

Энергетика

УДК 62.00233.002

ТЕРМОДИНАМИКА ПРОЦЕССА ОСАЖДЕНИЯ КАРБИДА НИОБИЯ ИЗ ГАЗОВОЙ ФАЗЫ

А.Н. Белов

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Представлены результаты термодинамического анализа процесса образования покрытия из карбида ниобия из газовой смеси пентахлорида ниобия и метана при пониженном давлении. Коротко описана методика нанесения покрытия из карбида ниобия на твердосплавные неперегрываемые пластины. Показано, что в реакционном объеме происходит реакция восстановления и диспропорционирования хлоридов, в результате чего выделяется ниобий, который взаимодействует с углеродом; при этом образуется карбид ниобия стехиометрического состава. Термодинамический анализ был проведен с целью определения с наибольшей степенью вероятности реакции, приводящей к образованию гомогенного покрытия из карбида ниобия. Проведен расчет изобарно-изотермического потенциала и констант равновесия по энтропийному методу, основанному на уравнении Гиббса – Гельмгольца. Показано, что снижение давления в реакционном объеме увеличивает вероятность протекания реакции, приводящей к образованию покрытия из карбида ниобия.

Ключевые слова: термодинамический анализ, покрытие, карбид ниобия, пентахлорид ниобия, метан, изобарно-изотермический потенциал, константа равновесия, температура реакции.

Интенсификация и автоматизация производственных процессов в машиностроении, отсутствие постоянного контроля оператора станочного оборудования неизбежно вызвали потребность в увеличении работоспособности и износостойкости режущего инструмента.

Одним из эффективных технологических методов улучшения качественно-эксплуатационных характеристик режущих инструментов является применение износостойких покрытий, наносимых на режущие поверхности инструмента. Использование в качестве покрытий карбида, нитрида и карбонитрида титана, карбида и карбонитрида циркония, нитрида молибдена, окиси алюминия и других тугоплавких и износостойких покрытий позволяет увеличить износостойкость твердосплавных режущих инструментов в несколько раз.

Перечисленные варианты покрытий оказались неэффективными при обработке алюминиевых, титановых и жаропрочных сплавов из-за высокого химического сродства покрытий к компонентам этих обрабатываемых материалов.

В связи с изложенным большой практический интерес представляет использование в качестве покрытия твердосплавных режущих инструментов карбида

ниобия NbC .

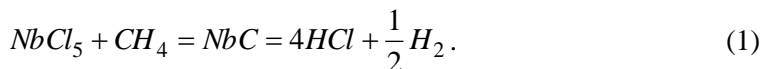
Карбид ниобия обладает значительной микротвердостью, которая в зависимости от стехиометрического состава может составлять от $H_{\mu}=17,0$ до $H_{\mu}=32,0$ МПа, характеризуется большей пластичностью, чем карбид титана, и не имеет химического сродства с компонентами указанных обрабатываемых материалов.

Нанесение покрытия из карбида ниобия на твердосплавные неперегретываемые пластины ВК8 и ВК6 осуществлялось на экспериментальной установке методом *CVD* при пониженном давлении. Суть метода состоит в том, что парогазовая смесь, содержащая пары летучих соединений, чаще хлоридов, и углеродсодержащий газ, пропускается над образцами, нагретыми до температуры 900–1000 °С. В реакционном объеме происходит реакция восстановления и диспропорционирования хлоридов, в результате чего выделяется металл. Выделившийся металл, взаимодействуя с углеродом, образует карбид.

В нашем случае покрытие из карбида ниобия формировалось из парогазовой смеси пентахлорида ниобия $NbCl_5$ и метана CH_4 .

Термодинамический анализ был проведен с целью определения реакций, приводящих к образованию гомогенного покрытия из карбида ниобия и взаимодействию химически активной газовой фазы с материалом подложки при атмосферном и пониженном давлениях.

Процесс образования покрытия является многостадийным, протекающим по типу адсорбционно-каталитических реакций. Суммарную реакцию образования карбида ниобия на любых подложках из газовой смеси можно представить в виде



Расчет изобарно-изотермического потенциала и констант равновесия проводился по энтропийному методу, основанному на уравнении Гиббса – Гельмгольца:

$$\Delta G = \Delta H_t^0 - T\Delta S_t^0, \quad (2)$$

где ΔG – изменение изобарно-изотермического потенциала;
 ΔH_t^0 – стандартное изменение энтальпии при температуре реакции;
 T – температура реакции;
 ΔS_t^0 – стандартное изменение энтропии.

Для реакций типа $\alpha A + \beta B = \gamma C + \delta D$ величины ΔH_t^0 и ΔS_t^0 равны:

$$\Delta H_t^0 = \gamma\Delta H_0(C) + \delta\Delta H_0(D) - \alpha\Delta H_0(A) - \beta\Delta H_0(B); \quad (3)$$

$$\Delta S_t^0 = \gamma S^0(C) + \delta S^0(D) - \alpha S^0(A) - \beta S^0(B), \quad (4)$$

где ΔH_0 – энтальпия образования данного соединения из простых веществ;
 S^0 – абсолютное значение энтропий компонентов реакции в стандартных условиях.

Для определения ΔG использовались стандартные данные ΔH_0 и S^0 [1, 2, 3]. Константы равновесия реакций определялись по известной формуле [2]

$$\log K_p = -0,21858\left(\frac{\Delta H_t^0}{T} - \Delta S_t^0\right). \quad (5)$$

Анализ рассчитанных значений изобарно-изотермического потенциала

и константы равновесия позволяют сделать заключение о наиболее вероятном направлении реакции. Отрицательное значение ΔG и положительное значение $\log K_p$ указывают на возможность самопроизвольного течения реакции при данной температуре и стандартном давлении.

Кроме ΔG и $\log K_p$ рассчитывалось значение температуры начала реакции T_H . Температура начала реакции является температурой термодинамического равновесия. Эту температуру можно определить из выражения (5), приравняв логарифм константы равновесия нулю. Отсюда

$$T_H = \frac{\Delta H_t^0}{\Delta S_t^0}. \quad (6)$$

Результаты расчетов ΔG , $\log K_p$ и T_H некоторых наиболее характерных химических реакций при атмосферном давлении с участием материала подложки представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчетов для характерных химических реакций

№ п/п	Реакция	1173 К		1273 К		1373 К		T_H , К
		ΔG ккал/ моль	$\log K_p$	ΔG ккал/ моль	$\log K_p$	ΔG ккал/ моль	$\log K_p$	
1	$CH_4=2H_2+C$	-4,77	+0,89	-6,75	+1,16	-8,66	+1,38	926
2	$NbCl_5 + C = NbC + 5/2Cl_2$	+80,27	-14,9	+75,64	-12,9	+70,78	-11,2	2856
3	$NbCl_5 + 5/2H_2 = Nb + 5Cl$	-11,21	+2,09	-17,17	+2,95	-23,30	+3,71	987
4	$NbCl_5 + CH_4 = NbC + 4HCl + 1/2Cl_2$	-23,82	+4,44	-31,47	+5,40	-39,13	+6,23	862
5	$NbCl_5 + W = Nb + WCl_5$	+103,8	-19,3	+106,4 4	-18,2	+109,2 8	-17,4	-
6	$NbCl_5 + W + C = NbC + WCl_5$	+88,85	-16,4	+91,80	-15,7	+94,71	-15,2	-
7	$NbCl_5 + WC = NbC + WCl_5$	+33,97	-1,32	+32,97	-1,39	+31,97	-1,45	-
8	$NbCl_5 + 5/2Co = Nb + 5/2CoCl_2$	+32,73	-6,10	+25,33	-4,35	+17,90	-2,85	1615
9	$NbCl_5 + 5/2Co + C = NbC + 5/2CoCl_2$	0	0	-7,33	+1,26	-14,69	+2,34	1173

Для реакций 5, 6 и 7 (см. табл. 1) численное значение температуры начала реакции не имеет физического смысла. Аналитически это выражается отрицательным знаком при T_H для этих реакций и связано с тем, что эндотермическая реакция сопровождается снижением энтропии.

Поскольку процесс осаждения проводится при пониженном давлении, представляет интерес определение степени влияния снижения давления в реакционном объеме на изобарно-изотермический потенциал и температуру термодинамического равновесия.

Примем общее давление (P_0) в реакторе равным 20 мм рт.ст. (2,26 КПа).

Действительное, фактическое значение изобарно-изотермического потенциала при этом давлении будет равно [4]

$$\Delta G = \Delta G_0 + 4.575 \log P_0. \quad (7)$$

Результаты расчета ΔG и T_H с учетом общего давления в реакторе, равного 2,66 МПа, представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчета

№ п/п	Реакция	ΔG ккал/моль			T_H , К
		1173 К	1273 К	1373 К	
1	$CH_4=2H_2+C$	-13,34	-15,95	-18,58	673
2	$NbCl_5 + C = NbC + 5/2Cl_2$	+71,79	+66,44	+60,58	2482
3	$NbCl_5 + 5/2H_2=Nb + 5Cl$	-19,68	-26,37	-33,22	881
4	$NbCl_5+CH_4=NbC+4HCl+1/2Cl_2$	-32,29	-40,67	-49,05	787
5	$NbCl_5+W=Nb+WCl_5$	+95,13	+97,24	+99,35	-
6	$NbCl_5+W+C=NbC+WCl_5$	+79,77	+82,60	+84,78	-
7	$NbCl_5+WC=NbC+WCl_5$	+25,49	+23,77	+22,04	-
8	$NbCl_5+5/2Co=Nb+5/2CoCl_2$	+24,45	+16,13	+7,97	1471
9	$NbCl_5+5/2Co+C=NbC+5/2CoCl_2$	-8,47	-15,80	-24,61	1068

Анализ расчета ΔG и T_H , приведенных в табл. 1 и 2, позволяет заключить:

1. Образование карбида ниобия возможно по реакциям 4 и 9 с большей вероятностью протекания реакции 4.

2. Снижение давления в реакционной камере увеличивает вероятность протекания реакций 1, 3, 4 и 9.

3. Температура начала термической диссоциации метана (реакция 1, табл. 2) ниже температуры начала реакции образования карбида ниобия по реакции 4.

4. Водород способствует восстановлению пентахлорида ниобия до ниобия (реакция 3).

5. Взаимодействие пентахлорида ниобия с вольфрамом и карбидом вольфрама (реакции 5 и 7), являющимся основой твердых сплавов ВК8 и ВК6, термодинамически маловероятно.

6. В интервале температур 1173–1373 °К восстановление пентахлорида ниобия кобальтом, являющимся в твердых сплавах связкой, по реакции 8 маловероятно, однако в присутствии углерода взаимодействие пентахлорида ниобия с кобальтом может привести к образованию карбида ниобия и дихлорида кобальта; последний должен удаляться вместе с другими газообразными продуктами реакции. Взаимодействие $NbCl_5$ с кобальтом в начальный период времени может привести к уменьшению привеса образца при малом времени осаждения.

Уменьшение давления в реакционном объеме приводит к тому, что становится термодинамически возможным проведение процесса осаждения при тем-

пературах 873–973 °К.

Приведенные соображения справедливы для равновесных условий. Образцы, на которые наносится покрытие, имеют, как правило, более высокую температуру, чем проходящая над ними газовая смесь; кроме того, процесс осуществляется в потоке. Это приводит к нарушению химического равновесия, и реакция образования карбида ниобия носит направленный характер.

