выполнение заказов «точно в срок» (JIT) или «как можно раньше» (ASAP), что позволяет обеспечить поддержку коллективного согласования и принятия решений в реальном времени на различных этапах планирования и исполнения производственного плана в различных подразделениях, работающих совместно над решением общих задач.

### **Формализация постановки задачи**

Для математической постановки задачи распределения ресурсов при планировании предполагается, что каждый из ресурсов может иметь собственные критерии (например, расписание стоимости ресурса, его производительность, сроки, себестоимость, риск и другие), причем их важность может изменяться в ходе выполнения задач.

Для повышения эффективности управления и планирования предлагается использовать мультиагентные технологии, позволяющие автоматизировать процессы разрешения конфликтов и нахождения балансов интересов по использованию ресурсов. Формально задача может быть сформулирована через удовлетворенности агентов заказов и ресурсов.

Производственное предприятие может быть описано через систему холонов (сложных систем) ресурсов и задач: на нижнем уровне ресурсы представлены станками, рабочими центрами, рабочими конкретными специальностями. Заказы на этом уровне – это производственные задания исполнителям. Далее – более крупные холоны: участки, производственные цеха с участками и заказы на уровне цехов с соответствующими межцеховыми связями. На верхнем уровне – производство в целом с кооперацией по смежным производствам. В мультиагентном подходе каждому холону уровня  $h$  (предприятия, цеха, рабочего и т. п. и соответствующих заказов) ставятся в соответствие агенты ресурсов и задач, состояние которых описывается через функции удовлетворенности  $u^{res\ h}_j$  по критериям  $i$  из множества  $\{x_i^h\}$  с весом  $\alpha^{res\ h}_{ij}$ , показывающих, насколько критерии уклоняются от желаемых значений  $x_{ij}^{id\ h}$  для данного ресурса  $j$  по холону  $h$ . Критерии сворачиваются аддитивным способом в единую функцию удовлетворенности. В данной модели целевая функция агентов ресурсов (res) холона на уровне  $h$  по удовлетворенности  $[0,1]$  зависит от отклонения критериев  $x_i^h$ , от значений критериев на предшествующем уровне холона  $h-1$  и значений удовлетворенности агентов ресурсов и задач на уровне холонического описания. Аналогично может быть задана функция с весом  $\beta^{task\ h}_{mn}$  удовлетворенности заказов (задач)  $u^{task\ h}_n$  на хо-

лоне  $h$ , в качестве критериев рассматривается множество  $\{y_n^h\}$ . На уровне холонов ресурсов и задач вводятся приоритеты  $\{w_j^{res h}\}$  и  $\{w_n^{task h}\}$  соответственно.

Тогда задача оптимизации плана предприятия сводится к максимизации удовлетворенности агентов ресурсов и задач для холонов уровня  $h=1..H$ :

$$u^h = u^{res h} + u^{task h} = \sum_j w_j^{res h} u_j^{res h} + \sum_n w_n^{task h} u_n^{task h} = \sum_j w_j^{res h} \sum_i \alpha_{ij}^{res h} f_{ij}^{res h}(x_i^h - x_{ij}^{id}, x_i^{h-1}, f_{ij}^{res h-1}) + \sum_n w_n^{task h} \sum_m \beta_{mn}^{task h} f_{mn}^{task h}(y_m^h - y_{mn}^{id}, y_n^{h-1}, f_{mn}^{task h-1});$$

$$x^{res h*} = \max_{x_i^h}(u^{res h}); \quad (1)$$

$$y^{task h*} = \max_{y_m^h}(y^{task h}),$$

где  $x^{res h*}$  и  $y^{task h*}$  – оптимальные значения критериев переменных ресурсов и задач для холона уровня  $h$ . Для холона нижнего уровня 1 функции компонент удовлетворенности  $f_{ij}$  при  $h=1$  зависят только от отклонений аргументов:

$$x_i \in D^I, y_m \in D^M \forall i, j, I = Dim(D^I), M = Dim(D^M).$$

Переменные  $x$  и  $y$  лежат в области критериев ресурсов  $D^I$  и  $D^M$  заказов,  $I$  и  $K$  – размерности соответствующих пространств.

Таким образом, задача оптимизации сформулирована для агентов в системе как задача максимизации удовлетворенности (1). Рекурсивность задачи (1) по уровню холонов и нелинейность по зависимостям от решений на предшествующем уровне допускают итерационное решение при помощи «вложенных» сетевых мультиагентных планировщиков, что доказывается экспериментальной реализацией в системах НПК «Разумных решений».

### **Мультиагентная платформа «Разумных решений»**

Важнейшим достоинством мультиагентной технологии в планировании и оптимизации ресурсов является возможность адаптивного построения и исполнения планов, когда план не строится всякий раз заново при возникновении новых событий, как это делается в классических методах оптимизации, а только адаптивно корректируется по мере появления событий в реальном времени при необходимости (и при наличии ресурса времени) на сколь угодно длинную цепочку изменений.

Разрабатываемый прототип мультиагентной платформы предназначается для создания адаптивных систем планирования в ресурсов в реальном времени. Платформа будет применяться для таких систем, как планирование производственных ресурсов предприятий, планирование систем поставок, управление системами планирования проектов и аналогичные.

Мультиагентная платформа состоит из редактора начальной сцены, генератора событий, очереди событий с заданием их классов, моментов их появления и поступления в систему, мира агентов (движка системы), базовых классов агентов и протоколов переговоров, визуальных компонент для редактирования параметров агентов и отображения, экспорта и импорта данных, подсистемы логирования и трекинга сообщений и финансовых счетов агентов, а также некоторых вспомогательных компонент.

Мультиагентная платформа включает в себя функциональность основного мультиагентного планировщика, которая может быть модифицирована под новую предметную область. Это особенно важно при выполнении экспериментов с различными моделями сетей потребностей и возможностей.

Таким образом, предложена формализация многокритериальной задачи планирования заказов и ресурсов в сети холонов потребностей и возможностей. Введены целевые функции агентов сети в виде скалярной свертки функций удовлетворенности, показывающие отклонение текущих показателей критериев от предпочитаемых. Поступающие в систему ресурсы задачи, состоящие из связанных подзадач определенной длительности и набора заданных показателей, динамически планируются для выполнения на ресурсах. Агенты задач стремятся повысить свою функцию удовлетворенности путем обмена сообщениями с конфликтующими задачами. Удовлетворенность системы агентов (соответственно, значения показателей стремятся к заданным) увеличивается в процессе функционирования системы.

В предлагаемой парадигме решение любой сложной задачи управления и построения приемлемого квазиоптимального плана (расписания) использования ресурсов предлагается рассматривать как процесс самоорганизации сообщества конкурирующих и кооперирующих программных агентов, представляющих интересы потребностей и возможностей всех участников процессов принятия решений.

Рассмотрена возможность построения мультиагентной платформы для создания прототипов мультиагентных систем планирования.

### **Заключение**

Рассмотрена формальная постановка задачи многокритериальной оптимизации для применения в системах мультиагентного планирования.

С помощью функций удовлетворенности агентов по критериям возможно свести задачу оптимизации к рекурсивной задаче оптимизации в системе холонов сети потребностей и возможностей.

Показывается возможность создания базового инструмента – мультиагентной платформы для решения сложных задач управления ресурсами – специальной программной среды для моделирования коллективных переговоров агентов по согласованию их интересов для достижения заданных целей объединяющего их целого, идущих на уступки в зависимости от складывающейся ситуации, собственных возможностей и потребностей.

Для экспериментальной проверки предлагаемых моделей, методов и средств создается прототип системы и производится его исследование на предмет качества и эффективности, сходимости и устойчивости решений.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. *Leung, Y.-T.*, 2004, Handbook of Scheduling: Algorithms, Models and Performance Analysis, CRC Computer and Information Science Series, Chapman & Hall, London.
2. *Shirzadeh Chaleshtari, A., Shadrokh, Sh.*, 2012, ‘A Branch and Bound Algorithm for Resource Constrained Project Scheduling Problem subject to Cumulative Resources’, World Academy of Science, Engineering and Technology, vol. 6, pp. 23-28.
3. *Vos, S.* 2001, “Meta-heuristics: The State of the Art” in Local Search for Planning and Scheduling, eds A Nareyek, Springer-Verlag, Berlin, pp. 1-23.
4. *Fatos Xhafa, Ajith Abraham*, Metaheuristics for Scheduling in Industrial and Manufacturing Applications, Springer Publishing Company, Incorporated. 2008.

5. *Gongfa, L.*, 2011, 'A hybrid particle swarm algorithm to JSP problem', *IEIT Journal of Adaptive & Dynamic Computing*, pp. 12-22.
6. *Xueni, Q., Lau, H.*, 2010, 'An AIS-based Hybrid Algorithm with PSO for Job Shop Scheduling Problem' in *Proceedings of the tenth IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems, Lisbon*, pp. 371-376.
7. *Pinedo, M.*, 2008, *Scheduling: Theory, Algorithms, and System*, Springer, Berlin.
8. *Skobelev P.* Multi-Agent Systems for Real Time Resource Allocation, Scheduling, Optimization and Controlling: Industrial Application // 10-th International Conference on Industrial Applications of Holonic and Multi-Agent Systems (HoloMAS 2011). France, Toulouse. 2011. Springer, pp. 5-14.
9. *Rzevski, G., Skobelev, P.*, 2014, *Managing complexity*, WIT Press, UK-USA, 198 p.
10. *Rolf C.R., Kuchcinski, K.*, 2011, 'Distributed constraint programming with agents', in *Proceedings of the second international conference on Adaptive and intelligent systems*, Springer-Verlag, Berlin, pp. 320-331.
11. *Meisels, Amnon.* Distributed Search by Constrained Agents / Amnon Meisels. – Springer . – 2008. – 216 с. – ISBN 978-1-84800-040-7.
12. *Petcu, Adrian.* A class of Algorithms For Distributed Constraint Optimization / Adrian Petcu. – IOS Press. – 2009. – 304 p. – ISBN 978-1-58603-989-9.
13. *Yokoo M.* Distributed Constraint Satisfaction: Foundation of Cooperation in Multi-agent Systems Springer . – 2001. – 143 p. – ISBN 978-3-540-67596-9.
14. *Bumtux B.A., Скобелев П.О.* Мультиагентные модели взаимодействия для построения сетей потребностей и возможностей в открытых системах // *Автоматика и телемеханика*. – 2003. – № 1. – С. 162-169.
15. *Bumtux B.A., Скобелев П.О.* Метод сопряженных взаимодействий для управления распределением ресурсов в реальном масштабе времени // *Автоматика*. – 2009. – № 2. – С. 78-87.
16. *Vittikh V.A., Larukhin V.B., Tsarev A.V.* Actors, Holonic Enterprises, Ontologies and Multi-Agent Technology // V. Marik, J.I. Martinez, P. Skobelev (Eds.): *Proceedings of the 6th International Conference on Industrial Applications of Holonic and Multi-Agent Systems (HoloMAS'2013)*, August 26-28, 2013, Prague, Czech Republic. – HoloMas 2013, LNAI 8062. – P. 13-24, 2013. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2013. <http://www.springerlink.com/content/978-3-642-40089-6/>. DOI: 10.1007/978-3-642-40090-2.
17. Самарский научный центр РАН, Институт управления сложными системами РАН, XVII Международная конференция «Проблемы управления и моделирования в сложных системах» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.iccs.ru/cscmp/index.html>.
18. *Skobelev, P.* Multi-Agent Systems for Real Time Adaptive Resource Management. In *Industrial Agents: Emerging Applications of Software Agents in Industry*. Paulo Leitão, Stamatis Karnouskos (Ed.). – Elsevier. – 2015. – pp. 207-230.
19. *Mayorov I., Skobelev P.* Towards thermodynamics of real timescheduling // *International Journal of Design & Nature and Ecodynamics*. – WIT Press, vol. 10 (2015), Issue 3. – pp. 213-223.
20. *Skobelev P., Mayorov I., Kozhevnikov S., Tsarev A., Simonova E.* Measuring adaptability of «swarm intelligence» for resource scheduling and optimization in real time // *Proceedings of the 7th International Conference on Agents and Artificial Intelligence (ICAART 2015)*, Lisbon, Portugal, 10-12 January, 2015. – Vol. 2. – SCITEPRESS. – P. 517-522.
21. *Скобелев П.О.* Мультиагентные технологии в промышленных применениях: к 20-летию основания Самарской научной школы мультиагентных систем // *Мехатроника, автоматизация, управление*. – 2010. – № 12. – С. 33-46.