Покрытие из карбида ниобия на подложке из твердого сплава ВК8 имеет светло-коричневый цвет с металлическим блеском. Структура покрытия мелкозернистая, размер зерна изменяется в пределах 0,5–1,0 мкм. Рентгеноструктурный фазовый анализ показал, что покрытие в целом однофазное и представляет собой монокарбид ниобия ($NbC_{0,97} - NbC_{0,76}$) с микротвердостью H_{μ} от 32,0 до 17,0 МПа [5].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Карпетьянц М.Х., Карпетьянц М.Л.* Основные термодинамические константы неорганических и органических веществ. – М.: Химия, 1968. – 471 с.
2. Термодинамические свойства неорганических веществ // Справочник. – М.: Атомиздат, 1965. – 460 с.
3. *Уикс К.Е., Блок Ф.Е.* Термодинамические свойства 65 элементов, их окислов, галогенидов, карбидов и нитридов. – М.: Металлургия, 1965. – 240 с.
4. *Владимиров Л.П.* Термодинамические расчеты равновесия металлургических реакций. – М.: Металлургия, 1970. – 528 с.
5. *Белов А.Н.* Исследование технологических показателей процесса обработки титановых сплавов твердосплавными резаками с покрытием NbC: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук. – Куйбышев: Куйбыш. политехн. ин-т, 1979. – 16 с.

Статья поступила в редакцию 21 апреля 2017 г.

THERMODYNAMICS OF NIOBIUM CARBIDE DEPOSITING PROCTSS FROM GAS PLASE

A.N. Belov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The results of thermodynamic analysis are presented for the process of niobium carbide deposit consisting of niobium pentachloride gas mixture and methane under low pressure. The methods of niobium carbide covering deposition on hard-alloyed non-resharpened plates are briefly described. It is shown that reaction of chloride restoration and disproportion in reactive volume occurs as a result of which niobium escapes and interacts with carbon, and then niobium carbide of stehiometric composition forms. The thermodynamic analysis has been carried out with the aim of reaction's definition having the greatest degree of the reaction's probability leading to forming of carbide niobium homogeneous covering. Calculation of isobaric and balance constant has been carried on the entropic method based on the equation by Gibbs and Gelmgolz. It is shown that pressure lowering in the reactive volume increases probability of reaction proceeding resulting in forming of niobium carbide covering.

Keywords: *thermodynamic analysis, niobium carbide, niobium pentachloride, methane, isobaric-isothermal potential, balance constant, temperature of reaction.*

Anatoliy N. Belov (Ph.D (Techn)), Assotiate Professor.

УДК 536. 2. 075

ПОЛУЧЕНИЕ ТОЧНОГО АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПРИ ГИДРАВЛИЧЕСКОМ УДАРЕ В ТРУБОПРОВОДЕ*

*Э.М. Карташов¹, Е.В. Стефанюк², С.В. Колесников², А.Н. Бранфилева²,
Г.Н. Максименко²*

¹ Московский технологический университет
119454, г. Москва, Проспект Вернадского, д. 78

² Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: totig@yandex.ru

При использовании интегрального косинус-преобразования по ограниченной области определения эллиптической координаты и интегрального преобразования Лапласа по неограниченной области изменения односторонней параболической координаты получено точное аналитическое решение гиперболического уравнения, описывающего распределение давления по длине трубопровода во времени применительно к движению реальной вязкой жидкости в условиях гидравлического удара. Показано, что процесс колебаний давления сопровождается движением гидравлической волны, на фронте которой происходит скачок от величины давления в текущей точке до давления невозмущенного потока. После достижения фронтом гидравлической волны конца трубопровода, перекрытого задвижкой, происходит смена направления течения жидкости на противоположное со скачком давления противоположного знака на фронте гидравлической волны. Колебательный процесс изменения давления в любой точке трубопровода во времени происходит с затухающей по экспоненциальной зависимости амплитудой.

Ключевые слова: *вязкая жидкость, гидравлический удар, гиперболическое уравнение, интегральное косинус-преобразование, преобразование Лапласа, точное аналитическое решение, волновые колебания давления и скорости.*

Краевая задача определения давления в трубопроводе для идеальной жидкости сводится к интегрированию линейного волнового уравнения, методы решения которого хорошо разработаны. Трудности решения краевых задач для реальных жидкостей связаны с их нелинейностью. Уравнения для давления и скорости в данном случае имеют вид [1]

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-38-00059 мол_a.

Эдуард Михайлович Карташов (д. ф.-м. н.), профессор кафедры «Высшая и прикладная математика».

Екатерина Васильевна Стефанюк (д.т.н.), профессор кафедры «Теоретические основы теплотехники и гидромеханика».

Сергей Владимирович Колесников (к.т.н.), докторант кафедры «Теоретические основы теплотехники и гидромеханика».

Анастасия Николаевна Бранфилева (к.т.н.), ассистент кафедры «Теоретические основы теплотехники и гидромеханика».

Галина Николаевна Максименко, аспирант кафедры «Теоретические основы теплотехники и гидромеханика».

$$-\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = \rho \left[\frac{\partial \vartheta(x,t)}{\partial t} + \frac{\lambda(\vartheta)\vartheta^2}{2d} \right]; \quad (1)$$

$$-\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = c^2 \rho \frac{\partial \vartheta(x,t)}{\partial x}, \quad (2)$$

где p – давление;

x – продольная координата;

ϑ – скорость;

t – время;

ρ – плотность;

$\lambda(\vartheta)$ – коэффициент гидравлического сопротивления;

$c = 1/\sqrt{\frac{\rho}{k} + \frac{\rho d}{\delta E}}$ – скорость звука в капельной упругой жидкости, текущей

в трубе с упругими стенками (справедливо при $\vartheta/c \ll 1$ и $((p-p_0)/E \ll 1)$);

k – модуль упругости жидкости;

δ – толщина стенки трубы;

d – диаметр трубы;

E – модуль упругости материала трубы.

Уравнения неустановившегося движения (1) и (2) определяют зависимости между значениями скорости, плотности и давления потока жидкости, осредненными по его сечению. Кроме того, они содержат среднюю величину касательного напряжения на стенке трубопровода. Система уравнений для средних величин оказывается замкнутой в случае, если указана зависимость между касательным напряжением и скоростью. Для ее замыкания предполагается, что при неустановившемся движении касательное напряжение является такой же функцией скорости и свойств жидкости, как и при установившемся движении, т. е. используется гипотеза квазистационарности, в соответствии в которой считается, что закон Ньютона для касательного напряжения выполняется и при нестационарном процессе изменения скорости. Точно так же предполагается, что соответствующие соотношения сохраняются и для коэффициента гидравлического сопротивления. Строгое обоснование этого допущения отсутствует, поэтому его справедливость может быть подтверждена лишь путем сравнения с экспериментальными данными [1]. При малых изменениях давления и скорости во времени теория квазистационарности удовлетворительно подтверждается результатами экспериментов, однако при значительных их изменениях обнаруживаются существенные расхождения. Следовательно, теория квазистационарности может быть использована лишь для некоторого ограниченного круга задач, когда распределение скорости при нестационарном течении жидкости незначительно отличается от такового при стационарном течении.

Ввиду нелинейности в правой части уравнения (1) решение системы уравнений (1), (2) возможно лишь путем численного интегрирования. Способ линеаризации уравнения (1) разработан И.А. Чарным [1], который принял множитель $\lambda\vartheta/(2d)$ в виде постоянной величины, равной его среднему значению по длине трубы и времени $\lambda\vartheta/(2d) = 2a = const$. Величина $2a$ для ламинарного режима, учитывая формулу Пуазейля $\lambda = 64/\text{Re} = 64\nu/(\vartheta d)$, будет $2a = 32\nu/d^2$, где

$Re = \vartheta d / \nu$ – число Рейнольдса; ν – кинематическая вязкость.

Для турбулентного режима течения второе слагаемое в правой части уравнения (1) усредняется в некотором интервале скорости $\vartheta_0 < \vartheta < \vartheta_1$ при замене кривой изменения функции $y = \lambda(\vartheta)\vartheta^2 / (2d)$ соответствующим отрезком прямой. Отсюда формула для величины $2a$ будет $2a = \lambda(\vartheta_1^2 + \vartheta_0\vartheta_1 - 2\vartheta_0^2) / [3d(\vartheta_1 - \vartheta_0)]$, где принимается $\lambda = const$.

С учетом линеаризации уравнение (1) принимает вид

$$-\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = \rho \left[\frac{\partial \vartheta(x,t)}{\partial t} + 2a\vartheta(x,t) \right]. \quad (3)$$

С целью упрощения получения аналитического решения уравнений (2), (3) они сводятся к одному гиперболическому уравнению (для давления или скорости) [1]. Дифференцируя уравнение (2) по переменной t , а уравнение (3) – по переменной x , и сравнивая полученные соотношения, получаем

$$c^2 \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} - 2a\rho \frac{\partial \vartheta(x,t)}{\partial x}. \quad (4)$$

Уравнение (2) с учетом (4) будет

$$c^2 \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} + 2a \frac{\partial p(x,t)}{\partial t}. \quad (5)$$

Аналогично получается и уравнение для скорости

$$c^2 \frac{\partial^2 \vartheta(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \vartheta(x,t)}{\partial t^2} + 2a \frac{\partial \vartheta(x,t)}{\partial t}. \quad (6)$$

В качестве примера нахождения решений уравнений (5), (6) рассмотрим задачу о движении скачка давления в трубопроводе с жидкостью, неподвижной в исходном состоянии. Предположим, что в сечении $x=0$ происходит скачок давления, а сечение $x=l$ закрыто (скорость равна нулю). Следует найти распределение давления по длине трубы во времени. Такого рода задача встречается в расчетах гидравлических регуляторов, когда в сечении $x=0$ расположен источник давления, а в сечении $x=l$ находится регулятор расхода или давления, включающийся лишь после достижения в этом сечении заданного давления. Требуется найти запаздывание импульса и его величину, что зависит от длины трубы, вязкости жидкости и коэффициента трения. К тому же нахождение значения давления в сечении $x=l$ сводится к задаче о гидравлическом ударе. Математическая постановка задачи имеет вид

$$c^2 \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} + 2a \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} \quad (t > 0; \quad 0 < x < l); \quad (7)$$

$$p(x,0) = p_0 = const; \quad (8)$$

$$\frac{\partial p(x,0)}{\partial t} = 0; \quad (9)$$

$$p(0,t) = p_1 = const; \quad (10)$$

$$\frac{\partial p(l,t)}{\partial x} = 0, \quad (11)$$

где p_0 – начальное давление в трубе;
 p_1 – давление в точке $x=0$ ($p_1 > p_0$);
 l – длина трубопровода.

Решение задачи (7)–(11) позволяет выполнить анализ изменения давления по длине трубопровода от времени. Скорости при найденном давлении находится путем интегрирования уравнения (2).

Методы решения задачи (7)–(11), основанные на применении метода разделения переменных [2, 3], а также метода Бернулли – Фурье [1], технически сложны. К тому же решение в [1] получено в размерных переменных, что не позволяет сделать выводы наиболее общего характера. Ниже излагается более простой способ получения точного аналитического решения, основанный на использовании интегральных методов [4, 5].

Для упрощения постановки задачи введем безразмерные переменные:

$$\Theta = \frac{p - p_1}{p_0 - p_1}; \quad \text{Fo} = \frac{c^2 t}{2al^2}; \quad y = \frac{x}{l}; \quad \text{Fo}_r = \frac{c^2}{4a^2 l^2}, \quad (12)$$

где Θ – безразмерное давление;
 Fo – число гомотронности (безразмерное время);
 y – безразмерная координата;
 $\text{Fo}_r = \text{const}$ – безразмерный параметр.

С учетом безразмерных переменных задача (7)–(11) будет

$$\frac{\partial \Theta(y, \text{Fo})}{\partial \text{Fo}} + \text{Fo}_r \frac{\partial^2 \Theta(y, \text{Fo})}{\partial \text{Fo}^2} = \frac{\partial^2 \Theta(y, \text{Fo})}{\partial y^2} \quad (\text{Fo} > 0; \quad 0 < y < 1); \quad (13)$$

$$\Theta(y, 0) = 1; \quad (14)$$

$$\partial \Theta(y, 0) / \partial \text{Fo} = 0; \quad (15)$$

$$\Theta(0, \text{Fo}) = 0; \quad (16)$$

$$\partial \Theta(1, \text{Fo}) / \partial y = 0. \quad (17)$$

Выполним замену независимой переменной y по формуле

$$\xi = 1 - y. \quad (18)$$

Относительно переменной ξ задача (13)–(17) примет вид

$$\frac{\partial^2 \Theta(\xi, \text{Fo})}{\partial \xi^2} = \frac{\partial \Theta(\xi, \text{Fo})}{\partial \text{Fo}} + \text{Fo}_r \frac{\partial^2 \Theta(\xi, \text{Fo})}{\partial \text{Fo}^2} \quad (\text{Fo} > 0; \quad 0 < \xi < 1); \quad (19)$$

$$\Theta(\xi, 0) = 1; \quad (20)$$

$$\partial \Theta(\xi, 0) / \partial \text{Fo} = 0; \quad (21)$$

$$\Theta(1, \text{Fo}) = 0; \quad (22)$$

$$\partial \Theta(0, \text{Fo}) / \partial \xi = 0. \quad (23)$$

Для приведения начального условия (20) к однородному обозначим: $W(\xi, \text{Fo}) = \Theta(\xi, \text{Fo}) - 1$. Задача (19)–(23) примет вид

$$\frac{\partial W(\xi, \text{Fo})}{\partial \xi^2} = \frac{\partial W(\xi, \text{Fo})}{\partial \text{Fo}} + \text{Fo}_r \frac{\partial^2 W(\xi, \text{Fo})}{\partial \text{Fo}^2} \quad (\text{Fo} > 0; \quad 0 < \xi < 1); \quad (24)$$

$$W(\xi, 0) = 0; \quad (25)$$

$$\partial W(\xi, 0)/\partial Fo = 0; \quad (26)$$

$$\partial W(0, Fo)/\partial \xi = 0; \quad (27)$$

$$W(1, Fo) = -1. \quad (28)$$

Для исключения переменной ξ введем интегральное преобразование вида [4, 5]

$$\bar{W}(n, Fo) = \int_0^1 W(\xi, Fo) \cos \frac{(2n-1)\pi}{2} \xi d\xi. \quad (29)$$

При этом

$$\int_0^1 \frac{\partial^2 W(\xi, Fo)}{\partial \xi^2} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2} \xi d\xi = (-1)^n \frac{(2n-1)\pi}{2} - \left[\frac{(2n-1)\pi}{2} \right]^2 \bar{W}(n, Fo). \quad (30)$$

Формула обращения имеет вид

$$W(\xi, Fo) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \bar{W}(n, Fo) \cos \frac{(2n-1)\pi}{2} \xi. \quad (31)$$

Применяя (29)–(30) к задаче (24)–(28), находим

$$Fo_r \frac{d^2 \bar{W}(n, Fo)}{dFo^2} + \frac{d \bar{W}(n, Fo)}{dFo} + \gamma_n^2 \bar{W}(n, Fo) = 0; \quad (32)$$

$$\bar{W}(n, 0) = 0; \quad (33)$$

$$d \bar{W}(n, 0) / dFo = 0; \quad (34)$$

$$\gamma_n^2 = \left[\frac{(2n-1)\pi}{2} \right]^2. \quad (35)$$

К задаче (32)–(35) применим преобразование Лапласа:

$$\bar{\bar{W}}(n, P) = \int_0^{\infty} \bar{W}(n, Fo) \exp(-PFo) dFo. \quad (36)$$

Решение задачи (32)–(35) в пространстве изображений имеет вид

$$\bar{\bar{W}}(n, P) = \frac{(-1)^n (2n-1)(\pi/2)}{(Fo_r P^2 + P + \gamma_n^2) P}. \quad (37)$$

Рассмотрим случай, когда квадратный трехчлен

$$Fo_r P^2 + P + \gamma_n^2 \quad (38)$$

не имеет действительных корней, то есть дискриминант $D = 1 - 4\lambda_n^2 Fo < 0$, что возможно при $4\gamma_n^2 Fo > 1$.

Решение задачи (32)–(35) в области изображений в этом случае будет

$$\overline{\overline{W}}(n, P) = \frac{(-1)^n (2n-1) (\pi / (2Fo))}{\left[\left(P + \frac{1}{2Fo_r} \right)^2 + \frac{4\gamma_n^2 Fo_r - 1}{4Fo_r^2} \right] P}. \quad (39)$$

Переходя к оригиналу, находим

$$\overline{W}(n, P) = \frac{(-1)^n (2n-1) \pi}{\sqrt{4\gamma_n^2 Fo - 1}} \int_0^{Fo} \sin \left(\frac{\sqrt{4\gamma_n^2 Fo_r - 1}}{2Fo_r} \tau \right) e^{-\tau / (2Fo_r)} d\tau. \quad (40)$$

Решение задачи (19)–(23) при $4\gamma_n^2 Fo_r > 1$ принимает вид

$$\Theta(\xi, Fo) = 1 + 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)}{\sqrt{4\gamma_n^2 Fo_r - 1}} \cos \frac{(2n-1)\pi}{2} \xi \int_0^{Fo} \sin \left(\frac{\sqrt{4\gamma_n^2 Fo_r - 1}}{2Fo_r} \tau \right) e^{-\tau / (2Fo_r)} d\tau. \quad (41)$$

Рассмотрим случай, когда квадратный трехчлен (38) имеет действительные корни

$$P_{1,2} = (-1 \pm \sqrt{1 - 4\gamma_n^2 Fo_r}) / (2Fo_r), \quad (42)$$

что возможно, если $4\gamma_n^2 Fo_r < 1$.

В этом случае решение в изображениях будет

$$\overline{\overline{W}}(n, P) = \frac{(-1)^n (2n-1) (\pi / (2Fo_r))}{(P - P_1)(P - P_2)P} = \frac{(-1)^n (2n-1) / 2}{\sqrt{1 - 4\gamma_n^2 Fo_r}} \left[\frac{1}{(P - P_1)P} - \frac{1}{(P - P_2)P} \right]. \quad (43)$$

Переходя к оригиналу по переменной Fo, находим

$$\overline{W}(n, P) = \frac{(-1)^n (2n-1) / 2}{\sqrt{1 - 4\gamma_n^2 Fo_r}} \left[\left(\frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1} \right) + \left(\frac{1}{P_1} e^{P_1 Fo} - \frac{1}{P_2} e^{P_2 Fo} \right) \right]. \quad (44)$$

Решение задачи (19)–(23) при $4\gamma_n^2 Fo_r < 1$ приводится к виду

$$\Theta(\xi, Fo) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)}{\sqrt{1 - 4\gamma_n^2 Fo_r}} \cos \frac{(2n-1)\pi \xi}{2} \times \left[\left(\frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1} \right) + \left(\frac{1}{P_1} e^{P_1 Fo} - \frac{1}{P_2} e^{P_2 Fo} \right) \right]. \quad (45)$$

На рис. 1–9 даны результаты исследований по формулам (41), (45) задачи о распределении давления нефти в стальном трубопроводе при следующих условиях [3]:

$$v = 7,65 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с}; \quad d = 0,1 \text{ м}; \quad \lambda = 0,01; \quad \vartheta_0 = 0 \text{ м/с}; \quad \vartheta_1 = 2 \text{ м/с}; \\ c = 998 \text{ м/с};$$

$$\rho = 840 \text{ кг/м}^3; \quad k = 1500 \text{ МПа}; \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad p_0 = 10 \text{ атм}; \\ p_1 = 100 \text{ атм}.$$

Расчеты выполнялись для длин трубопровода $l = 1000 \text{ км}$; $l = 100 \text{ км}$; $l = 100 \text{ м}$. Соответственно указанным длинам были получены следующие значе-

ния числа Fo_r : $Fo_r = 6,648 \cdot 10^{-3}$; $Fo_r = 0,1662$; $Fo_r = 16620277$ – для ламинарного и $Fo_r = 224,1$ – для турбулентного режима течения.

Из анализа результатов следует, что изменение давления происходит в виде движения гидравлической волны, на фронте которой наблюдается скачок давления от его величины на фронте до давления невозмущенного потока. Область за пределами фронта остается невозмущенной с начальным давлением p_0 . Движение фронта возмущения по координате ξ во времени Fo подчиняется линейной закономерности $\xi = FoFo_r^{0,5}$ (см. рис. 1), что подтверждается исследованиями, выполненными другими авторами [6].

Величина числа Fo_r оказывает существенное влияние на получаемые результаты. Так, при малых его значениях скачок скорости наблюдается лишь на начальном участке трубы. Например, при $Fo_r = 6,648 \cdot 10^{-3}$ скачок давления отмечается лишь в диапазоне $0 \leq Fo \leq 0,07$ (см. рис. 2). Для очень малых значений Fo_r скачки давления наблюдаются лишь на некотором малом участке трубы вблизи сечения $x=l$ и при малых значениях времени. Например, при $Fo_r = 10^{-7}$ скачки давления практически заканчиваются при $Fo \approx 10^{-6}$. Фронт возмущения за это время перемещается лишь на величину $\xi = 0,003$, что составляет 0,3 % от всей длины трубопровода. На остальной части трубы при $Fo > 6,648 \cdot 10^{-3}$ изменение давления происходит без скачков вплоть до полного прекращения колебаний.

При числах $Fo_r > 0,07$ скачок давления происходит вплоть до того момента времени, когда фронт возмущения достигает координаты $\xi = 0$ (см. рис. 4–9). При дальнейшем увеличении времени наблюдается обратная волна с противоположным скачком давления. После достижения обратной волной сечения $\xi = 1$ вновь наблюдается прямая волна, но уже с уменьшенным давлением. Такое чередование прямых и обратных волн происходит до полного затухания процесса колебаний.