*Статья поступила в редакцию 2 июня 2015 г.*

## **PROBLEM STATEMENT OF ADAPTIVE ENTERPRISE RESOURCE PLANNING IN MULTI-AGENT APPROACH**

***I.V. Mayorov***

Software Engineering Company "Smart Solutions" Ltd.  
17, Moskovskoye shosse, Samara, 443013, Russia  
Business Center "Vertical", office 1201

*The problem statement of adaptive multi-criteria enterprise resource planning is considered. The paper demonstrates that one of the reasons for the gap between the expected and actual planning results is constraints of the traditional approaches to enterprise management and production capacity planning. The high labour intensity of the planning process is demonstrated and requirements to systems of efficient resource allocation in real-time mode are specified. The mathematical problem statement of resource allocation while planning is formulated; every resource may have its own criteria (resource cost schedule, productivity, time limits, prime cost, risks, etc.), the importance of the criteria being capable of changing during the task realization. The paper suggests taking the multi-agent approach to the principle of planning system development based on the multi-agent platform of the SEC "Smart Solutions".*

***Keywords:*** multi-criteria optimization, multi-agent technology, resource management, dynamical planning, real time.

УДК 621.785, 669.14, 519.6

## **ОПТИМАЛЬНОЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ НА МАКСИМАЛЬНУЮ ТЕМПЕРАТУРУ\***

***А.В. Попов, А.И. Дьяконов***

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Объектом управления является периодический процесс индукционного нагрева металлических полуфабрикатов перед последующими операциями пластической деформации. В работе сформулирована и решена задача оптимального по критерию быстродействия управления процессом нагрева с учетом технологического ограничения на максимально достижимую в процессе нагрева температуру. Параметрическая оптимизация алгоритмов оптимального по быстродействию управления проведена с помощью альтернативного метода оптимизации систем с распределенными параметрами, разработанного в СамГТУ. В оптимизационную процедуру интегрирована двумерная численная модель взаимосвязанных электромагнитных и тепловых полей, построенная на базе специализированного конечно-элементного пакета Cedrat FLUX.*

**Ключевые слова:** *индукционный нагрев, оптимальное управление, быстродействие, технологическое ограничение, альтернативный метод, численная модель, взаимосвязанные электромагнитные и тепловые поля, Cedrat FLUX.*

При решении задач оптимального управления реальными производственными процессами необходимо учитывать различные технологические ограничения. Основные технологические ограничения определяются требованиями, предъявляемыми к поведению температурного поля нагреваемого изделия, согласно которым максимальные по объему заготовки значения растягивающих термонапряжений и/или температуры не должны превышать заданных предельно допустимых величин. Наличие подобных технологических ограничений серьезно осложняет процедуру поиска решения задач оптимального управления. В данной работе на базе двумерной численной FLUX модели взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей рассматривается решение задачи оптимального по быстродействию управления периодическим процессом индукционного нагрева цилиндрических заготовок с учетом ограничения на максимально достижимую в процессе нагрева температуру.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (базовая часть госзадания, проект № 1436).

*Антон Валерьевич Попов, ассистент кафедры «Автоматика и управление в технических системах», аспирант.*

*Артем Игоревич Дьяконов, ассистент кафедры «Автоматика и управление в технических системах», аспирант.*

## Оптимальный по быстродействию алгоритм управления

Задача оптимального по быстродействию управления периодическим процессом индукционного нагрева перед пластической деформацией [1–3] с учетом технологического ограничения представляет собой задачу поиска такого переменного во времени управляющего воздействия  $u_{\text{онт}}(t)$ , стесненного ограничением  $0 \leq u_{\text{онт}}(t) \leq u_{\text{max}}$ , которое обеспечивает перевод объекта, описываемого уравнениями (1)–(4), из начального состояния (5) в заданное конечное состояние (6) при минимальном значении критерия оптимальности (7) в условиях ограничения на максимальную температуру (8) [2]:

$$c(T)\gamma(T)\frac{\partial T(l, y, t)}{\partial t} = \frac{1}{l}\frac{\partial}{\partial l}\left(\lambda(T)\frac{\partial T(l, y, t)}{\partial l}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(T)\frac{\partial T(l, y, t)}{\partial y}\right) + \frac{1}{\sigma(T)}\left(\frac{\partial H(l, y, t)}{\partial l}\right)^2, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\mu_a(H(l, y, t), T)H(l, y, t))}{\partial t} - \frac{1}{l}\frac{\partial}{\partial l}\left(l\frac{1}{\sigma(T)}\frac{\partial H(l, y, t)}{\partial l}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\sigma(T)}\frac{\partial H(l, y, t)}{\partial l}\right) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial H(0, y, t)}{\partial l} = 0; H(R, y, t) = H_L; H(l, 0, t) = H_{R1}; H(l, L, t) = H_{R2}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T(0, y, t)}{\partial l} = 0; \lambda(T)\frac{\partial T(R, y, t)}{\partial l} = -\alpha(T)(T(R, y, t) - T_a);$$

$$\lambda(T)\frac{\partial T(l, 0, t)}{\partial y} = \alpha(T)(T(l, 0, t) - T_a); \lambda(T)\frac{\partial T(l, L, t)}{\partial y} = -\alpha(T)(T(l, L, t) - T_a) \quad (4)$$

$$T(l, y, t) = T(l, y, 0) = T_0(l, y), \quad l \in [0, R]; y \in [0, L]; \quad (5)$$

$$\max_{\substack{l \in [0; R] \\ y \in [0; L]}} |T(l, y, t^0) - T^*| \leq \varepsilon_0, \quad (6)$$

$$J_1 = \int_0^{t^0} t dt = t^0 \rightarrow \min; \quad (7)$$

$$T_{\text{max}}(t) = \max_{\substack{l \in [0; R] \\ y \in [0; L]}} T(l, y, t) \leq T_{\text{доп}}. \quad (8)$$

Здесь  $H(l, y, t)$  – напряженность магнитного поля;

$T(l, y, t)$  – пространственно-временное распределение температуры по объему заготовки;

$\mu_a(H, T)$  – абсолютная магнитная проницаемость;

$\alpha(T)$  – коэффициент теплоотдачи в окружающую среду;

$\sigma(T), c(T), \gamma(T), \lambda(T)$  – соответственно удельная электропроводность, теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности нагреваемого металла;

$t$  – время;

$l, y$  – соответственно радиальная и продольная пространственная координаты;

$\varepsilon_0$  – максимально допустимая величина абсолютного отклонения температуры от заданной;

$T_a$  – температура окружающей среды;

$L$  – длина заготовки;

$R$  – радиус заготовки;

$T^*$  – заданное значение температуры;

$T_{\text{доп}}$  – предельно допустимое значение максимальной температуры

нагрева.

Решение задачи оптимального по быстрдействию управления без учета ограничения имеет вид релейной функции [2]

$$u_{\text{опт}}(t) = \frac{u_{\text{max}}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], \sum_{i=1}^{j-1} \Delta_i < t < \sum_{i=1}^j \Delta_i, j = \overline{1, N}, \quad (9)$$

где  $\Delta_i$  – длительность  $i$ -го интервала знакопостоянства управляющего воздействия  $u_{\text{опт}}(t)$ .

Если ограничение (8) не нарушается при оптимальном управляющем воздействии вида (9), то данное управляющее воздействие остается оптимальным и в сформулированной задаче с ограничением (8).

Однако в большинстве реальных ситуаций из-за превышения допустимой величины температурного максимума на некотором временном интервале процесса нагрева не выполняется условие (8) (рис. 1).

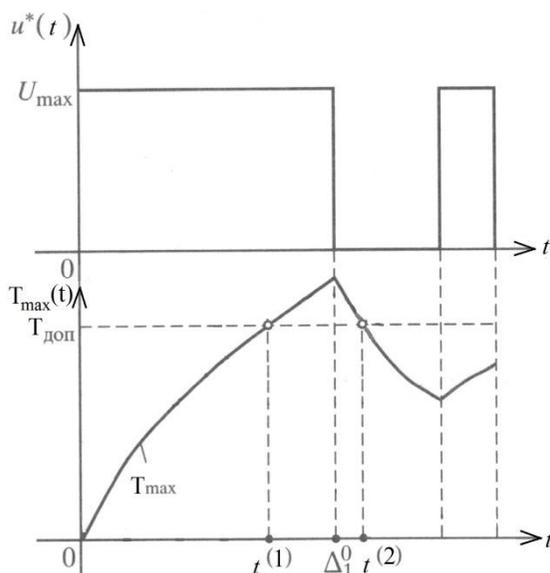


Рис. 1. Изменение управляющего воздействия  $u^*(t)$  и максимальной температуры  $T_{\text{max}}(t)$  в процессе индукционного нагрева

Следовательно, необходим поиск управляющего воздействия на участке от  $t^{(1)}$  до  $t^{(2)}$ , на котором максимальная температура по объему заготовки  $T_{\text{max}}(t) = \max T(l, y, t)$  не будет превышать допустимого значения  $T_{\text{доп}}$ . Очевидно, что если на этом участке будет выполняться условие  $T_{\text{max}}(t) = T_{\text{доп}}$ , то время нагрева в оптимальном процессе с введенным ограничением (8) будет минимальным из всех возможных.

При этом характер изменения остальных интервалов оптимального управляющего воздействия остается неизменным. Тогда алгоритм оптимального по быстродействию управления (9) в условиях ограничения (8) принимает вид

$$u^*(t) = \begin{cases} U_{\max}, t \in (0, t_T); \\ u^T(t), t \in (t_T, \Delta_1^0); \\ \frac{u_{\max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], t_{j-1} < t < t_j, j = 2, 3, \dots, N, \end{cases} \quad (10)$$

где  $t_T$  – момент времени, когда максимальная температура в процессе нагрева  $T_{\max}$  становится равной максимально допустимому значению  $T_{\text{доп}}$ ;

$u^T(t)$  – управляющее воздействие на участке движения по ограничению.

Таким образом, поиск оптимального алгоритма управления (10) сводится к определению количества  $N$  и длительностей интервалов постоянства  $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ , управляющего воздействия  $u^*(t)$ , а также длительности интервала движения по ограничению и характера изменения управляющего воздействия  $u^T(t)$  на этом интервале [2].

#### **Решение задачи параметрической оптимизации с помощью альтернансного метода**

Известно [1, 2], что наличие технологического ограничения на максимальную температуру нагрева не изменяет процедуру редукции задачи оптимального управления к задаче математического программирования, сформулированной в [1]. При управлении вида (9) температурное распределение в любой точке  $(l, y), l \in [0; R], y \in [0; L]$  заготовки в момент времени  $t = t^0$  зависит только от величин  $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ . Следовательно, температурное распределение описывается зависимостью  $T(l, y, \Delta)$ .

Таким образом, нужно определить длительности  $\Delta_i, i = \overline{1, N}$  чередующихся интервалов нагрева и остывания, обеспечивающие выполнение условия (11) за минимальное время, которое будет равно сумме  $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ :

$$\Phi(\Delta) = \max_{\substack{l \in [0; R] \\ y \in [0; L]}} |T(y, l, \Delta) - T^*| \leq \varepsilon_0. \quad (11)$$

В данном случае роль критерия оптимальности исполняет сумма:

$$\sum_{i=1}^N \Delta_i \rightarrow \min_{\Delta}. \quad (12)$$

Следовательно, решение задачи оптимального по быстродействию управления без технологического ограничения сводится к задаче математического программирования на минимум целевой функции (12)  $N$  переменных  $\Delta_i$  с заданным ограничением на множество допустимых значений  $\Delta_i$  в форме неравенства (11).

Возникает вопрос о возможности распространения основных закономерностей альтернансного метода на задачу с технологическим ограничением.

Как показано в [2], форма кривой распределения температуры в конце оптимального процесса и ее свойства, как правило, не меняются при учете технологического ограничения (8), если эти свойства не противоречат данным ограничениям.

Последнее условие практически всегда выполняется в том случае, когда требуемая точность нагрева оказывается не меньше разности допустимого температурного максимума  $T_{\text{доп}}$  и заданного значения температуры  $T^*$ , т. е. когда выполняется неравенство

$$\varepsilon \leq T_{\text{доп}} - T^*. \quad (13)$$

Системы уравнений альтернансного метода [2–10] в задаче оптимального управления с ограничением для точностей  $\varepsilon_{\min}^{(1)}$ ,  $\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$ ,  $\varepsilon_{\min}^{(2)}$  имеют вид (14)–(16), как и в задаче без учета ограничения. Здесь  $\varepsilon_{\min}^{(i)}$  – максимально достижимая точность нагрева в классе  $i$ -интервальных управлений, где  $i = \overline{1, N}$ . При этом оптимальное управляющее воздействие для точности  $\varepsilon_{\min}^{(1)}$  описывается выражением (17), для точностей  $\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$  и  $\varepsilon_{\min}^{(2)}$  – выражением (18).

$$\left\{ \begin{array}{l} T(0, l_1^0, \Delta_1^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(1)}; \\ T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0) - T^* = +\varepsilon_{\min}^{(1)}; \\ \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0)}{\partial y} = \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0)}{\partial l} = 0; l_1^0 = 0; \end{array} \right. \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(0, l_1^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = +\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ T(R, l_3^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial y} = \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial l} = 0; l_3^0 = l_1^0 = 0; \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(0, l_1^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_0; \\ T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = +\varepsilon_0; \\ \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial y} = \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial l} = 0; l_1^0 = 0; \end{array} \right. \quad (16)$$

$$u^*(t) = \begin{cases} U_{\max}, t \in (0, t_T); \\ u^T(t), t \in (t_T, \Delta_1^0); \end{cases} \quad (17)$$

$$u^*(t) = \begin{cases} U_{\max}, t \in (0, t_T); \\ u^T(t), t \in (t_T, \Delta_1^0); \\ 0, t \in (\Delta_1^0, \Delta_2^0). \end{cases} \quad (18)$$

В выражениях (14)–(16)  $y_i^0, l_i^0$  – пространственные координаты точек с максимальным отклонением температуры от заданного значения.