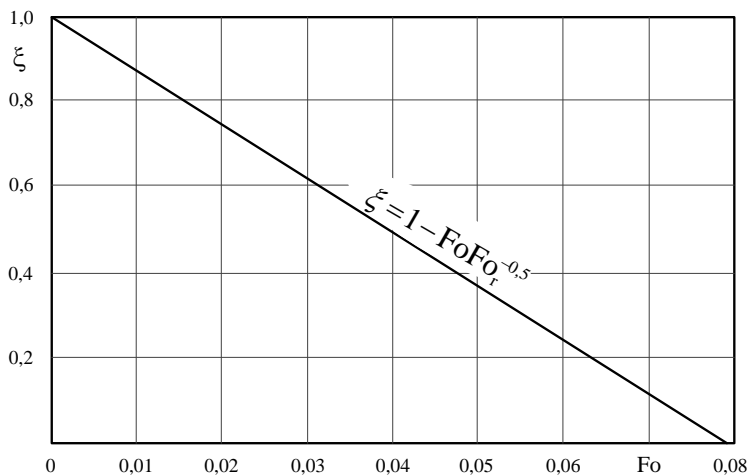


Рис. 1. Перемещение фронта гидравлической волны по координате ξ во времени ($Fo_r = 6,648 \cdot 10^{-3}$)

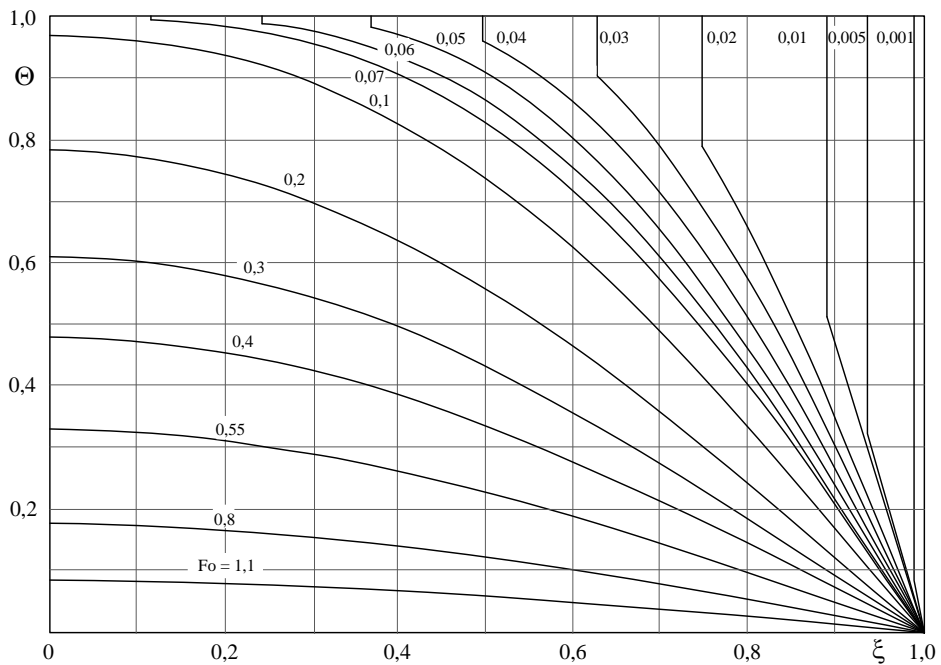


Рис. 2. Распределение давления в трубопроводе при $Fo_r = 6,648 \cdot 10^{-3}$

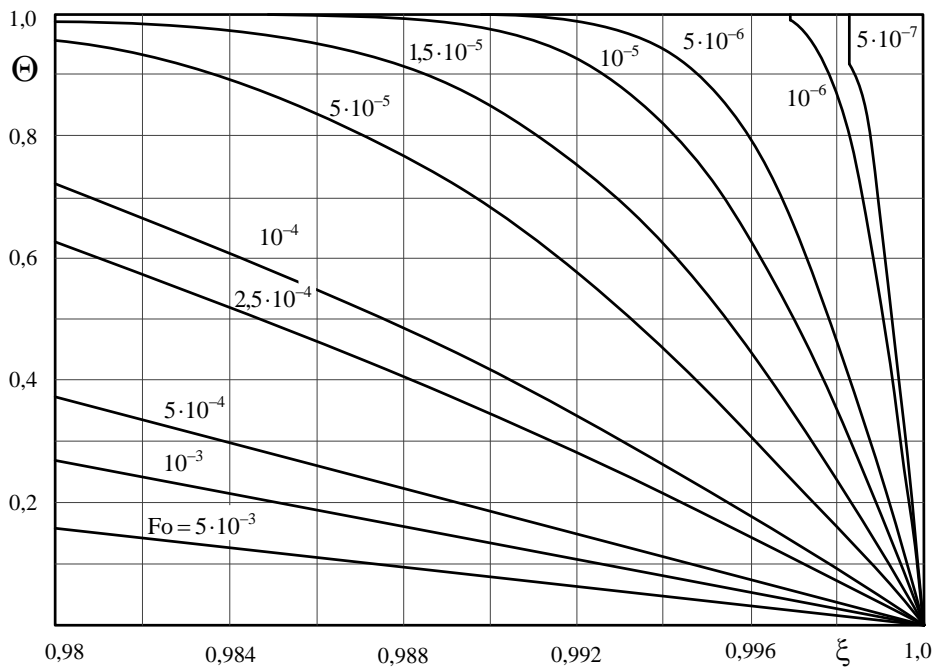


Рис. 3. Распределение давления в трубопроводе при $Fo_r = 10^{-7}$

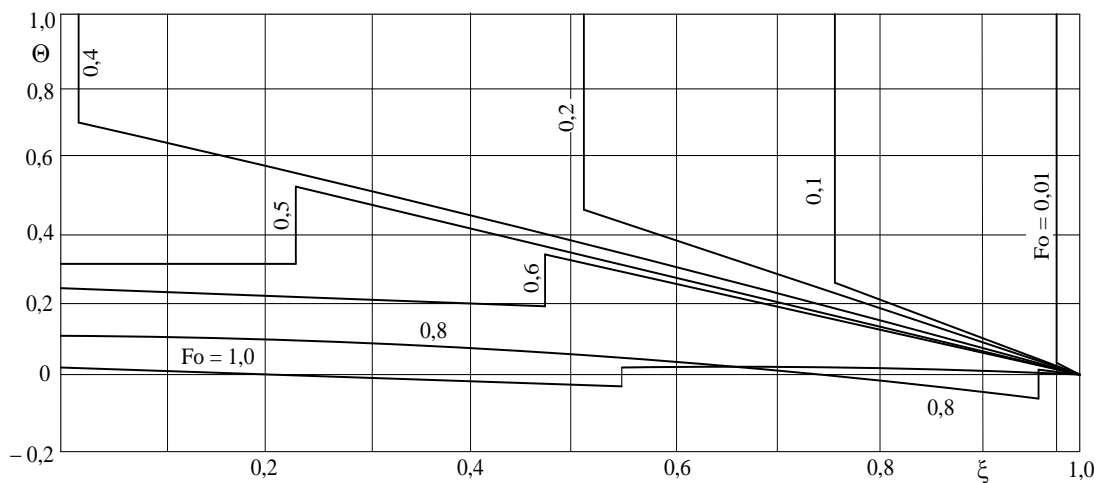


Рис. 4. Распределение давления в трубопроводе при $Fo_r = 0,1662$

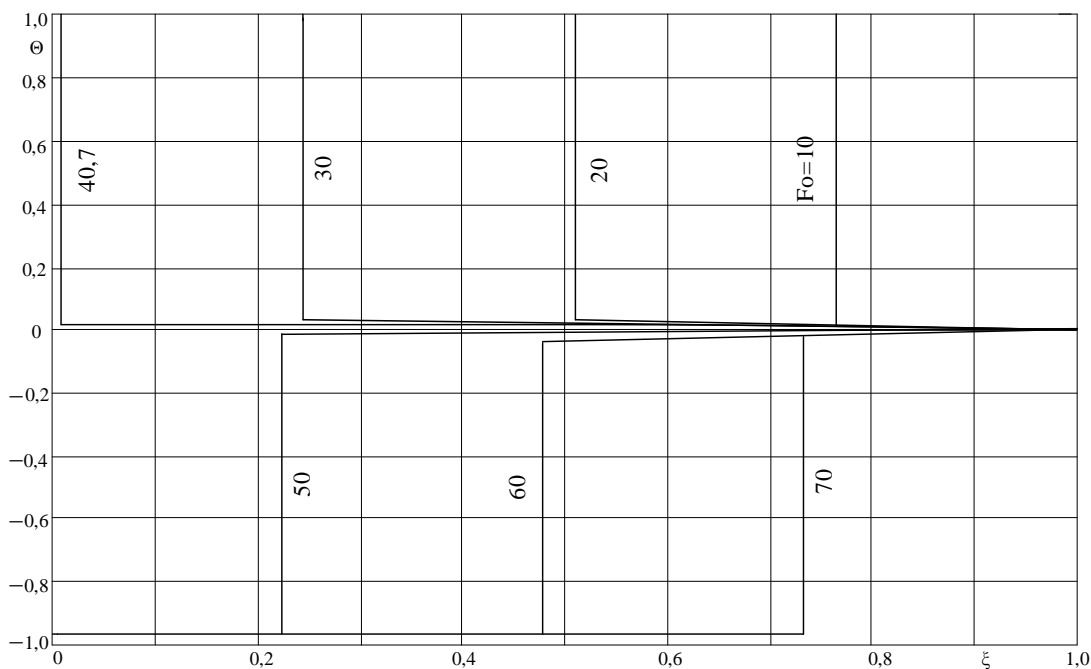


Рис. 5. Распределение давления в трубопроводе при $Fo_r = 0,1662$ ($n = 100$)

Выполним анализ изменения скоростей при гидравлическом ударе. Выше было указано, что уравнения (1), (2) сводятся к одному волновому (гиперболическому) уравнению относительно давления или скорости (уравнение (6)). Решение уравнения для давления было получено выше. Найдем решение задачи об изменении скорости жидкости, движущейся в трубе длиной l , при начальной скорости $\vartheta_0 = const$. В момент времени $t=0$ задвижка в сечении $x=1$ мгновенно закрывается и, следовательно, скорость здесь будет равной нулю. Найти изменение скорости по длине трубы вплоть до полного прекращения колебаний.

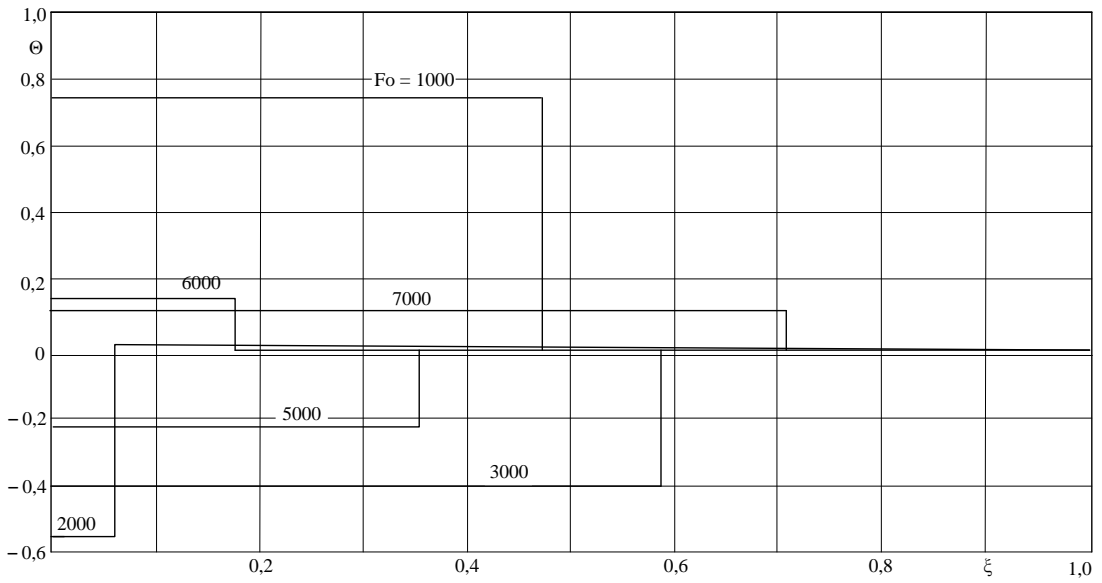


Рис. 6. Распределение давления в трубопроводе при $Fo_r = 1662$ ($n = 100$)