При выполнении условия (13) последовательность решения задачи оптимального управления с ограничением на максимальную температуру нагрева имеет следующий вид [2]:

- по результатам решенной задачи оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева в отсутствие технологических ограничений находится зависимость изменения максимальной температуры процесса  $T_{\max}$  во времени;

- по данной зависимости выбирается характер изменения управляющего воздействия на первом интервале постоянства;

- определяется момент времени  $t_T$  начала движения по технологическому ограничению как момент времени, когда максимальная температура в процессе нагрева  $T_{\max}$  становится равной максимально допустимому значению  $T_{\text{доп}}$ ;

- осуществляется поиск управления  $u^T(t)$  на участке движения по ограничению. В целях максимального упрощения используется приближенный алгоритм вычисления  $u^T(t)$  с помощью кусочно-постоянной аппроксимации на каждом временном шаге (рис. 2). Необходимая точность аппроксимации определяется выбором достаточно большого количества  $J$  шагов изменения величины управляющего воздействия с длительностью  $t'$ . Значения  $u^{(g)}$ ,  $g = 1, 2, \dots, J$  выбираются таким образом, чтобы выполнялось условие  $T_{\max}(t) = T_{\text{доп}}$  в точках  $(l_{\max}^{(1)}, y_{\max}^{(1)})$ ,  $(l_{\max}^{(2)}, y_{\max}^{(2)})$ , ...,  $(l_{\max}^{(J)}, y_{\max}^{(J)})$  и в моменты времени  $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(J)}$ , где  $t^{(g)} = t_T + gt'$  [2];

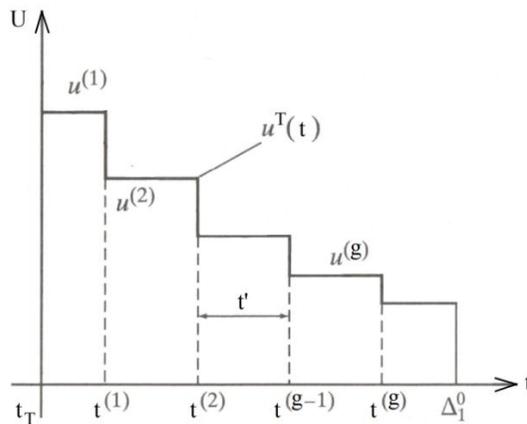


Рис. 2. Кусочно-постоянная аппроксимация управляющего воздействия  $u^T(t)$  на участке движения по ограничению

– решается задача оптимального управления для точности  $\varepsilon_{\min}^{(1)}$ . Характерная особенность решения данной задачи заключается в том, что при одноинтервальном управляющем воздействии согласно выражению (10) оптимальный процесс заканчивается на участке движения по ограничению. Таким образом, максимальное температурное отклонение от желаемой температуры составляет  $\varepsilon_{\min}^{(1)} = T_{\text{доп}} - T^*$  (рис. 3).

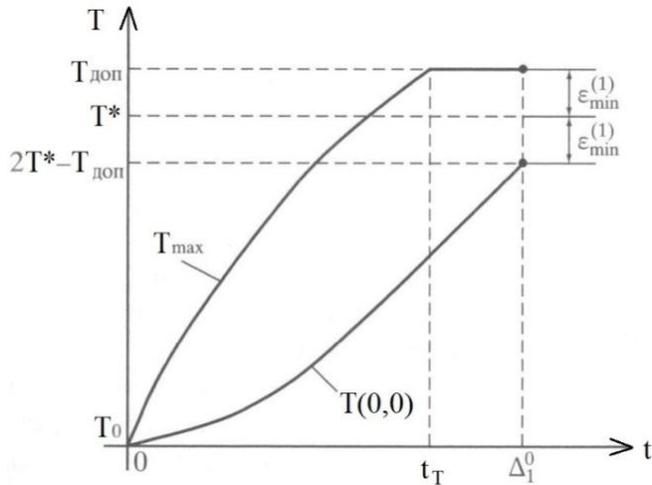


Рис. 3. Температурное поле в оптимальном по быстродействию процессе нагрева с ограничением на максимальную температуру при  $\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}$

Длительность интервала  $\Delta_1^0$  оптимального процесса однозначно определяется из уравнения, составленного для центральной точки нагреваемой заготовки:

$$T(0,0,\Delta_1^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^1 = -(T_{\text{доп}} - T^*). \quad (19)$$

Для значений точности  $\varepsilon < \varepsilon_{\min}^{(1)}$ , для которых выполняется условие (13), справедлива методика решения задач оптимального управления, применимая в отсутствие технологических ограничений: остаются неизменными и правило выбора количества интервалов управления  $N$  в зависимости от требуемой точности нагрева, и типовая форма кривых температурного распределения, и расчетные системы уравнений.

В ряде прикладных задач актуальным является случай, когда условие (13) не выполняется. Как правило, такое возможно, если допустимая температура нагрева совпадает с заданной:

$$T_{\text{доп}} = T^*. \quad (20)$$

Здесь имеет место одноинтервальное управление вида (10) в условиях (20) при  $N = 1$  в (9).

В этом случае максимальная температура возрастает до заданного значения  $T^* = T_{\text{доп}}$  при максимальном управляющем воздействии, а затем максимальная температура поддерживается на уровне  $T^* = T_{\text{доп}}$  до тех пор, пока температура в центральной точке заготовки не достигнет значения  $T^*$  с некоторой точностью,

равной  $\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}$ .

В условиях (20) оптимальный процесс заканчивается на участке движения по технологическому ограничению, входящему в первый интервал управления, то есть в таких задачах  $N$  всегда равно 1. Величина  $\varepsilon_{\min}^{(1)}$  в условиях (20) равна максимально достижимому значению  $\varepsilon_{\inf}$ .

### Численное решение задачи и анализ полученных результатов

Рассмотрим процесс сквозного индукционного нагрева на частоте 50 Гц алюминиевых цилиндрических слитков диаметром 500 мм и длиной 1000 мм до температуры 450 °С. Подробные конструктивные и теплофизические характеристики системы «индуктор – заготовка» представлены в [1].

На основе указанных исходных данных была построена двумерная численная модель в конечно-элементном программном пакете Cedrat FLUX [1, 11–12], на базе которой решалась рассматриваемая задача оптимального управления.

Анализ процесса нагрева на основе разработанной модели показал, что максимальная по объему температура превышает допустимое значение  $T_{\text{доп}} = 500^{\circ}\text{C}$  в момент времени  $t_T = 1400 \text{ сек}$ .

В результате решения задач быстрогодействия в соответствии с методикой, описанной в п. 2, получены значения максимально достижимой точности нагрева  $\varepsilon_0$ , длительности и интервалов нагрева  $\Delta_1^0$  и выравнивания температуры  $\Delta_2^0$  (см. таблицу).

Результаты решения задач быстрогодействия при  $T_{\text{доп}} = 500^{\circ}\text{C}$

	$t_T, \text{с.}$	$\varepsilon_0, ^{\circ}\text{C}$	$\Delta_1^0, \text{с.}$	$\Delta_2^0, \text{с.}$
$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$	1400	50	1747	–
$\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$		31,5	1853	25,5
$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$		19	1905	89

Конечные радиальные температурные распределения, изменение во времени управляющего воздействия максимальной и минимальной температур для случая  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$  представлены на рис. 4–5. На кривых радиального распределения температуры отмечены точки, в которых достигаются максимальные и минимальные отклонения конечной температуры от заданной.

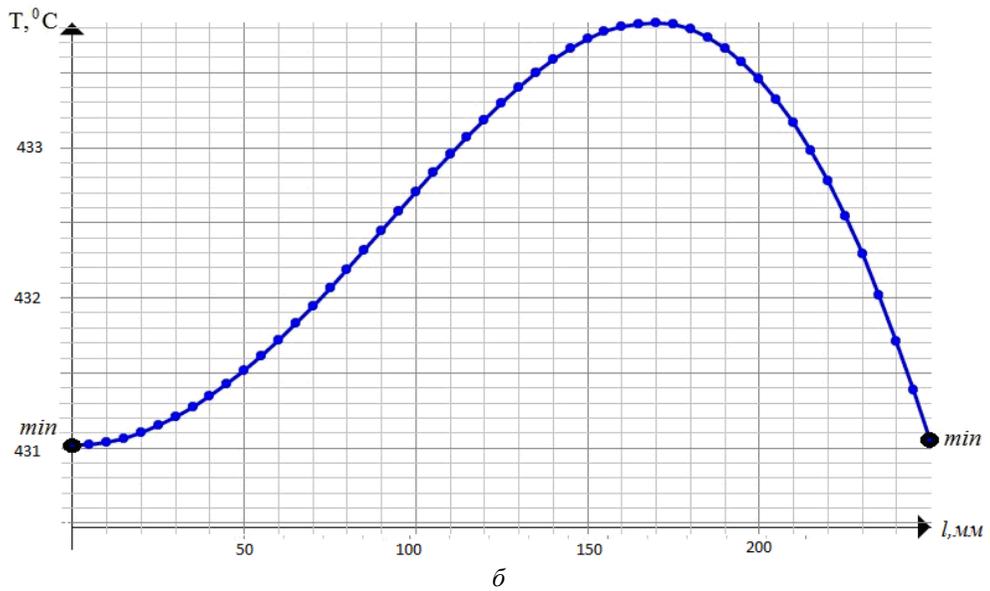
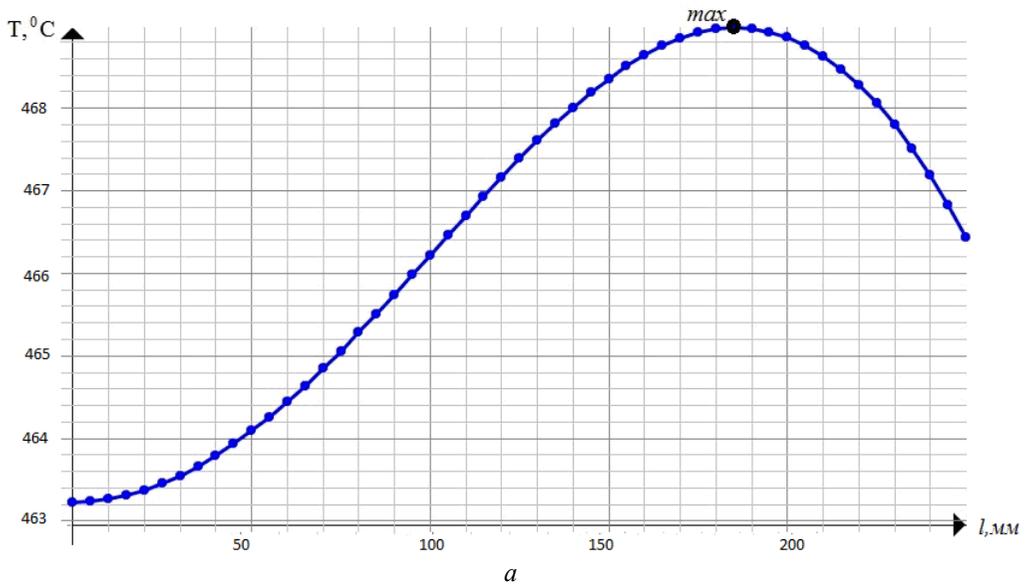


Рис. 4. Конечные радиальные температурные распределения при точности  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$  ( $T_{\text{доп}} = 500^\circ\text{C}$ ):  $a$  – сечение с точкой температурного максимума;  $b$  – сечение с точками температурных минимумов

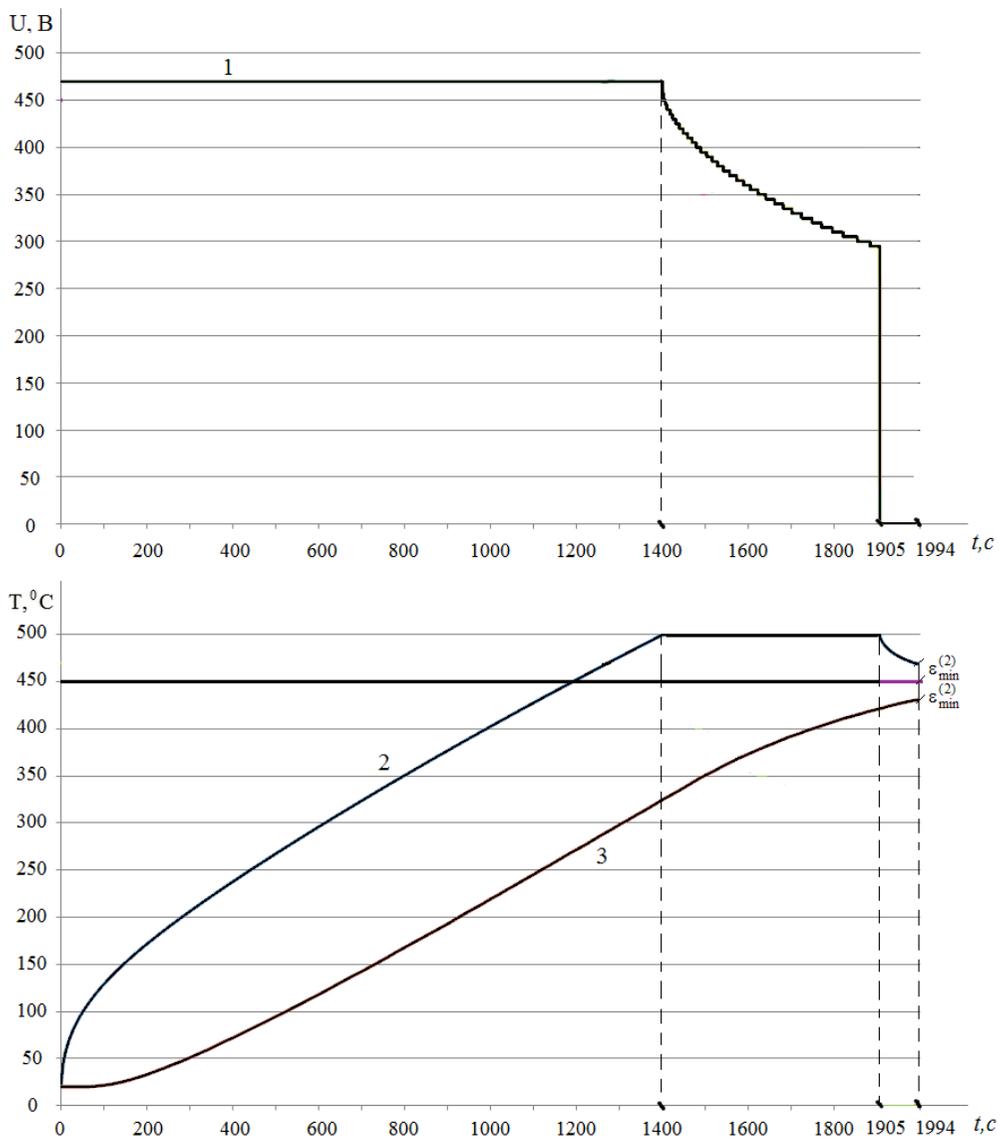


Рис. 5. Изменение управляющего воздействия (1), максимальной (2) и минимальной (3) температур в процессе нагрева при  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$  ( $T_{\text{доп}} = 500^{\circ}\text{C}$ )

Конечные радиальные температурные распределения представлены на рис. 6. Изменение во времени управляющего воздействия, максимальной и минимальной температур показано на рис. 7.

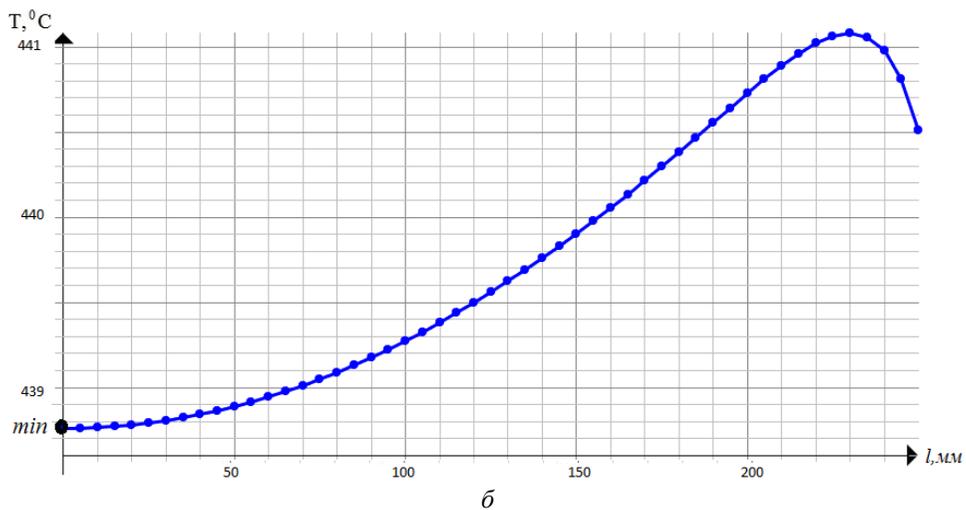
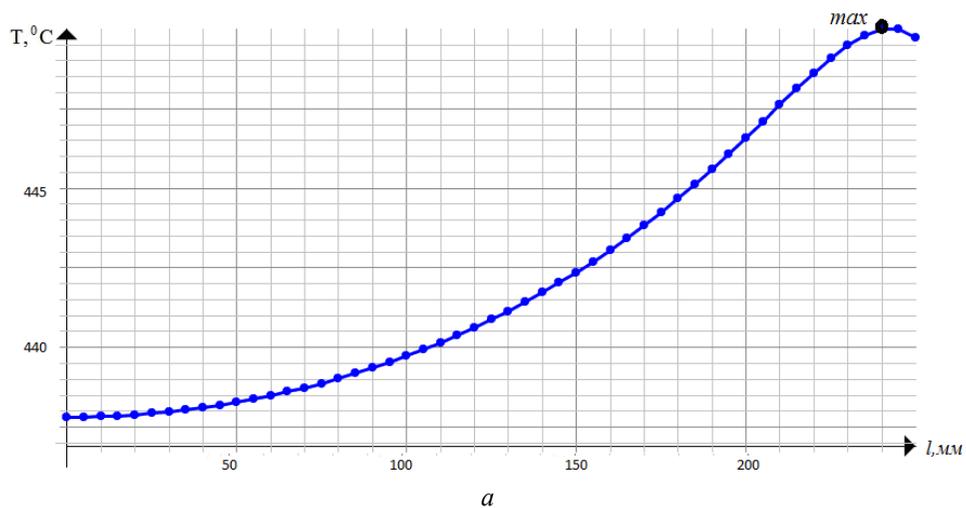


Рис. 6. Конечные радиальные температурные распределения при точности

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)} (T_{\text{доп}} = 450^{\circ}\text{C}):$$

*a* – сечение с точкой температурного максимума;

*b* – сечение с точкой температурного минимума

Интересным представляется случай, когда требуемая температура совпадает с максимально допустимым ее значением, что согласно (19) в рассматриваемой задаче соответствует выполнению условия  $T_{\text{доп}} = T^* = 450^{\circ}\text{C}$ . Как было описано ранее, в условиях (20) оптимальный по быстродействию алгоритм управления будет содержать только один интервал управления, при этом достижимая точность  $\varepsilon_{\text{inf}}$  является предельно достижимой.

С помощью численной модели при  $T_{\text{доп}} = 450^{\circ}\text{C}$  получены следующие результаты решения задачи быстродействия:  $t_T = 120\tau$ , значение точности нагрева  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)} = 13,2^{\circ}\text{C}$ , длительность интервала нагрева  $\Delta_1^0 = 3067\tau$ .

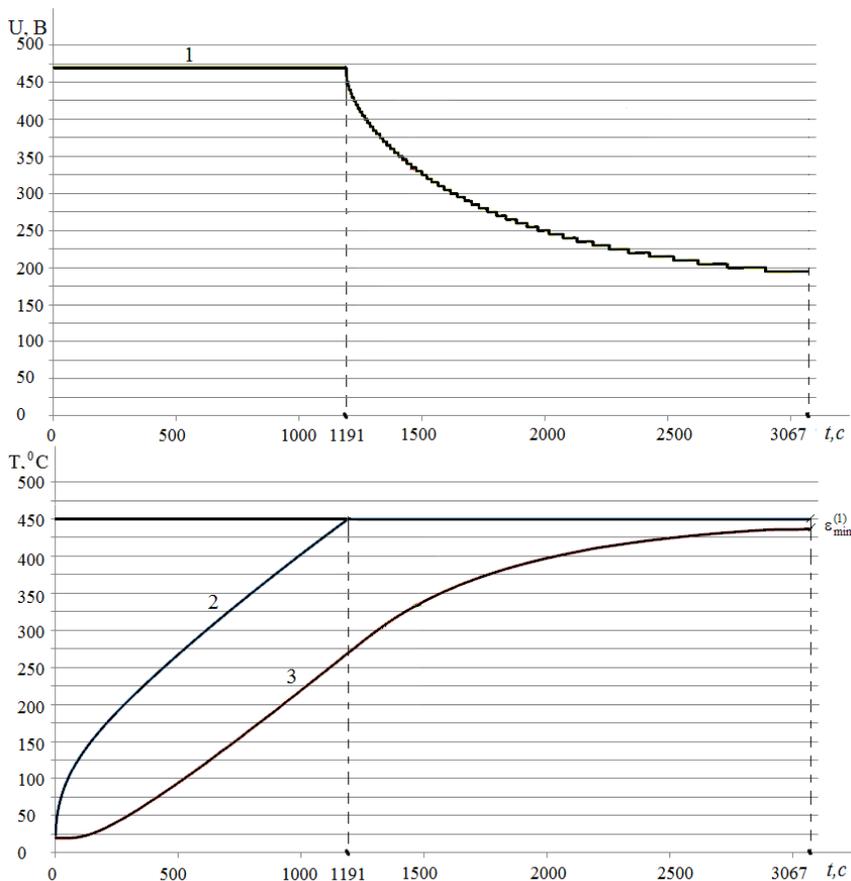


Рис. 7. Изменение управляющего воздействия (1), максимальной (2) и минимальной (3) температур при  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$  ( $T_{\text{доп}} = 450^{\circ}\text{C}$ )

### Заклучение

В данной работе рассмотрено решение двумерных задач оптимального управления процессом периодического индукционного нагрева с учетом ограничения на максимальную температуру нагрева на базе численной модели процесса, построенной в программном пакете FLUX. В результате решения получены оптимальные по быстродействию алгоритмы управления процессами сквозного нагрева алюминиевых цилиндрических заготовок.

Анализ полученных результатов показывает, что наличие технологического ограничения на максимальную температуру в процессе индукционного нагрева существенно осложняет процедуру решения задачи оптимального управления. Введение предельно допустимого значения максимальной температуры позволяет получить выигрыш по точности нагрева не менее 25 % при увеличении времени нагрева на 15 % по сравнению с задачей без ограничения.

Полученные алгоритмы управления способствуют повышению экономической эффективности производственных процессов.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пleshивцева Ю.Э., Попов А.В., Дьяконов А.И. Двумерная задача оптимального по типовым критериям качества управления процессом сквозного индукционного нагрева // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2014. – № 2 (42). – С. 148-163.

2. *Rapoport Э.Я., Пleshivtseva Ю.Э.* Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева. – М.: Наука, 2012. – 309 с.
3. *Пleshivtseva Ю.Э., Попов А.В., Дьяконов А.И.* Оптимальное по быстродействию и энергопотреблению управление периодическим процессом индукционного нагрева металла // Альманах современной науки и образования: Научно-технический журнал. – Тамбов: Грамота, 2013. – № 2 (69). – С. 135-142.
4. *Rapoport E.* Optimal Control of Induction Heating Processes / E. Rapoport, Yu. Pleshivtseva; DK6039, CRC Press/Taylor & Francis Group, 6000 Broken Sound Parkway, NW Suite, 300. Boca Raton, FL 33487 (USA), 2007. – 349 pp.
5. *Rapoport Э.Я.* Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2009. – 678 с.
6. *Rapoport Э.Я.* Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. – М.: Наука, 2000. – 336 с.
7. *Rapoport E., Pleshivtseva Yu.* Optimal control of nonlinear objects of engineering thermophysics // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2012. – Vol. 48. – Issue 5. – pp. 429-437.
8. *Наке Б., Заикина Н., Улфертс А., Пleshivtseva Ю.* Оптимальное управление процессами индукционного нагрева с учетом основных технологических ограничений // Актуальные проблемы теории и практики индукционного нагрева АРИН-09: Мат. 2-й междунар. конф. СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», ООО ВНИИТВЧ-ЭСТЭЛ, 20-22 мая 2009. – С. 195-206.
9. *Rapoport Э.Я.* Оптимальное управление в двумерных задачах теплопроводности // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1984. – № 6. – С. 102-112.
10. *Rapoport Э.Я., Пleshivtseva Ю.Э.* Алгоритмически точный метод параметрической оптимизации в краевых задачах оптимального управления системами с распределенными параметрами // Оптоэлектроника, приборостроение и обработка информации. – 2009. – Т. 45. – № 5. – С. 103-112.
11. Flux [Электронный ресурс]: сайт программного продукта Flux. Режим доступа: [www.cedrat.com/en/software/flux.html](http://www.cedrat.com/en/software/flux.html) (дата обращения 20.07.2015).
12. *Шаранова О.Ю.* Численное моделирование процесса периодического индукционного нагрева на базе конечно-элементного программного пакета FLUX // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2011. – № 7 (28). – С. 180-185.