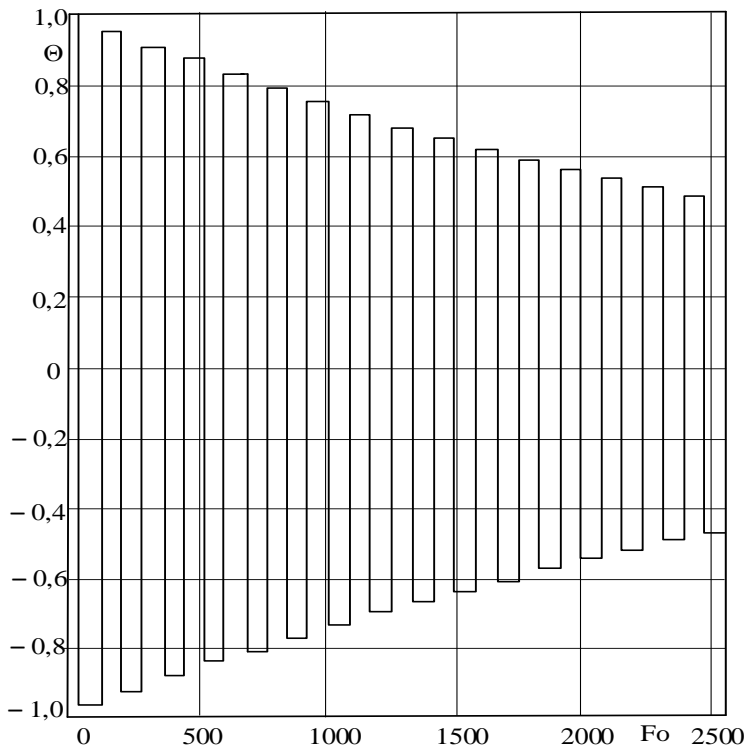


Рис. 7. Распределение давления для точки $\xi = 0$ Fo при $Fo_r = 1662$ ($n = 100$)

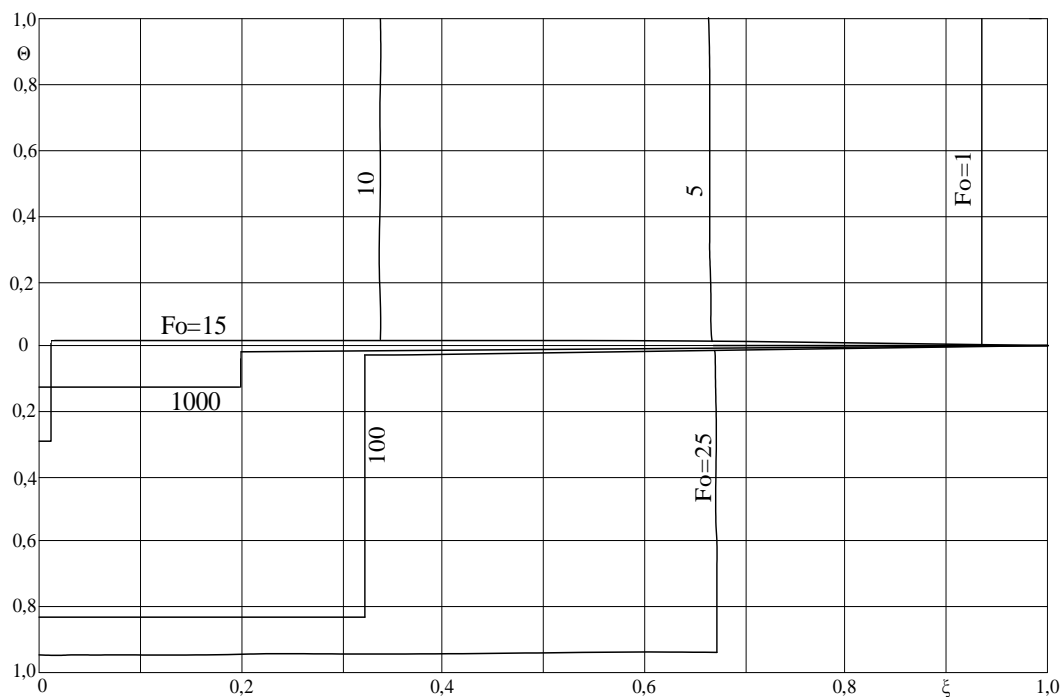


Рис. 8. Распределение давления в трубопроводе при $Fo_r = 2241$ ($n = 100$)

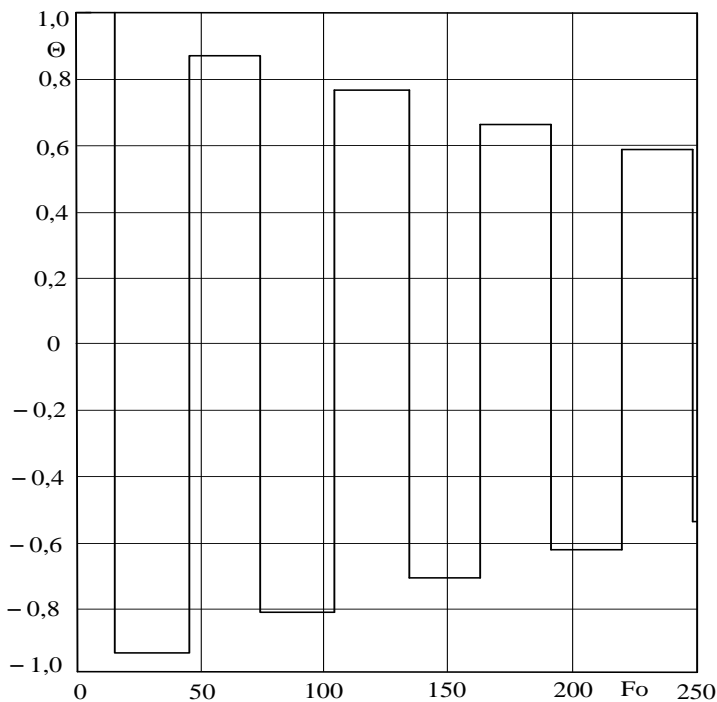


Рис. 9. Распределение давления для точки $\xi = 0$ при $Fo_r = 2241$ ($n = 100$)

Математическая постановка в данном случае включает уравнение (6) с крайними условиями

$$\vartheta(x, 0) = \vartheta_0; \quad (46)$$

$$\partial\vartheta(x, 0)/\partial t = 0; \quad (47)$$

$$\partial\vartheta(0, t)/\partial x = 0; \quad (48)$$

$$\partial\vartheta(l, t) = 0, \quad (49)$$

где ϑ_0 – начальная скорость.

После определения решения задачи (6), (46)–(49) давление в сечении $x = l$, где происходит его максимальное увеличение, определяется интегрированием уравнения (1), в результате которого находим

$$p(l, t) = p(0, t) - p \int_0^l \left[\frac{\partial\vartheta(x, 0)}{\partial t} + 2a\vartheta_0(x, t) \right] dx, \quad (50)$$

где $p(0, t) = p_1 = const$ – давление в сечении $x = 0$ (предполагается известным).

Обозначим:

$$\Theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0}; \quad Fo = \frac{c^2 t}{2al^2}; \quad \xi = \frac{x}{l}; \quad Fo_r = \frac{c^2}{4a^2 l^2},$$

где Θ – безразмерная скорость; Fo – число гомохронности; ξ – безразмерная координата; Fo_r – безразмерный параметр.

С учетом принятых обозначений задача (6), (46) – (49) будет

$$\frac{\partial^2 \Theta(\xi, Fo)}{\partial \xi^2} = \frac{\partial \Theta(\xi, Fo)}{\partial Fo} + Fo_r \frac{\partial^2 \Theta(\xi, Fo)}{\partial Fo^2}; \quad (Fo > 0; \quad 0 < \xi < 1) \quad (51)$$

$$\Theta(\xi, 0) = 1; \quad (52)$$

$$\partial \Theta(\xi, 0) / \partial Fo = 0; \quad (53)$$

$$\partial \Theta(0, Fo) / \partial \xi = 0; \quad (54)$$

$$\Theta(1, Fo) = 0. \quad (55)$$

Задача (51)–(55) полностью совпадает с задачей (19)–(23). Поэтому результаты исследований, представленные на рис. 1–9, могут быть применены и к задаче (51)–(55).

ВЫВОДЫ

1. На основе интегрального косинус-преобразования и преобразования Лапласа получено точное аналитическое решение гиперболического уравнения, описывающего распределение давления реальной вязкой жидкости по длине трубопровода во времени в условиях гидравлического удара. Уравнение получено из условия квазистационарности течения жидкости, согласно которому считается, что закон Ньютона для касательного напряжения выполняется и при нестационарном процессе изменения скорости.

2. Показано, что процесс колебания давления сопровождается движением гидравлической волны, на фронте которой происходит скачкообразное изменение давления от его величины в текущей точке до давления невозмущенного потока. Процесс скачкообразных колебаний давления в любой точке трубопровода во времени происходит с затухающей по экспоненциальной зависимости амплитудой вплоть до полного прекращения колебаний.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чарный И.А. Неуставившееся движение реальной жидкости в трубах. – М.: Недра, 1975. – 296 с.
2. Гусейнзаде М.А. О характере изменения основных параметров течения жидкости и газа в сложной трубопроводной системе. – М.: Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2005. – 120 с.
3. Кудинов В.А., Кудинов И.В., Ерёмин А.В. Исследование распределения скорости течения вязкой жидкости в трубопроводе при гидравлическом ударе // Инженерно-физический журнал. – 2013. – Т. 86. – № 2. – С. 387–393.
4. Карташов Э.М., Кудинов В.А. Математические модели теплопроводности и термоупругости: 2-е изд., перераб. и доп. – Самара: Самар. госуд. техн. ун-т, 2013. – 877 с.
5. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высш. шк., 2001. – 550 с.
6. Баумейстер К., Хамилл Т. Гиперболическое уравнение теплопроводности. Решение задачи о полубесконечном теле // Теплопередача. – 1969. – № 4. – С. 112–119.

Статья поступила в редакцию 14 июня 2017 г.

OBTAINING EXACT ANALYTICAL SOLUTIONS OF HYPERBOLIC EQUATIONS IN THE HYDRAULIC SHOCK IN THE PIPELINE

E.M. Kartashov¹, E.V. Stefanyuk², S.V. Kolesnikov², A.N. Branfileva², G.N. Maksimenko²

¹Moscow Technological University
78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454, Russian Federation

²Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Using integral cosine – transform for the restricted definition area of elliptic coordinate and the Laplace integral transform for the unlimited area changes unilateral parabolic coordinate, it was obtained the exact analytical solution of the hyperbolic equation describing the pressure distribution along the length of the pipeline in time with respect to the motion of a real viscous fluid in the hydraulic shock. It was shown that the process of pressure fluctuation is accompanied by the movement of a hydraulic wave, front in which the pressure surge of the pressure value at the current point up to the pressure of the disturbed flow. After reaching the front hydraulic wave end of the pipeline, closed valve, changing direction of fluid flow with a pressure jump of opposite sign on the at the front hydraulic wave. The oscillatory process of pressure change at any point of the pipeline in time occurs with decreasing amplitude according to the exponential dependence.

Keywords: viscous, hydraulic shock, hyperbolic equation, integral cosine – transform, the Laplace integral transform, exact analytical solution, wave oscillations of pressure and velocity.

*Eduard M. Kartashov (Dr. Sci. (Phys. & Math.)), Professor.
Ekaterina V. Stefanyuk (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Sergey V. Kolesnikov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Anastasiya N. Branfileva (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Galina N. Maksimenko, Postgraduate Student.*

УДК 697.148+697.112.3

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОЗАЩИТЫ НАРУЖНЫХ ОГРАЖДЕНИЙ
ЗДАНИЙ ПРИ АВАРИЙНОМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИИ****Т.А. Рафальская, Р.Ш. Мансуров, А.К. Березка, А.А. Савенков**Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)
630008, г. Новосибирск, ул. Ленинградская, 113

Проведено исследование режимов работы системы теплоснабжения в условиях аварийного отпуска теплоты от ТЭЦ. Рассмотрены факторы, влияющие на тепловой режим помещений зданий, имеющих наружные ограждения различной конструкции. Безопасная эксплуатация ограждений и здания в целом определяется не только временем полного промерзания стены, но и периодом, в течение которого на ее поверхности температура понижается до точки росы или допустимого перепада температур между внутренней поверхностью наружного ограждения и температурой внутреннего воздуха. Предложено решение задачи об охлаждении наружных стен зданий при аварийном температурном графике работы теплосети. Разработана методика расчета скорости охлаждения внутренней поверхности наружного ограждения и температуры на этой поверхности в заданный момент времени. Определена температура внутреннего воздуха, при которой происходит выпадение конденсата на внутренней поверхности ограждений. Применение разработанной методики и схем автоматизации работы систем теплоснабжения может повысить энергоэффективность и способствовать энергосбережению зданий при авариях в тепловой сети.