*Статья поступила в редакцию 3 июня 2015 г.*

## **TIME-OPTIMAL CONTROL OF BATCH INDUCTION HEATING PROCESS WITH RESPECT TO MAXIMUM TEMPERATURE RESTRICTION**

***A.V. Popov, A.I. Diakonov***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*The paper deals with the problem of time-optimal control of batch induction heating process with respect to restriction on maximum value of temperature. Parametric optimization of time-optimal control algorithms is carried out using the alternance optimization method of distributed parameter systems, developed in Samara State Technical University. Optimization procedure is based on the 2D numerical model of coupled electromagnetic and thermal fields, built in finite-element software Cedrat FLUX.*

**Keywords:** *induction heating, optimal control, time-optimal, technological requirement, maximum temperature restriction, alternance method, numerical model, coupled electromagnetic and thermal fields, Cedrat FLUX.*

---

*Anton V. Popov, Assistant, Postgraduate Student.  
Artem I. Diakonov, Assistant, Postgraduate Student.*

УДК 004.94

## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ ВРЕМЕНИ

*А.С. Рагузин, Н.Г. Губанов*

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Авторы продолжают исследование процесса синхронизации шкал времени информационных систем для решения задачи поддержания единого времени на энергообъектах региональной электросетевой компании. Рассмотрены методы имитационного моделирования процесса мониторинга работы системы синхронизации времени, основанной на NTP-синхронизации. Представлена дискретно-событийная модель, разработанная в среде компьютерного моделирования AnyLogic, которая позволяет выявить узкие места системы и оценить меры по их устранению. На основе выбранных начальных данных для модели проведено несколько экспериментов, в том числе по оптимизации системы. Приведенные результаты компьютерного моделирования позволяют выбирать оптимальное значение количества устройств, входящих в систему синхронизации времени, либо администраторов, обслуживающих ее.*

**Ключевые слова:** *система синхронизации времени, имитационное моделирование, дискретно-событийная модель, управление, мониторинг, эксперимент, оптимизация, anylogic.*

Одной из важнейших задач сегодня является поиск недорогих способов увеличения эффективности и рациональности функционирования различного рода систем и объектов. Необходимо определить оптимальные средства, которые позволят заранее определить возможные риски и минимизировать их. Своевременный анализ планируемых изменений поможет избежать многих проблем, повысить качество и оперативность принимаемых управленческих решений. Одним из основных инструментов анализа, который позволяет оценить результативность изменений, планируемых к применению, является имитационное моделирование.

Вопросам имитационного моделирования уделено внимание в многочисленных работах российских и зарубежных ученых, например таких, как Каталевский Д.Ю. [1], Sterman J.D. и др. Однако остаются слабо разработанными вопросы применения имитационного моделирования в задачах моделирования систем синхронизации времени (ССВ).

В статьях [2] и [3] были рассмотрены вопросы организации типовой комплексной ССВ информационных систем распределительной сетевой компании (РСК), а также методики и средства для организации мониторинга работы этой системы. В [4] рассмотрена задача построения функциональной модели ССВ, основанной на протоколе NTP, оптимальной для решения задачи поддержания единого времени на энергообъектах региональной электросетевой компании.

Целью данной статьи является рассмотрение задач имитационного модели-

---

*Николай Геннадьевич Губанов (к.т.н., доц.), заведующий кафедрой «Автоматизация и управление технологическими процессами».*

*Алексей Сергеевич Рагузин, аспирант.*

рования в процессе принятия управленческих решений, связанных с процессом мониторинга работы ССВ.

Использование имитационной модели делает возможным прогнозирование и анализ всевозможных ситуаций, которые не происходили ранее, но могут произойти в будущем. С ее помощью возможно оценить критичность некоторых параметров и облегчить построение теоретических моделей, а также организовывать эксперименты, которые зачастую не представляется возможным провести в реальной ситуации. Кроме этого, они позволяют легко отслеживать динамику процесса.

В качестве инструмента для моделирования выбрана система AnyLogic. Она разработана компанией The AnyLogic Company на основе современных концепций в области информационных технологий и результатов исследований в теории гибридных систем и объектно-ориентированного моделирования [5].

В [2] предлагается организовать мониторинг работоспособности процесса синхронизации, основываясь на анализе и обработке сообщений, поступающих в единый центр со всех устройств, входящих в ССВ, об ошибках и предупреждениях в работе того или иного параметра протокола NTP:

- об остановке службы времени;
- о сбоях в процессе синхронизации;
- о превышении смещения времени локальных часов и часов на сервере;
- о превышении заданного уровня Stratum NTP-сервера, с которым происходит синхронизация.

Логика создаваемой модели представлена на рис. 1.

Рассмотрим объекты представленной модели.

Объект *Source* создает заявки. В контексте проводимого исследования с определенной периодичностью генерирует сообщения об ошибках и предупреждениях (Type\_1...4), возникающих на устройствах ССВ.

Объект *Service* захватывает для поступившей заявки заданное количество ресурсов (заданных объектом *ResourcePool*), задерживает заявку на определенное время, а затем освобождает захваченные ею ресурсы. Имитируется задержка на решение одной ошибки (solution\_type\_1...4) или предупреждения администратором(-ами) системы.

Объект *ResourcePool* задает набор ресурсов, которые могут захватываться и освобождаться заявками с помощью объекта *Service*. Имитирует количество администраторов системы (administrators), работающих одновременно.

Объект *SelectOutput* направляет входящие заявки в один из двух выходных портов в зависимости от выполнения заданного условия. Имитирует приоритетность решения администратором сначала наиболее серьезных ошибок.

Объект *Sink* уничтожает поступившие заявки. Используется для подсчета решенных администратором ошибок.

Рассмотрим начальные данные для модели.

Предположим, что в сети ССВ используется 100 устройств (параметр модели num\_Devices), которые круглосуточно (посменно) обслуживает один администратор (параметр модели num\_Admins). Средства мониторинга на устройствах генерируют сообщения об ошибках и предупреждениях, представленные ниже.

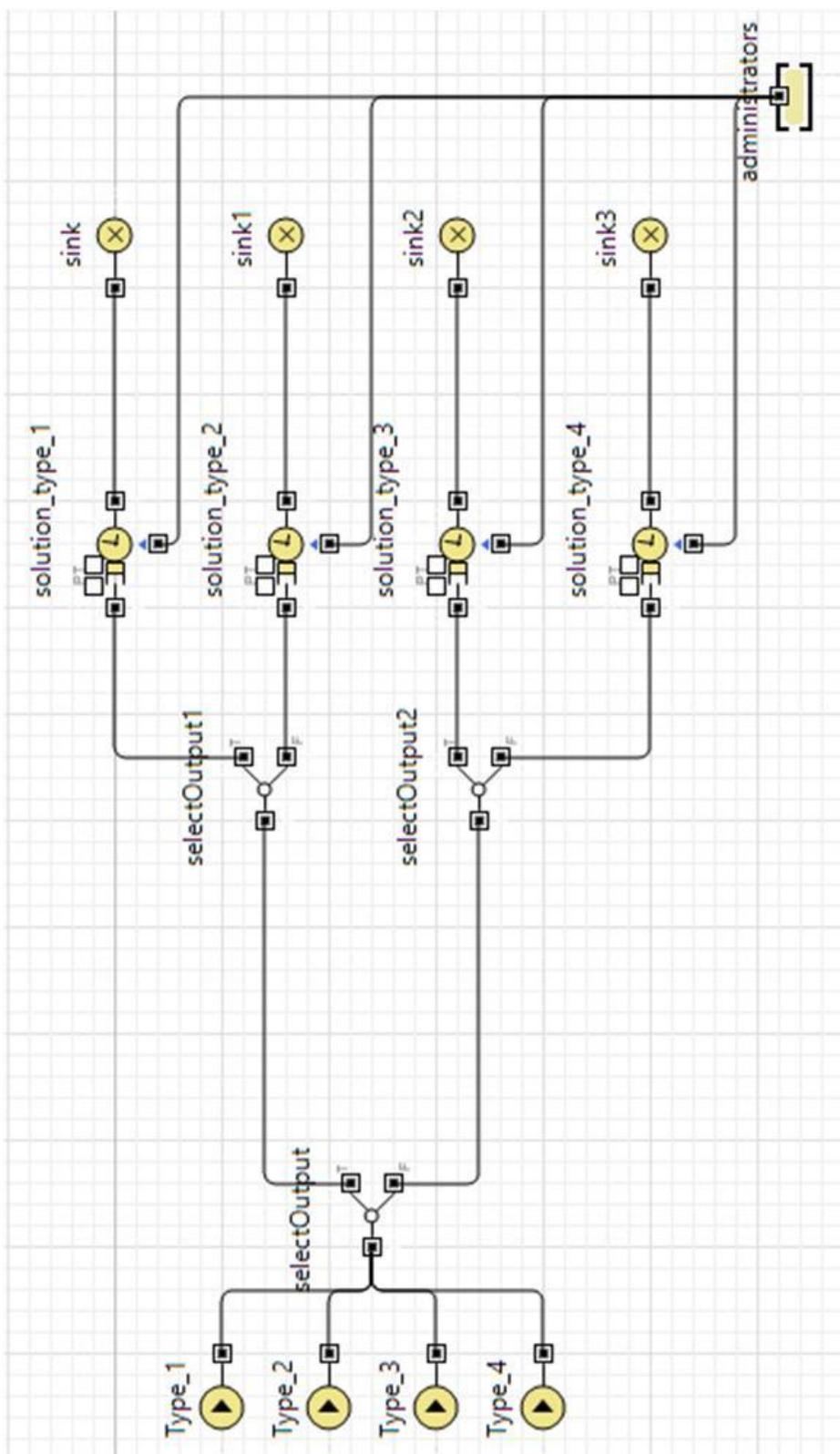


Рис. 1. Логика имитационной модели мониторинга ССВ

Сообщение об ошибке (Type\_1) «Не работает служба NTP». Данное сообщение может возникнуть на одном устройстве согласно треугольному вероятностному распределению с минимальным значением 0 в месяц, максимальным – 1 в месяц и наиболее вероятным – 0 в месяц. Таким образом, интенсивность прибытия сообщений Type\_1 от всех устройств определяется:

$$\text{Интенсивность прибытия} = \text{triangular}(0/(30*\text{day}()), 1/(30*\text{day}()), 0/(30*\text{day}())) * \text{num\_Devices}.$$

На разрешение одной такой ошибки администратор затрачивает время, которое также определяется по треугольному вероятностному распределению с минимальным значением 1 час, максимальным – 8 часов и наиболее вероятным – 2 часа:

$$\text{Время задержки} = \text{triangular}(1*\text{hour}(), 8*\text{hour}(), 2*\text{hour}()).$$

Сообщение об ошибке (Type\_2) «Сбой в процессе синхронизации». По интенсивности прибытия такие сообщения аналогичны сообщению Type\_1:

$$\text{Интенсивность прибытия} = \text{triangular}(0/(30*\text{day}()), 1/(30*\text{day}()), 0/(30*\text{day}())) * \text{num\_Devices}.$$

На разрешение одной такой ошибки администратор затрачивает время, которое определяется по треугольному вероятностному распределению с минимальным значением 1 час, максимальным – 16 часов и наиболее вероятным – 4 часа:

$$\text{Время задержки} = \text{triangular}(1*\text{hour}(), 16*\text{hour}(), 4*\text{hour}()).$$

Сообщение о предупреждении (Type\_3) «Превышение максимально разрешенного значения смещения Offset». Данное сообщение может возникнуть на одном устройстве согласно треугольному вероятностному распределению с минимальным значением 0 в день, максимальным – 2 в день и наиболее вероятным – 1 в день:

$$\text{Интенсивность прибытия} = \text{triangular}(0/\text{day}(), 2/\text{day}(), 1/\text{day}()) * \text{num\_Devices}.$$

Администратор затрачивает на обработку такого предупреждения время, которое определяется по треугольному вероятностному распределению с минимальным значением 0,1 часа, максимальным – 0,5 часа и наиболее вероятным – 0,2 часа:

$$\text{Время задержки} = \text{triangular}(0.1*\text{hour}(), 0.5*\text{hour}(), 0.2*\text{hour}()).$$

Сообщение о предупреждении (Type\_4) «Превышение максимально разрешенного уровня Stratum». Данное сообщение может возникнуть на одном устройстве согласно треугольному вероятностному распределению с минимальным значением 0 в день, максимальным – 1 в день и наиболее вероятным – 0 в день:

$$\text{Интенсивность прибытия} = \text{triangular}(0/\text{day}(), 1/\text{day}(), 1/\text{day}()) * \text{num\_Devices}.$$

Администратор затрачивает на обработку такого предупреждения время, которое определяется по треугольному вероятностному распределению с минимальным значением 0,1 часа, максимальным – 0,5 часа и наиболее вероятным – 0,2 часа:

$$\text{Время задержки} = \text{triangular}(0.1*\text{hour}(), 0.5*\text{hour}(), 0.2*\text{hour}()).$$

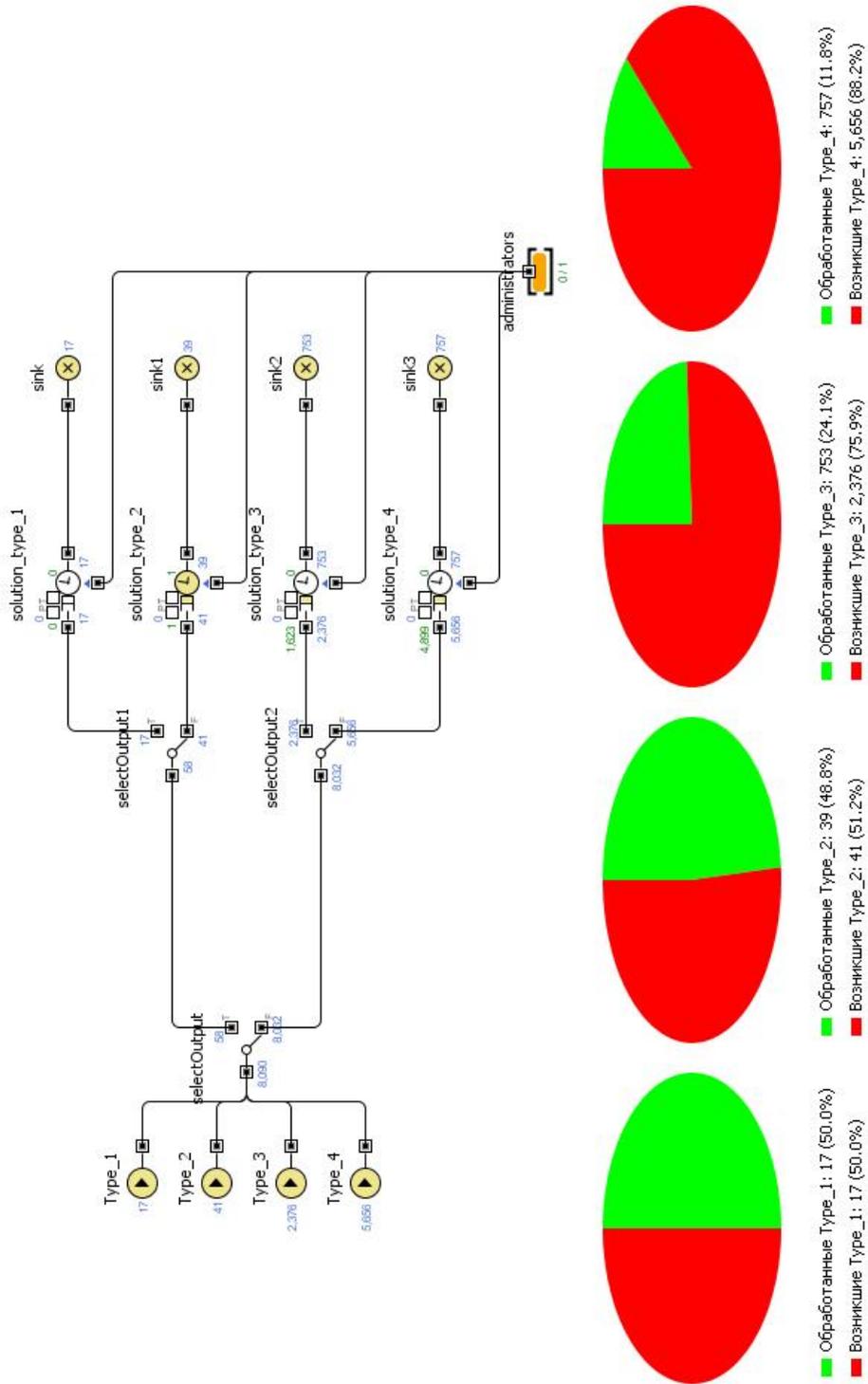


Рис. 2. Результат выполнения модели

Обработку поступающих сообщений администратор ведет со следующими приоритетами: Type\_1 – 4, Type\_2 – 3, Type\_3 – 2, Type\_4 – 1.

Выполнив модель для периода модельного времени в один месяц (744 часа) для ССВ количеством 100 устройств, получают выходные данные (рис. 2). Анализируя диаграммы, можно сделать вывод, что администратор не успел обработать одно критичное сообщение об ошибке Type\_2 и множество некритичных предупреждений Type\_3 и Type\_4.

Для повышения качества и оперативности принимаемых управленческих решений необходимо подобрать оптимальное количество устройств для ССВ, по которым один администратор сможет обслуживать возникающие ошибки и предупреждения. Для этого создается эксперимент «Оптимизация», где в качестве функции, возвращаемое значение которой необходимо максимизировать, указывается параметр num\_Devices. Приемлемым условием эксперимента будет считаться отсутствие необработанных ошибок Type\_1 и Type\_2 за один месяц. Количество устройств с каждой итерацией эксперимента будет изменяться от 40 до 150 с шагом 10. Для каждой итерации будет выполняться 5 реплик эксперимента.

На рис. 3 видно, что за один месяц один администратор может без труда обслуживать ССВ с количеством устройств, равным 70.

## Monitoring SSV : Optimization

Оптимизационный эксперимент

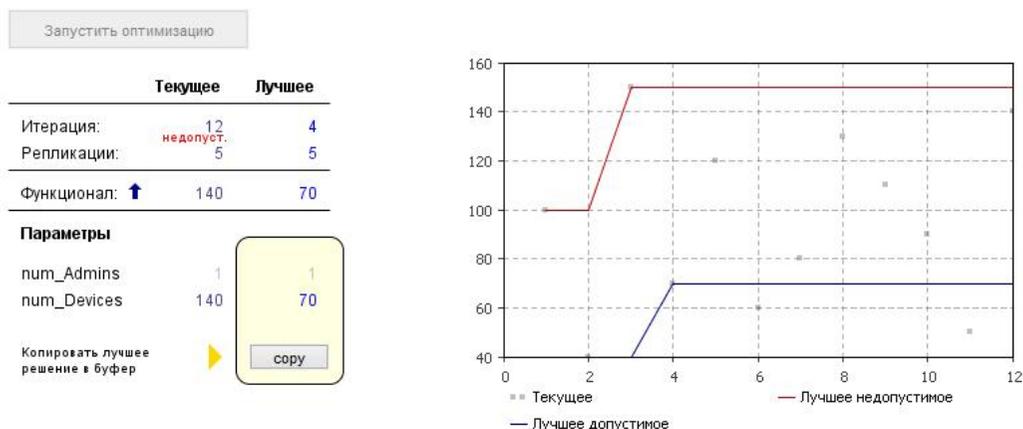


Рис. 3. Результат эксперимента по оптимизации

Таким образом, предложенная дискретно-событийная модель процесса обработки аварийных событий системы синхронизации времени, построенная в среде моделирования Any Logic, позволяет выявить узкие места системы и оценить меры по их устранению. В частности, определено максимальное количество возможных устройств ССВ, сообщения об ошибках с которых может обрабатывать один администратор ССВ при определенных вероятностях появления таких сообщений.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Каталевский Д.Ю.* Основы имитационного моделирования и системного анализа в управлении: Учеб. пособие. – М.: Издательство Московского университета, 2011. – 304 с.
2. *Рагузин А.С., Шишков М.А., Носенко А.Ф.* Синхронизация времени гетерогенных информационных систем технологических объектов региональной электросетевой компании // Электро-

- энергетика глазами молодежи: научные труды международной научно-технической конференции: сборник статей. – Самара: СамГТУ, 2011. – Т. 2. – С. 7-12.
3. *Рагузин А.С., Шишков М.А., Носенко А.Ф.* Мониторинг синхронизации времени информационных систем технологических объектов региональной электросетевой компании // Электроэнергетика глазами молодежи: научные труды III междунар. науч.-техн. конф.: сборник статей. – Екатеринбург: УрФУ, 2012. – Т. 2. – С. 58-61.
  4. *Рагузин А.С., Губанов Н.Г.* Моделирование системы синхронизации времени информационных систем региональной электросетевой компании // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2015. – № 1. – С. 21–28.
  5. *Боев В.Д.* Компьютерное моделирование: Пособие для практических занятий, курсового и дипломного проектирования в AnyLogic 7. – СПб.: ВАС, 2014. – 432 с.

*Статья поступила в редакцию 2 июня 2015 г.*

## **SIMULATION MODELING THE TASK OF CONSTRUCTING SYSTEM TIME SYNCHRONIZATION**

***A.S. Raguzin, N.G. Gubanov***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*The authors continue to research the time-scale information- systems synchronization to solve the problem of maintaining the same time at the power facilities of the regional grid company. The paper describes the simulation modeling techniques of monitoring the work of the time-synchronization system based on the NTP synchronization. A discrete-event model developed in the AnyLogic computer modeling is presented, which allows the system to identify the bottlenecks and to evaluate the measures for their elimination. On the basis of the selected initial data for the model, we conducted several experiments, including those on the system optimization. The results of the computer simulation allow to select the optimum number of devices for the time-synchronization system to contain or that of system managers to maintain it.*

**Keywords:** *system time synchronization, simulation modeling, discrete-event model, management, monitoring, experiment, optimization, anylogic.*

УДК 681.5.015.75

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ИМПУЛЬСНОЙ ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО МЕТОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗНАКОВОГО АНАЛОГО-СТОХАСТИЧЕСКОГО КВАНТОВАНИЯ\*

**В.Н. Якимов, В.И. Батищев, А.В. Машков**

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассмотрена задача идентификации импульсной переходной функции линейной динамической системы на основе корреляционного метода с использованием в качестве первичного преобразования входного и выходного сигналов знакового аналого-стохастического квантования. Знаковое аналого-стохастическое квантование позволило перейти от обработки многозарядных цифровых отсчетов входного и выходного сигналов к обработке целочисленных отсчетов времени, определяемых результатом данного вида квантования. Основным результатом является разработка цифрового алгоритма для последовательного вычисления дискретных отсчетов импульсной переходной функции. Данный алгоритм не требует предварительного прямого вычисления оценок корреляционной функции входного сигнала и взаимной корреляционной функции входного и выходного сигналов системы.*

**Ключевые слова:** статистическая идентификация, динамическая система, случайный процесс, знаковый сигнал, отсчет времени, знаковое аналого-стохастическое квантование.

Идентификация импульсной переходной функции линейной динамической системы по данным, полученным экспериментальным путем, представляет собой актуальную задачу [1, 2]. Однако ее определение с использованием специальных тестирующих сигналов может быть затруднено и даже может привести к нарушению технологического процесса нормального функционирования системы. Поэтому во многих случаях для нахождения импульсной переходной функции целесообразно применять корреляционный метод ее идентификации. Согласно этому методу нахождение импульсной переходной функции осуществляется при наблюдении за случайными входными и выходными сигналами, возникающими в штатном режиме эксплуатации системы [3, 4].

Если сигналы, действующие на входе и выходе исследуемой системы, являются стационарными и стационарно-связанными функциями, то задача идентификации корреляционным методом в своем классическом варианте связана с решением интегрального уравнения Винера – Хопфа [2-4]:

$$R_{XY}(\tau) = \int_0^{\infty} R_{XX}(v)h(\tau - v)dv ,$$

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-08-00036-А).

Владимир Николаевич Якимов (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Информационные технологии».

Виталий Иванович Батищев (д.т.н., проф.), заведующий кафедрой «Информационные технологии».

Андрей Валерьевич Машков, преподаватель.

где  $R_{XX}(\tau)$  – корреляционная функция входного сигнала  $X(t)$  системы;  
 $R_{XY}(\tau)$  – взаимная корреляционная функция входного  $X(t)$  и выходного  $Y(t)$  сигналов системы;  
 $h(t)$  – импульсная переходная функция системы.

На практике в процессе решения интегрального уравнения Винера – Хопфа исходят из условия физической реализуемости динамической системы. Согласно этому условию при  $t < 0$  импульсная переходная функция  $h(t) = 0$ . Также принимают во внимание, что для устойчивых систем импульсная переходная функция  $h(t)$  с течением времени затухает, т. е. должно выполняться предельное соотношение  $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 0$ . Поэтому процедуру идентификации импульсной переходной функции  $h(t)$  осуществляют для конечного интервала времени  $0 \leq t \leq t_{\max}$ . При этом верхнюю границу  $t_{\max}$  этого интервала определяют как момент времени, начиная с которого значения импульсной переходной функции  $h(t)$  не выходят за пределы предварительно установленного коридора [1]. Кроме того, вместо теоретических значений корреляционной  $R_{XX}(\tau)$  и взаимной корреляционной  $R_{XY}(\tau)$  функций используют их оценки  $\hat{R}_{XX}(\tau)$  и  $\hat{R}_{XY}(\tau)$ , которые вычисляются экспериментальным путем на конечном интервале времени  $0 \leq t \leq T$  по наблюдаемым реализациям входного  $X(t)$  и выходного сигналов  $Y(t)$  системы. При этом должны выполняться условия  $T \geq \tau_x$  и  $T \geq \tau_{xy}$ , где  $\tau_x$  – интервал корреляции сигнала  $X(t)$ ,  $\tau_{xy}$  – интервал взаимной корреляции сигналов  $X(t)$  и  $Y(t)$ . Одновременно должно выполняться условие  $T \geq t_{\max}$ . В соответствии с этим на практике задача идентификации импульсной переходной функции  $h(t)$  корреляционным методом сводится к необходимости решения следующего интегрального уравнения [5]:

$$\hat{R}_{XY}(\tau) = \int_0^{\tau} \hat{R}_{XX}(v) h(\tau - v) dv, \quad 0 \leq \tau \leq t_{\max}. \quad (1)$$

Решение уравнения (1) в дискретном виде связано с необходимостью перехода к процедуре численного интегрирования и требует предварительного определения текущих оценок  $\hat{R}_{XX}(v)$  и  $\hat{R}_{XY}(\tau)$ . Однако оценки  $\hat{R}_{XX}(v)$  и  $\hat{R}_{XY}(\tau)$  являются статистическими характеристиками и в цифровом виде требуют большого объема вычислений. Поэтому, принимая соответствующее решение о способе их вычисления, следует исходить из необходимости удовлетворения требованию, направленному на снижение общей трудоемкости процедуры идентификации импульсной переходной функции. Вследствие этого актуальное значение приобретает разработка цифрового алгоритма, который не требовал бы предварительного прямого вычисления текущих значений оценок  $\hat{R}_{XX}(v)$  и  $\hat{R}_{XY}(\tau)$  и обеспечивал бы повышение оперативности вычисления отсчетов импульсной переходной функции.