Ключевые слова: система теплоснабжения, тепловая сеть, аварийный режим теплоснабжения, система отопления, система горячего водоснабжения, коэффициент тепловой аккумуляции, температурный режим помещений.

При эксплуатации крупных систем централизованного теплоснабжения нередко возникают аварии на источнике теплоты и тепловой сети, что вызывает необходимость проанализировать влияние отклонений параметров в тепловой сети на отопление, формирующее температурный режим помещений, исследовать возможности теплозащиты ограждающих конструкций.

При аварийном режиме теплоснабжения применяется аварийный график отпуска теплоты с верхней срезкой температур воды, например, для Новосибирска на уровне 85 °С в соответствии с инструкцией [1].

Рассмотрим последствия снижения температур воды в теплосети при экстремальных для Новосибирска погодных условиях в диапазоне расчетной температуры наружного воздуха $t_{но}$ и ниже ее.

Расчеты проводились для трех ЦТП г. Новосибирска, обслуживающих жилые здания и имеющих различные соотношения ρ средней нагрузки на горячее водоснабжение Q_{hm} и максимальной нагрузки на отопление $Q_{o\ max}$.

Татьяна Анатольевна Рафальская (к.т.н.), доцент кафедры «Теплоснабжение и вентиляция».

Рустам Шамильевич Мансуров (к.т.н., доц.), заведующий кафедрой «Теплоснабжение и вентиляция».

Анастасия Константиновна Березка, магистрант.

Александр Алексеевич Савенков, магистрант.

Расчетные нагрузки ЦТП представлены в табл. 1.

Таблица 1

Подключенные нагрузки ЦТП

№ ЦТП	Район	Нагрузка	Расход		$\rho = \frac{Q_{hm}}{Q_{o\max}}$
			теплоты, МВт	воды, т/ч	
ЦТП-д12	Дзержинский	Отопление, вентиляция	17,45	188	0,79
		Горячее водоснабжение	13,74	187	
		Всего	31,19	375	
ЦТП-д66	Дзержинский	Отопление, вентиляция	11,63	125	0,5
		Горячее водоснабжение	5,82	79	
		Всего	17,45	204	
ЦТП-кл20/32	Калининский	Отопление, вентиляция	5,22	56	0,63
		Горячее водоснабжение	3,30	45	
		Всего	8,52	101	

В каждом ЦТП теплообменники системы горячего водоснабжения (СГВ) присоединены по двухступенчатой смешанной схеме с ограничением максимального расхода сетевой воды на ввод теплового пункта ТП.

Отопительный сезон начинается и заканчивается при 5-суточном стоянии средней температуры наружного воздуха $+8\text{ }^{\circ}\text{C}$. Продолжительность отопительного сезона для Новосибирска составляет 221 сут, или 5304 ч. Расчетная температура наружного воздуха для Новосибирска $t_{\text{exto}} = -37\text{ }^{\circ}\text{C}$ [2]. Расчетная температура внутреннего воздуха в отапливаемых помещениях жилых зданий принята $t_{\text{int}}^p = 21\text{ }^{\circ}\text{C}$. Проектный график отпуска теплоты от ТЭЦ 150/70 $^{\circ}\text{C}$. Расчетная температура воды в системе отопления 105/70 $^{\circ}\text{C}$. Все ЦТП подключены к ТЭЦ-4 г. Новосибирска.

Расчет проводился по методике [3] с использованием безразмерных тепловых характеристик теплообменных аппаратов и системы отопления в течение отопительного периода.

Относительный расход теплоты на отопление определялся из выражения

$$\bar{Q}_o = \frac{Q_o}{Q_{o\max}} = \frac{\tau_1 - t_{\text{ext}}}{t_{\text{int}}^p - t_{\text{exto}} + \frac{\varphi_o}{\varphi_h} \cdot \frac{\delta\tau'_h}{\varepsilon_h} \cdot \delta\tau'_o} \cdot \frac{t_{\text{int}}^p - t_{\text{exto}}}{t_{\text{int}}^p - t_{\text{ext}}}, \quad (1)$$

где φ_o, φ_h – относительные расходы сетевой воды через отопительный подогреватель и воды в отопительной сети (отнесенные к расчетным значениям расходов);

t_{ext} – текущая температура наружного воздуха, $^{\circ}\text{C}$;

$\delta\tau'_h, \delta\tau'_o$ – расчетные перепады температур во внешней и отопительной сетях, $^{\circ}\text{C}$;

$\varepsilon_h, \varepsilon_o$ – безразмерные тепловые производительности подогревателей СГВ и отопительной системы.

Результаты расчета представлены на рис. 1, 2.

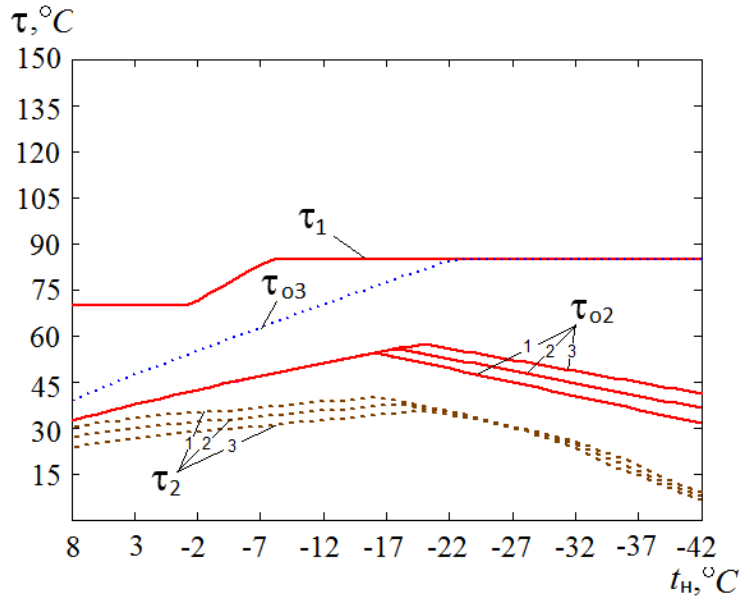


Рис. 1. Температуры сетевой воды в ЦТП при аварийном графике отпуска теплоты от ТЭЦ;

τ_1 – в подающей магистрали теплосети; τ_{o3} – в подающей магистрали системы отопления; τ_{o2} – в обратной магистрали системы отопления; τ_2 – в обратной магистрали теплосети;
 1 – $\rho=0,5$; 2 – $\rho=0,63$; 3 – $\rho=0,79$

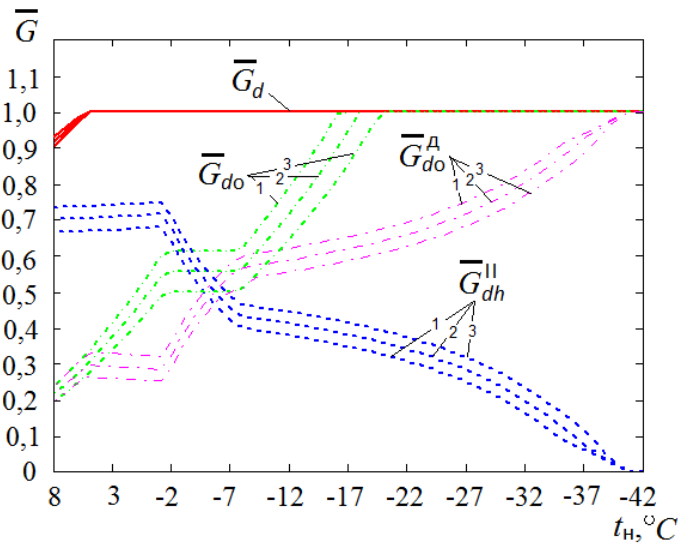


Рис. 2. Относительные расходы сетевой воды в ЦТП:

\bar{G}_d – суммарный в тепловой сети; \bar{G}_{dh}^{II} – на II ступень подогревателя СГВ;
 \bar{G}_{do} – в подающей магистрали системы отопления;
 1 – $\rho=0,5$; 2 – $\rho=0,63$; 3 – $\rho=0,79$

Как показали расчеты, чем меньше ρ , тем при более высоких наружных температурах система отопления начинает недополучать необходимое количество теплоты. Так, в аварийном режиме в систему отопления поступает количество воды (и теплоты) из теплотети менее требуемого начиная с $t_{\text{ext}} = -16^\circ\text{C}$ и ниже при $\rho = 0,5$; начиная с $t_{\text{ext}} = -18^\circ\text{C}$ и ниже при $\rho = 0,63$; начиная с $t_{\text{ext}} = -20^\circ\text{C}$ и ниже при $\rho = 0,79$. Это связано с тем, что «резерв» тепловой мощности СГВ, который можно направить в систему отопления, при низких ρ невелик.

Относительное снижение расхода теплоты на систему отопления $\bar{Q}_o = Q_{\text{ov}}/Q_{\text{req}}$ по сравнению с требуемым расходом, возникающее вследствие уменьшенной подачи теплоты из подающей магистрали тепловой сети в систему отопления, показано на рис. 3.

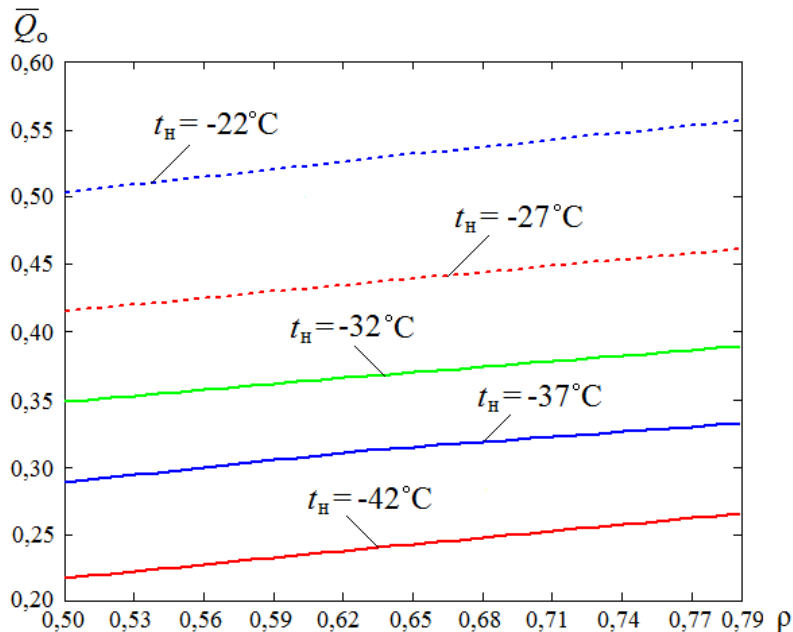


Рис. 3. Относительный расход теплоты на систему отопления при различных t_{ext} и ρ

Как видно из рис. 3, чем ниже t_{ext} и меньше ρ , тем значительнее снижение тепловой мощности системы отопления.

Снижение тепловой мощности системы отопления в аварийный период может быть частично компенсировано теплоустойчивостью наружных ограждений зданий. Вопрос темпа остывания здания в аварийном режиме важен, так как, во-первых, от него зависит комфортность нахождения в помещениях, а во-вторых, время, которое имеется у ремонтных служб, влияет на необходимость слива из местной системы отопления дорогостоящей воды. В соответствии с СТО НО-СТРОЙ 2.15.70-2012 «Устройство систем теплоснабжения, отопления, вентиляции, кондиционирования и холодоснабжения» нормируется возможность снижения температуры помещения за 54 ч не ниже 16°C в жилых помещениях.

Для проверки выполнения этого условия были рассмотрены 6 типов конструкций наружных ограждений (табл. 2), для которых определялось время снижения температуры внутреннего воздуха до 16°C при различных наружных тем-

пературах и различном соотношении ρ . Также определялось время охлаждения помещений до температуры внутреннего воздуха, соответствующей точке росы внутренней поверхности наружных стен.

Расчеты проводились двумя способами.

1. Расчет по методике [4], без учета тепловой мощности теплообменников горячего водоснабжения (которую можно направить в систему отопления при аварии в теплосетях), без учета площади остекления, имеющего низкую теплоустойчивость, и инфильтрации наружного воздуха.

Время охлаждения внутренней поверхности угла наружной стены от начальной температуры до точки росы z , с, определялось по формуле [4]

$$z = 0,64 \cdot \left(\frac{t_{w,0} - t_w}{t_{\text{int}} - t_{\text{exto}}} \right)^2 \cdot \lambda c \rho (\sum R_l)^2, \quad (2)$$

где $t_{w,0}$, °С – действительная температура на внутренней поверхности стены в начальный момент времени при $z = 0$;

t_w , °С – действительная температура на внутренней поверхности стены за время z ;

t_{int} , °С – температура внутреннего воздуха, принимается по [5, табл. 1];

t_{exto} , °С – расчетная температура наружного воздуха по [2, табл. 3.1];

λ , Вт/(м) – теплопроводность внутреннего слоя стены, определяется по [6, прил. С];

c , кДж/(кг·К) – удельная теплоемкость внутреннего слоя стены, определяется по [6, прил. С];

ρ , кг/м³ – плотность внутреннего слоя стены;

$\sum R_l$, м²·К/Вт – сумма термических сопротивлений слоев многослойной ограждающей конструкции:

$$\sum R_l = R_0 - (R_{si} - R_{se}), \quad (3)$$

где R_0 , м²·К/Вт – полное сопротивление стены теплопередаче;

$$R_0 = a \cdot \text{ГСОП} + b, \quad (4)$$

где a , b – коэффициенты, принимаются по [6, табл. 3] в зависимости от градусо-суток отопительного периода:

$$\text{ГСОП} = (t_{\text{int}} - t_{hp}) \cdot z_{hp}, \quad (5)$$

t_{hp} , z_{hp} – средняя температура наружного воздуха, °С, и продолжительность, сут/год, отопительного периода, принимаемые по [2];

R_{si} , R_{se} , м²·К/Вт – соответственно сопротивление теплоотдаче внутренней и наружной поверхности наружной стены:

$$R_{si} = 1/\alpha_{\text{int}}, \quad R_{se} = 1/\alpha_{\text{ext}},$$

где $\alpha_{\text{int}} = 8,7$ Вт/(м²·К); $\alpha_{\text{ext}} = 23$ Вт/(м²·К) – коэффициенты теплоотдачи соответственно внутренней и наружной поверхности ограждающей конструкции, принимаемые по [6, табл. 4, 6];

$$\text{ГСОП} = (21 - (-8,1)) \cdot 221 = 6431 \text{ °С сут/год};$$

$$R_0 = 0,00035 \cdot 6431 + 1,4 = 3,651 \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт};$$

$$\Sigma R_l = 3,651 - \left(\frac{1}{8,7} - \frac{1}{23} \right) = 3492 \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}.$$

Начальная температура стены (в углу), °С, определяется по формуле [4]

$$t_{w,0} = t_{\text{int}} - 0,75 \cdot \left(\frac{R_{si}}{R_0} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (t_{\text{int}} - t_{\text{ext}}); \quad (6)$$

$$t_{w,0} = 21 - 0,75 \cdot \left(\frac{0,115}{3,651} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (21 - (-37)) = 16,663 \text{ °С}.$$

Температуру точки росы, °С, на поверхности стены можно определить по формуле [7]

$$t_w = 20,1 - (5,75 - 0,00206 \cdot e_{\text{int}})^2, \quad (7)$$

где e_{int} , Па – парциальное давление водяного пара внутреннего воздуха при расчетных температуре и относительной влажности воздуха в помещении, определяемое по формуле

$$e_{\text{int}} = \frac{\varphi_{\text{int}}}{100} \cdot E_{\text{int}}, \quad (8)$$

где φ_{int} , % – относительная влажность внутреннего воздуха, принимаемая для различных зданий в соответствии с [6];

E_{int} , Па – парциальное давление насыщенного водяного пара при температуре внутреннего воздуха помещения t_w , принимаемое по [6];

$$e_{\text{int}} = \frac{50}{100} \cdot 2488 = 1244 \text{ Па};$$

$$t_w = 20,1 - (5,75 - 0,00206 \cdot 1244)^2 = 9,941 \text{ °С}.$$

Расчет времени остывания внутренней поверхности наружных стен различной конструкции до температуры точки росы при расчетной температуре наружного воздуха для проектирования отопления $t_{\text{ext}0} = -37 \text{ °С}$ сведен в табл. 2.

2. Расчет по предложенной авторами методике [8], с учетом снижения тепловой мощности системы теплоснабжения в аварийном режиме (см. рис. 3), различной при различном соотношении ρ . Наличие в зданиях светопрозрачных ограждений и инфильтрации воздуха учитывалось коэффициентом тепловой аккумуляции β .

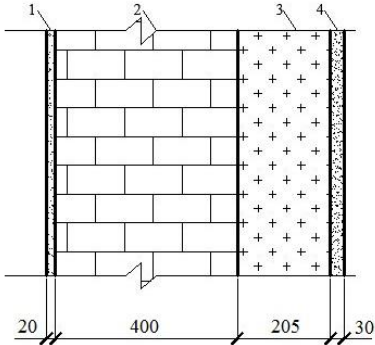
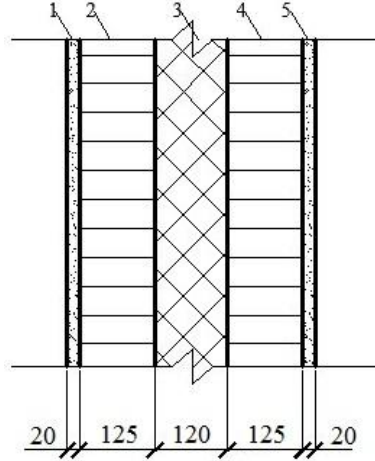
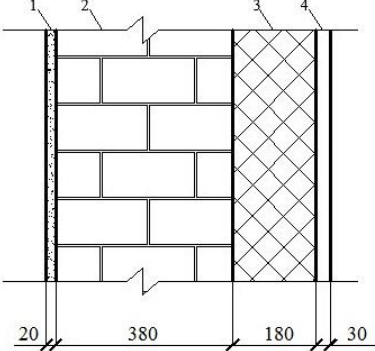
Для здания с кирпичными стенами (конструкция стены 5, табл. 2) было определено время охлаждения внутреннего воздуха помещений при аварийном теплоснабжении до заданной температуры ($t_{\text{int}} = 16 \text{ °С}$) по формуле

$$t_{\text{int}}^r = t_{\text{ext}} + \left(\bar{Q}_o + \left(\frac{t_{\text{int}}^m - t_{\text{ext}}}{t_{\text{int}}^p - t_{\text{ext}}} - \bar{Q}_o \right) \cdot e^{\frac{-z}{\beta}} \right) \cdot (t_{\text{int}}^p - t_{\text{ext}}), \quad (9)$$

Таблица 2

Время остывания внутренней поверхности наружной стены до температуры точки росы

№ п/п	Конструкция стены	Характеристики внутреннего слоя (поз. 2)			Время остывания	
		λ , Вт/(м)	ρ , кг/м ³	c , Дж/(кг·К)	z , с	z , ч
1	<p>1 – цементно-песчаный раствор; 2, 4 – керамзитобетон; 3 – плиты минераловатные жесткие</p>	0,44	1300	840	$5,038 \cdot 10^4$	14
2	<p>1 – гипсовый обшивочный лист; 2, 4 – железобетон; 3 – плиты минераловатные жесткие</p>	1,92	1300	840	$4,228 \cdot 10^5$	117,44

3	 <p>1, 4 – цементно-песчаный раствор; 2 – кладка из силикатного кирпича; 3 – плиты минераловатные жесткие</p>	0,76	1800	880	$1,262 \cdot 10^5$	35,07
4	 <p>1, 5 – гипсовый обшивочный лист; 2, 4 – кладка из глиняного кирпича; 3 – пенополистирол</p>	0,7	1800	880	$1,163 \cdot 10^5$	32,3
5	 <p>1 – гипсовый обшивочный лист; 2 – кладка из глиняного кирпича; 3 – плиты минераловатные жесткие; 4 – воздушная вентиляционная полость, сообщающаяся с наружным воздухом</p>	0,58	1600	880	$8,563 \cdot 10^4$	23,79

6		0,14	400	840	$4,933 \cdot 10^3$	1,37
	<p>1 – цементно-песчаный раствор; 2 – пенобетон; 3 – ракушечник</p>					

где t_{int}^m – текущая температура внутреннего воздуха, °С;

t_{int}^p – требуемая температура внутреннего воздуха, °С;

t_{ext} – температура наружного воздуха, °С;

\bar{Q}_o – относительный расход теплоты, поступающей в систему отопления при аварийном теплоснабжении, определяется по рис. 3;

z – продолжительность аварийного режима, ч;

$\beta = 87,816$ ч – коэффициент аккумуляции углового помещения здания с кирпичными стенами, определяется по методике [9].

Результаты расчета представлены на рис. 4.

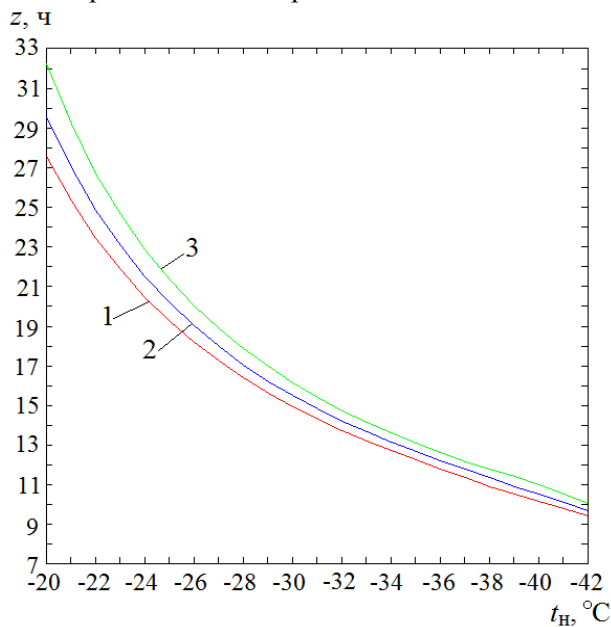


Рис. 4. Допустимая длительность работы системы отопления в период аварийных ситуаций на ТЭЦ:

1 – $\rho=0,5$; 2 – $\rho=0,63$; 3 – $\rho=0,79$

Видно, что чем меньше ρ и ниже t_n , тем за более короткий промежуток времени температура внутреннего воздуха достигнет 16 °С, что может привести к значительному нарушению теплового комфорта отапливаемых помещений. Внутренняя теплоустойчивость строительных конструкций оказывает существенное влияние на температуру внутреннего воздуха [10, 11].