Получить достаточно эффективное решение задачи идентификации импульсной переходной функции  $h(t)$  согласно соотношению (1) можно, если в качестве первичного преобразования входного  $X(t)$  и выходного  $Y(t)$  сигналов в

цифровую форму использовать знаковое аналого-стохастическое квантование. Такое квантование позволяет осуществлять предельно грубое двухуровневое квантование без систематической погрешности независимо от статистических свойств преобразуемых сигналов [6].

Пусть в результате выполнения трех независимых процедур знакового аналого-стохастического квантования в пределах интервала времени  $0 \leq t \leq T$  сформирован знаковый сигнал  $z_1(t)$  и в пределах интервала времени  $0 \leq t \leq 2T$  сформированы знаковые сигналы  $z_2(t)$  и  $z_3(t)$ :

$$z_1(t) = \operatorname{sgn} \left\{ \overset{\circ}{x}(t) + \xi_1(t) \right\}, \quad z_2(t) = \operatorname{sgn} \left\{ \overset{\circ}{x}(t) + \xi_2(t) \right\} \quad \text{и} \quad z_3(t) = \operatorname{sgn} \left\{ \overset{\circ}{y}(t) + \xi_3(t) \right\},$$

где  $\operatorname{sgn}\{\dots\}$  – оператор знакового преобразования;

$\overset{\circ}{x}(t)$  и  $\overset{\circ}{y}(t)$  – центрированные (т. е. имеющие нулевые математические ожидания) наблюдаемые реализации входного  $X(t)$  и выходного  $Y(t)$  сигналов;

$\xi_1(t)$ ,  $\xi_2(t)$  и  $\xi_3(t)$  – вспомогательные случайные сигналы, которые играют роль стохастического порога квантования.

Вспомогательные сигналы  $\xi_1(t)$ ,  $\xi_2(t)$  и  $\xi_3(t)$  являются однородными. Они независимы относительно друг друга и по отношению к сигналам  $X(t)$  и  $Y(t)$ . Мгновенные значения сигналов  $\xi_1(t)$ ,  $\xi_2(t)$  и  $\xi_3(t)$  распределены равномерно внутри интервала  $[-\xi_{\max}; +\xi_{\max}]$ . При этом должно быть обеспечено выполнение условий  $|\overset{\circ}{x}(t)|_{\max} \leq \xi_{\max}$  и  $|\overset{\circ}{y}(t)|_{\max} \leq \xi_{\max}$ , где  $|\overset{\circ}{x}(t)|_{\max}$  и  $|\overset{\circ}{y}(t)|_{\max}$  представляют собой абсолютные максимально возможные значения, которое могут принять в ходе процесса идентификации реализации  $\overset{\circ}{x}(t)$  и  $\overset{\circ}{y}(t)$  сигналов  $X(t)$  и  $Y(t)$ .

Согласно своему определению результат знакового аналого-стохастического квантования представляет собой непрерывную во времени функцию, ограниченную по уровню двумя возможными значениями «-1» и «+1», которые последовательно во времени сменяют друг друга. Поэтому динамику изменения текущих значений знаковых сигналов  $z_1(t)$ ,  $z_2(t)$  и  $z_3(t)$  в пределах интервалов времени формирования можно однозначно описать с помощью их значений в начальный момент времени процедуры идентификации  $t_0 = 0$  и множеств отсчетов моментов времени, в которые каждый из них пересекает нулевой уровень (т. е. меняет свое текущее значение на противоположенное). В соответствии с этим для этих сигналов будем иметь отсчеты  $z_1(t_0)$ ,  $z_2(t_0)$  и  $z_3(t_0)$  и три множества отсчетов времени  $\{t_i^{z_1}\}$ ,  $\{t_j^{z_2}\}$  и  $\{t_q^{z_3}\}$ , где  $1 \leq i \leq I-1$ ,  $1 \leq j \leq J-1$  и  $1 \leq q \leq Q-1$ . При этом  $t_0^{z_1} = t_0^{z_2} = t_0^{z_3} = t_0$ ,  $t_I^{z_1} = T$ ,  $t_J^{z_2} = 2T$  и  $t_Q^{z_3} = 2T$ .

В качестве оценок корреляционной  $\hat{R}_{XX}(v)$  и взаимной корреляционной  $\hat{R}_{XY}(\tau)$  функций возьмем несмещенные оценки следующего вида [8-10]:

$$\hat{R}_{XX}(\nu) = \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T z_1(t) z_2(t + \nu) dt ;$$

$$\hat{R}_{XY}(\tau) = \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T z_1(t) z_3(t + \tau) dt .$$

Так как знаковые сигналы  $z_2(t)$  и  $z_3(t)$  формируются на интервале  $0 \leq t \leq 2T$ , то оценки  $\hat{R}_{XX}(\nu)$  и  $\hat{R}_{XY}(\tau)$  могут быть вычислены для  $0 \leq \nu \leq T$  и  $0 \leq \tau \leq T$ . С учетом этих оценок соотношение (1) может быть преобразовано к следующему виду:

$$\int_0^T z_1(t) \left[ z_3(t + \tau) - \int_0^{\tau} z_2(t + \nu) h(\tau - \nu) d\nu \right] dt = 0. \quad (2)$$

Так как знаковый сигнал  $z_1(t)$  остается постоянным в пределах интервалов времени  $t_i^{z_1} \leq t \leq t_{i+1}^{z_1}$  и при этом может принимать только одно из двух возможных значений «-1» или «+1», интеграл по переменной  $t$  в соотношении (2) можно представить в виде суммы интегралов:

$$z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \left[ \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_3(t + \tau) dt - \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} \int_0^{\tau} z_2(t + \nu) h(\tau - \nu) d\nu dt \right] = 0.$$

Изменим порядок интегрирования по переменным  $\nu$  и  $t$ . Тогда получаем:

$$z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \left[ \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_3(t + \tau) dt - \int_0^{\tau} h(\tau - \nu) \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_2(t + \nu) dt d\nu \right] = 0.$$

Введем обозначения:

$$a_i(\tau) = \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_3(t + \tau) dt = \int_{t_i^{z_1} + \tau}^{t_{i+1}^{z_1} + \tau} z_3(t) dt ,$$

$$b_i(\nu) = \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_2(t + \nu) dt = \int_{t_i^{z_1} + \nu}^{t_{i+1}^{z_1} + \nu} z_2(t) dt .$$

В соответствии с этими обозначениями получаем:

$$z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \left[ a_i(\tau) - \int_0^{\tau} b_i(\nu) h(\tau - \nu) d\nu \right] = 0. \quad (3)$$

Перейдем к дискретной форме представления уравнения (3). Тогда будем иметь:

$$z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \left[ a_i(k\Delta\tau) - \Delta\tau \sum_{n=0}^k b_i(n\Delta\tau) h((k-n)\Delta\tau) \right] = 0, \quad (4)$$

где  $\Delta\tau$  – интервал дискретизации по переменным  $\nu$  и  $\tau$  (фактически это интервал дискретизации по времени оценок корреляционной  $\hat{R}_{XX}(\nu)$  и взаимной корреляционной  $\hat{R}_{XY}(\tau)$  функций).

Решение уравнения (4) относительно дискретных отсчетов импульсной переходной функции для  $0 \leq k\Delta\tau \leq T$  и  $0 \leq n \leq k$  приводит к тому, что они могут быть вычислены последовательно следующим образом:

$$h(0) = \frac{A_0}{B_0} \text{ для } k = 0, \quad (5)$$

$$h(k\Delta\tau) = \frac{H(k\Delta\tau)}{B_0} \text{ для } k \geq 1, \quad (6)$$

где

$$A_0 = \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i a_i(0), \quad B_0 = \Delta\tau \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i b_i(0), \quad (7)$$

$$H(k\Delta\tau) = \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \left[ a_i(k\Delta\tau) - \Delta\tau \sum_{n=1}^k b_i(n\Delta\tau) h(\Delta\tau(k-n)) \right]. \quad (8)$$

Нетрудно видеть, что вся процедура вычисления отсчетов  $h(0)$  и  $h(k\Delta\tau)$  в процессе статистической идентификации импульсной переходной функции свелась к нахождению коэффициентов  $a_i(k\Delta\tau)$  и  $b_i(n\Delta\tau)$ .

Пусть для знакового сигнала  $z_3(t)$  границы интервала  $t_i^{z_3} + k\Delta\tau \leq t \leq t_{i+1}^{z_3} + k\Delta\tau$ , в пределах которого вычисляется значение коэффициента  $a_i(k\Delta\tau)$ , соответствуют моментам времени  $t_{m(i,z_3)}^{z_3} = t_i^{z_3} + k\Delta\tau$  и  $t_{m(i,z_3)+r(i,z_3)+1}^{z_3} = t_{i+1}^{z_3} + k\Delta\tau$ , где индексы  $m(i, z_3)$  и  $r(i, z_3)$  являются целыми числами и обозначены именно так, чтобы показать их зависимость от номера этого интервала. В соответствии с этими обозначениями будем иметь множество отсчетов  $\{t_{m(i,z_3)+1}^{z_3}, t_{m(i,z_3)+2}^{z_3}, \dots, t_{m(i,z_3)+r(i,z_3)}^{z_3}\}$ , которые принадлежат множеству  $\{t_q^{z_3}\}$  и определяют те моменты времени, в которые знаковый сигнал  $z_3(t)$  последовательно пересекает нулевой уровень в пределах интервала времени  $t_i^{z_3} + k\Delta\tau < t < t_{i+1}^{z_3} + k\Delta\tau$ .

С учетом множества моментов времени  $\{t_{m(i,z_3)+1}^{z_3}, t_{m(i,z_3)+2}^{z_3}, \dots, t_{m(i,z_3)+r(i,z_3)}^{z_3}\}$ , а также вследствие того, что сигнал  $z_3(t)$  может принимать значения, равные только «-1» и «+1», интеграл в выражении, определяющем коэффициенты  $a_i(k\Delta\tau)$ , может быть вычислен аналитически, так что они будут равны:

$$a_i(k\Delta\tau) = z_3(t_i^{z_3} + k\Delta\tau) \sum_{q=m(i,z_3)}^{m(i,z_3)+r(i,z_3)+1} (-1)^{q-m(i,z_3)+1} \lambda_q t_q^{z_3};$$

где

$$\lambda_q = \begin{cases} 1, & q = m(i, z_3) \text{ и } q = m(i, z_3) + r(i, z_3) + 1; \\ 2, & m(i, z_3) + 1 \leq q \leq m(i, z_3) + r(i, z_3). \end{cases}$$

Аналогично получаем соотношение для вычисления коэффициентов  $b_i(n\Delta\tau)$

:

$$b_i(n\Delta\tau) = z_2(t_i^{\bar{z}_1} + n\Delta\tau) \sum_{j=m(i, z_2)}^{m(i, z_2)+r(i, z_2)+1} (-1)^{j-m(i, z_2)+1} \gamma_j t_j^{\bar{z}_2},$$

где

$$\gamma_j = \begin{cases} 1, & j = m(i, z_2) \text{ и } j = m(i, z_2) + r(i, z_2) + 1; \\ 2, & m(i, z_2) + 1 \leq j \leq m(i, z_2) + r(i, z_2). \end{cases}$$

В последнем случае было учтено, что для сигнала  $z_2(t)$  границам интервала времени  $t_i^{\bar{z}_1} + n\Delta\tau \leq t \leq t_{i+1}^{\bar{z}_1} + n\Delta\tau$ , в пределах которого вычисляется значение коэффициента  $b_i(n\Delta\tau)$ , будут соответствовать моменты времени  $t_{m(i, z_2)}^{\bar{z}_2} = t_i^{\bar{z}_1} + n\Delta\tau$  и  $t_{m(i, z_2)+r(i, z_2)+1}^{\bar{z}_2} = t_{i+1}^{\bar{z}_1} + n\Delta\tau$ . При этом будем иметь множество отсчетов времени  $\{t_{m(i, z_2)+1}^{\bar{z}_2}, t_{m(i, z_2)+2}^{\bar{z}_2}, \dots, t_{m(i, z_2)+r(i, z_2)}^{\bar{z}_2}\}$ , которые принадлежат множеству  $\{t_j^{\bar{z}_2}\}$  и определяют те моменты времени, когда знаковый сигнал  $z_2(t)$  последовательно пересекает нулевой уровень в пределах интервала времени  $t_i^{\bar{z}_1} + n\Delta\tau < t < t_{i+1}^{\bar{z}_1} + n\Delta\tau$ .

Для того чтобы иметь возможность практического использования соотношений  $a_i(k\Delta\tau)$  и  $b_i(n\Delta\tau)$  для вычисления отсчетов импульсной переходной функции, необходимо перейти к числовому представлению дискретных отсчетов моментов времени  $\{t_i^{\bar{z}_1}\}$ ,  $\{t_j^{\bar{z}_2}\}$  и  $\{t_q^{\bar{z}_3}\}$ . Это можно сделать, используя классический подход к цифровому представлению интервалов времени. Согласно этому подходу

$$\eta_i^{\bar{z}_1} = \text{int} \left[ \frac{t_i^{\bar{z}_1}}{\Delta t} \right], \quad \eta_j^{\bar{z}_2} = \text{int} \left[ \frac{t_j^{\bar{z}_2}}{\Delta t} \right] \text{ и } \eta_q^{\bar{z}_3} = \text{int} \left[ \frac{t_q^{\bar{z}_3}}{\Delta t} \right],$$

где  $\text{int}[\dots]$  – оператор определения целой части числа в квадратных скобках;  $\Delta t$  – период счетных импульсов, который должен удовлетворять требованию

$$\Delta t = \delta \times \min \left\{ \Delta t_i^{\bar{z}_1} = t_{i+1}^{\bar{z}_1} - t_i^{\bar{z}_1}; \Delta t_j^{\bar{z}_2} = t_{j+1}^{\bar{z}_2} - t_j^{\bar{z}_2}; \Delta t_q^{\bar{z}_3} = t_{q+1}^{\bar{z}_3} - t_q^{\bar{z}_3} \right\}.$$

Здесь  $\delta$  определяет задание в относительных единицах необходимой точности числового представления дискретных отсчетов времени  $t_i^{\bar{z}_1}$ ,  $t_j^{\bar{z}_2}$  и  $t_q^{\bar{z}_3}$  в зависимости от длительности минимально возможного интервала времени  $\Delta t_i^{\bar{z}_1} = t_{i+1}^{\bar{z}_1} - t_i^{\bar{z}_1}$ ,  $\Delta t_j^{\bar{z}_2} = t_{j+1}^{\bar{z}_2} - t_j^{\bar{z}_2}$  или  $\Delta t_q^{\bar{z}_3} = t_{q+1}^{\bar{z}_3} - t_q^{\bar{z}_3}$  для  $0 \leq i \leq I-1$ ,  $0 \leq j \leq J-1$  и  $0 \leq q \leq Q-1$ . Значение  $\delta$  выбирается исходя из априорных сведений о динамических и частотных характеристиках сигналов  $X(t)$  и  $Y(t)$ . В частности, должно

выполняться условие  $\Delta t < kf_{\max}^{-1}$ , где  $k \geq 2$  и  $f_{\max}^{-1}$  – верхняя граничная частота в спектре сигналов  $X(t)$  и  $Y(t)$ . Также должно выполняться условие  $\Delta t \leq \Delta\tau$ .

В результате получаем три множества целых чисел  $\{\eta_i^{z_1}\}$ ,  $\{\eta_j^{z_2}\}$  и  $\{\eta_q^{z_3}\}$ .

Отметим, что  $\eta_0^{z_1} = \eta_0^{z_2} = \eta_0^{z_3} = \eta_0 = 0$ . Кроме того, будем иметь  $N = \text{int} \left[ \frac{T}{\Delta t} \right]$ . Отсюда следует, что  $\eta_I^{z_1} = N$ ,  $\eta_J^{z_2} = 2N$  и  $\eta_Q^{z_3} = 2N$ .

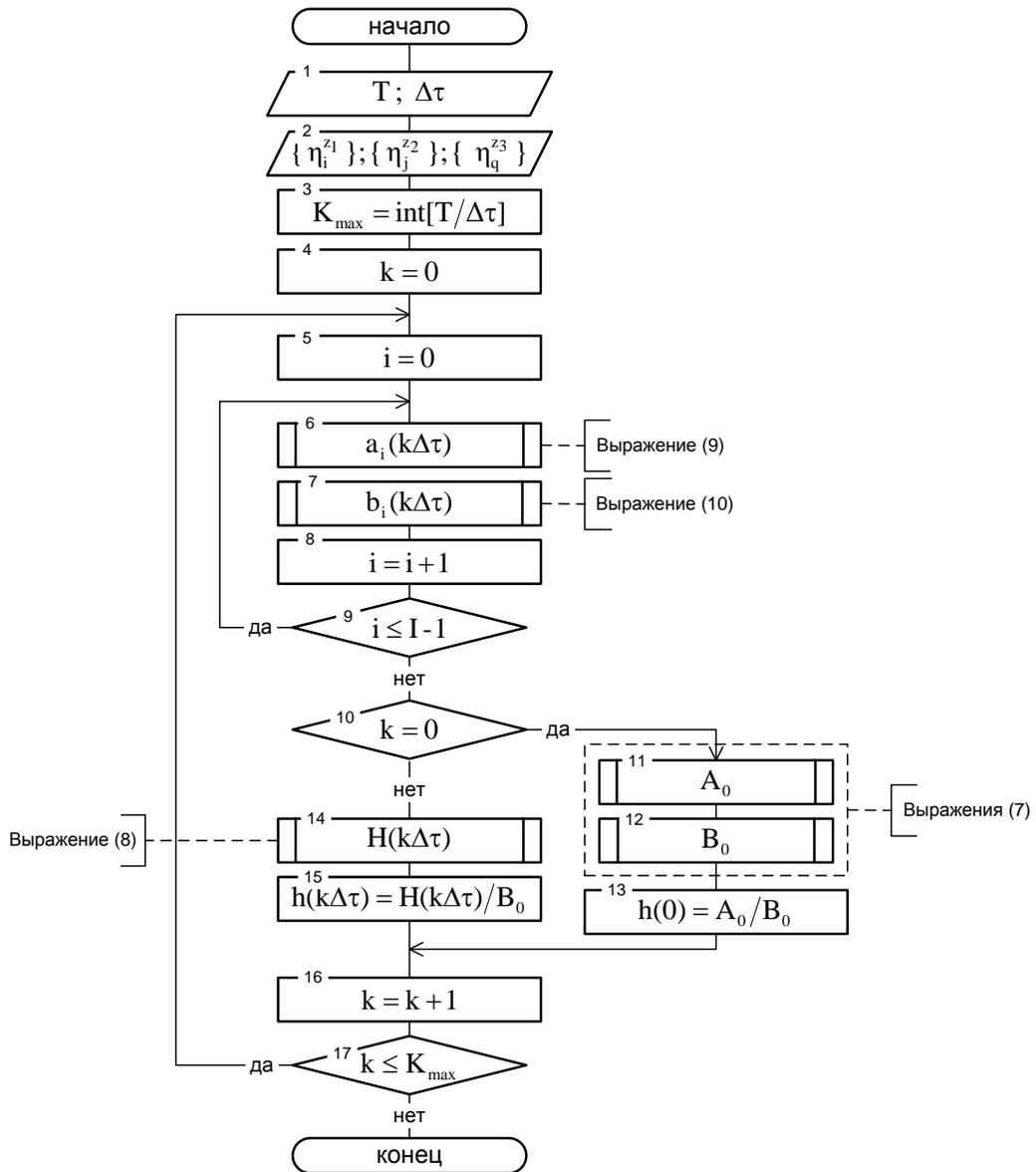


Схема алгоритма вычисления отсчетов импульсной переходной функции

В итоге соотношения для вычисления  $a_i(k\Delta\tau)$  и  $b_i(n\Delta\tau)$  будут иметь вид:

$$a_i(k\Delta\tau) = z_3(\eta_i^{z_1}\Delta t + k\Delta\tau)\Delta t \sum_{q=m(i,z_3)}^{m(i,z_3)+r(i,z_3)+1} (-1)^{q-m(i,z_3)+1} \lambda_q \eta_q^{z_3}; \quad (9)$$

$$b_i(n\Delta\tau) = z_2(\eta_i^{z_1}\Delta t + n\Delta\tau)\Delta t \sum_{j=m(i,z_2)}^{m(i,z_2)+r(i,z_2)+1} (-1)^{j-m(i,z_2)+1} \gamma_j \eta_j^{z_2}. \quad (10)$$

Таким образом, соотношения (5) – (8) с учетом соотношений (9) и (10) можно рассматривать как последовательный цифровой алгоритм идентификации импульсной переходной функции в дискретные моменты времени  $0 \leq k\Delta\tau \leq T$  с интервалом дискретизации  $\Delta\tau$ . При этом общее число подлежащих вычислению отсчетов импульсной переходной функции будет равно

$$K_{\max} = \text{int} [\Gamma/\Delta\tau].$$

На рисунке представлен упрощенный вариант схемы алгоритма последовательного вычисления отсчетов импульсной переходной функции.

В заключение отметим, что в данной работе основным моментом является использование знакового аналого-стохастического квантования в качестве первичного преобразования входного  $X(t)$  и выходного  $Y(t)$  сигналов системы. Дискретно-временное представление результата знакового аналого-стохастического квантования в виде множества отсчетов моментов времени, определяемых сменой знака, позволило операции интегрирования, связанные с формированием оценок корреляционной и взаимной корреляционной функций, вычислить аналитически. Это обеспечило возможность разработки цифрового алгоритма, исключая необходимость предварительного прямого вычисления оценок  $\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)$  и  $\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau)$  в процессе идентификации импульсной переходной функции. Основу этого алгоритма составляют процедуры вычисления коэффициентов  $a_i(k\Delta\tau)$  и  $b_i(n\Delta\tau)$ , которые не требуют осуществлять обработку многозарядных цифровых отсчетов входного  $X(t)$  и выходного  $Y(t)$  сигналов системы. Согласно полученным соотношениям вычисление коэффициентов  $a_i(k\Delta\tau)$  и  $b_i(n\Delta\tau)$  предполагает выполнение цифровых процедур, которые в своей основе сводятся к реализации логических операций и простых арифметических операций суммирования и вычитания, связанных с обработкой целочисленных отсчетов времени  $\{\eta_i^{z_1}\}$ ,  $\{\eta_j^{z_2}\}$  и  $\{\eta_q^{z_3}\}$ , сформированных в результате выполнения знакового аналого-стохастического квантования. Последнее обстоятельство способствует повышению оперативности цифрового вычисления отсчетов импульсной переходной функции.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алексеев А.А., Кораблев Ю.А., Шестопалов М.Ю. Идентификация и диагностика систем. – М.: Академия, 2009. – 352 С.
2. Дейч А.М. Методы идентификации динамических объектов. – М.: Энергия, 1979. – 240 с.
3. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 640 с.
4. Пугачев В.С., Казаков И.Е., Евланов Л.Г. Основы статистической теории автоматических систем. – М.: Машиностроение, 1974. – 400 с.
5. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. – Т. 1. – М.: Мир,

1983. – 312 с.
6. Якимов В.Н. Обобщенная математическая модель двухуровневого знакового преобразования // Техника машиностроения. – 2000. – № 4. – С. 72-74.
  7. Якимов В.Н. Математическое представление потоков дискретного знакового преобразования непрерывных сигналов // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2000. – Вып. 8. – С. 190-192.
  8. Якимов В.Н. Цифровой корреляционный анализ на основе интервального представления результата знакового преобразования случайных процессов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2001. – № 11. – С. 61-66.
  9. Якимов В.Н. Структурное проектирование цифровых коррелометров для оперативного корреляционного анализа на основе знакового аналого-стохастического квантования // Измерительная техника. – 2007. – № 4. – С. 6-11.
  10. Yakimov V.N. The structural design of digital correlometers for operational correlation analysis based on sign-function analog-stochastic quantization // Measurement Techniques. Publisher: Springer New York. – V. 50. No. 4. – P. 356-363.

*Статья поступила в редакцию 10 апреля 2015 г.*

## **IDENTIFICATION OF THE IMPULSE RESPONSE FUNCTION OF A LINEAR DYNAMIC SYSTEM BASED ON CORRELATION METHOD USING SIGN-ANALOG STOCHASTIC QUANTIZATION**

**V.N. Yakimov, V.I. Batichev, A.V. Mashkov**

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*The paper describes a new approach to solving the problem of statistical identification of the impulse response function of a linear dynamic system, which is based on the correlation method using a sign-function analog-stochastic quantization of input and output signals. Sign-function analog-stochastic quantization allows to pass from processing the multi-bit digital samples of input and output signals to processing the integer time samples determined by the change of the result value of the quantization type in question. The main result is the development of numerical algorithms for sequential calculation of the impulse response function discrete samples. This algorithm does not require preliminary direct estimates calculation of the system input signal correlation function and input and output signal cross-correlation function.*

**Keywords:** *statistical identification, dynamic system, random process, sign signal, time readout, sign-function analog-stochastic quantization.*

---

*Vladimir N. Yakimov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Vitaly I. Batichev (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Andrey V. Mashkov, Teacher.*