Температуру внутреннего воздуха, при которой на внутренней поверхности строительной конструкции начнет выпадать влага (точка росы), можно определить из выражения

$$t_{\text{int}}^p = R_0 \frac{\left(\tau_{si} - t_{\text{ext}} \frac{R_{si}}{R_0} \right)}{R_0 - R_{si}},$$

где τ_{si} соответствует температуре точки росы внутренней поверхности стены.

Результаты расчета показаны на рис. 5.

Как видно из рис. 5, при снижении температуры внутреннего воздуха до 10,9–11,6 °С на внутренней поверхности наружных стен начинает конденсироваться влага.

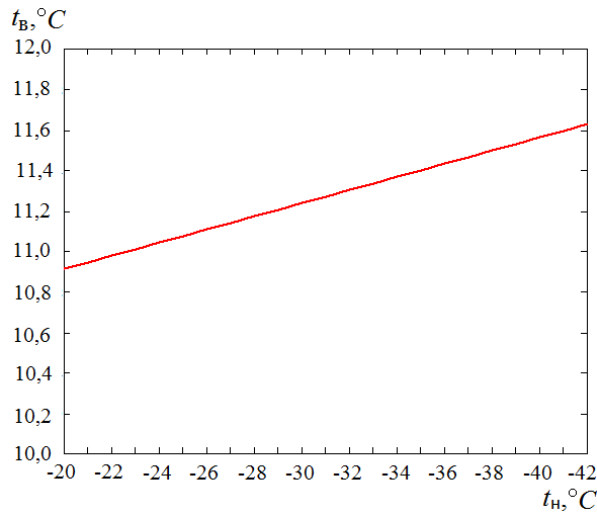


Рис. 5. Температура внутреннего воздуха, соответствующая точке росы внутренней поверхности наружных стен

На рис. 6 показано время работы системы теплоснабжения в аварийном режиме, за которое температура внутренней поверхности стен достигнет точки росы, определенное по формуле (9) при t_{int} по рис. 5.

Результаты расчета показали, что время остывания помещений зависит от соотношения нагрузок на тепловой пункт ρ , т. е. определяется относительной нагрузкой горячего водоснабжения при том же относительном отопительном расходе сетевой воды. Для сравнения, на рис. 6 показано время остывания внутренней поверхности наружной стены, определенное по формуле (2) без учета соотношения расчетных нагрузок на отопление и горячее водоснабжение. Как видно, при не слишком высоких наружных температурах линия 4 проходит ниже кривых 1–3, т. е. время ремонта, определенное по формуле (4), меньше или равно времени ремонта по уточненной методике. В области среднезимних температур расчеты по формуле (2) дают несколько завышенное возможное время ремонта,

особенно при низких значениях ρ , что может привести к неблагоприятным последствиям снижения внутренней температуры помещений ниже допустимых значений. В то же время ни в одном угловом помещении не выдерживается условие, выдвинутое в стандарте СТО НОСТРОЙ 2.15.70-2012.

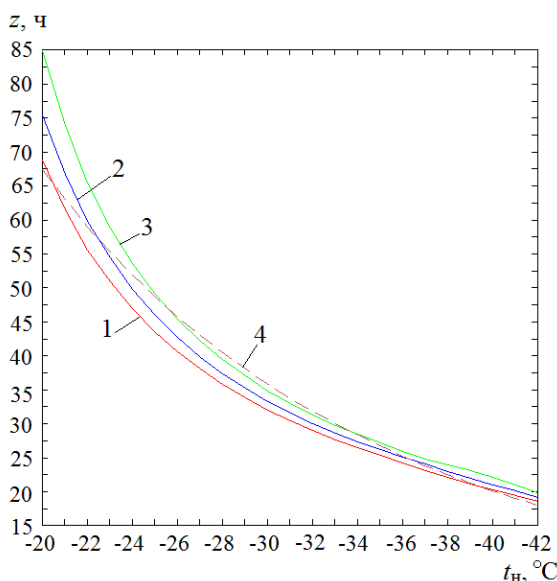


Рис. 6. Время снижения температуры внутреннего воздуха до температуры, соответствующей температуре точки росы наружных стен:
 1 – $\rho=0,5$; 2 – $\rho=0,63$; 3 – $\rho=0,79$; 4 – по формуле (2)

Таким образом, методику [4] можно применять для предварительной оценки продолжительности ремонта тепловых сетей; более точный расчет можно сделать по предложенной методике (рис. 4, 6) с учетом резерва тепловой мощности теплообменников горячего водоснабжения второй ступени. Видно, что время ремонта существенно различно в зависимости от наружной температуры, соотношения расчетных нагрузок на тепловой пункт, конструкции наружных стен, поэтому в каждом отдельном случае требуется оперативный расчет, что делает актуальной предложенную методику.

Выводы

Задачу по расчету охлаждения помещений необходимо решать при оценке теплозащитных качеств наружных ограждений в аварийных условиях теплоснабжения.

При технико-экономическом сопоставлении вариантов конструкций стен зданий нужно отдавать предпочтение конструкциям, имеющим высокую теплоустойчивость, что позволит сохранить допустимые температурные условия в помещениях при авариях в системе теплоснабжения, обеспечить дополнительное время работы систем инженерного оборудования зданий. В соответствии с Законом РФ «О техническом регулировании» это имеет особое значение, поскольку вопросы безопасности являются обязательными при нормировании теплозащиты ограждающих конструкций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Инструкция по действию персонала тепловых сетей при недостатке топлива на ТЭЦ при длительном стоянии температур наружного воздуха / А.С. Оссовский [и др.]. – Новосибирск:

- ОАО «НГТЭ», 2001.
2. СП 131.13330.2012. Строительная климатология. Актуализированная версия СНиП 23-01-99*: введ. в действ. 2013-01-01. – М.: Минрегион России, 2012.
 3. Рафальская Т.А. Исследование нарушений режимов работы тепловых сетей крупных систем теплоснабжения // Теплоэнергетика. – 2017. – № 4. – С. 85–90.
 4. Самарин О.Д. О расчете охлаждения наружных стен в аварийных режимах теплоснабжения // Известия вузов. Строительство. – 2007. – № 2. – С. 46–50.
 5. ГОСТ 30494. Здания жилые и общественные. Параметры микроклимата в помещениях.
 6. СП 50.13330.2012. Тепловая защита зданий. Актуализированная редакция СНиП 23-02-2003. – М.: Минрегион России, 2012.
 7. Богословский В.Н. Строительная теплофизика. – СПб.: АВОК Северо-Запад, 2006. – 400 с.
 8. Рафальская Т.А. Энергетическая безопасность теплоснабжения при аварийном режиме отпуска теплоты от ТЭЦ // Промышленная энергетика. – 2016. – № 11. – С. 23–27.
 9. Бодров В.И., Корягин М.В. Методика расчета теплового режима зданий массовой застройки в период «температурных срезов» // Известия вузов. Строительство. – 2007. – № 2. – С. 42–46.
 10. Малявина Е.Г. Расчет темпа остывания помещения после отключения теплоснабжения // Промышленное и гражданское строительство. – 2015. – № 2. – С. 55–58.
 11. Малявина Е.Г., Цыганков А.В. Влияние различных факторов на темп остывания помещения после отключения теплоснабжения // Известия вузов. Строительство. – 2015. – № 1. – С. 53–59.

Статья поступила в редакцию 12 мая 2017 г.

RESEARCH OF THE HEAT-SHIELDING OF EXTERNAL PROTECTIONS OF BUILDINGS AT THE EMERGENCY HEAT SUPPLY

T.A. Rafalskaya, R.SH. Mansurov, A.K. Berezka, A.A. Savenkov

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin)
113, Leningradskaya Street, Novosibirsk, 630008, Russian Federation

It is carried out research of operating modes of system of a heat supply conditions emergency submissions of heat supply from thermal power station. The factors influencing a thermal mode of premises of buildings, having external protections of various design are considered. Safe operation of protections and buildings as a whole is determined not only time full frizzling of walls, but also the period during which on its surface the temperature goes down to a dew-point or admissible difference of temperatures between an internal surface of an external protection and temperature of internal air. The decision of a problem on cooling external walls of buildings is offered at the emergency temperature schedule of work of a heating system. The technique of calculation is developed for speed of cooling of an internal surface of an external protection and temperature on this surface during the set moment of time. The temperature of internal air at which there is a loss of a condensate on an internal surface of protections is certain. Application of the developed technique and schemes of automation of work of systems of a heat supply can increase of energy efficiency and promote of energy saving of buildings at failures in thermal networks.

Keywords: *system of heat supply, thermal network, emergency operation of a heat supply, system of heating, system of hot water supply, factor of thermal accumulation, temperature mode of premises.*

Tatiana A. Rafalskaya (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

Rustam SH. Mansurov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

Anastasiya K. Berezka, Postgraduate Student.

Alexander A. Savenkov, Postgraduate Student.

ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ГАЛЬВАНИЧЕСКОГО ПРОИЗВОДСТВА КРУПНОГО МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

А.С. Романова

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассмотрены проблемы энергосбережения типового крупного машиностроительного предприятия мелкосерийного и единичного типа производства. Произведен анализ потребления топливно-энергетических ресурсов с выявлением его зависимости от динамики объемов производства и температуры наружного воздуха. Выбран наиболее энергоемкий технологический комплекс. Составлен энергобаланс энергоемкого технологического участка – гальванического производства. Рассмотрены возможные варианты технологического энергообеспечения и определен рациональный вариант. Для энергообеспечения гальванического производства предложено децентрализованное снабжение паром от мобильных парогенераторов, работающих на газообразном виде топлива.

Ключевые слова: *энергопотребление, энергоемкость, промышленное предприятие, топливно-энергетический ресурс, коэффициент корреляции, теплотери, гальваническое производство, энергобаланс, энергоэффективность.*

Введение

Энергопотребление машиностроительного комплекса России отличается высокой удельной энергоемкостью производимой продукции по сравнению с машиностроительным комплексом большинства промышленно развитых стран. Особенно высокая удельная энергоемкость характерна для крупных предприятий мелкосерийного и единичного типа производства, таких как предприятия тяжелого энергомашиностроения, авиастроения и ракетно-космической отрасли [1].

Объясняется это рядом причин, среди которых можно выделить специфические для России.

Во-первых, такие предприятия, основанные в СССР, были ориентированы на производство продукции оборонного назначения и при их проектировании вопросы энергоэффективности считались второстепенными.

Во-вторых, значительная часть этих предприятий являлись градообразующими и в любом случае несли значительную социальную нагрузку, энергетическая компонента которой увеличивала удельные энергозатраты продукции.

В-третьих, особенности организации технологических процессов, ориентированных на единичное мелкосерийное производство на этих предприятиях, создают препятствия для внедрения энергосберегающих мероприятий. Во всяком случае, на этих предприятиях решение проблемы энергосбережения наталкивается на значительно большие трудности по сравнению с предприятиями с крупносерийным и массовым производством.

В современных условиях конкурентной рыночной экономики высокая энергоемкость при производстве продукции этих предприятий существенно снижает перспективы успешного ее продвижения на потребительском рынке [2].

Особенности энергопотребления на крупном машиностроительном предприятии

Рассмотрим энергобаланс типичного крупного предприятия машиностроительного комплекса, ориентированного на мелкосерийное и единичное производства.

На рис. 1 приведен годовой график централизованной закупки ТЭР на коммунальные и технологические нужды, объемы производства и среднемесячная температура наружного воздуха.

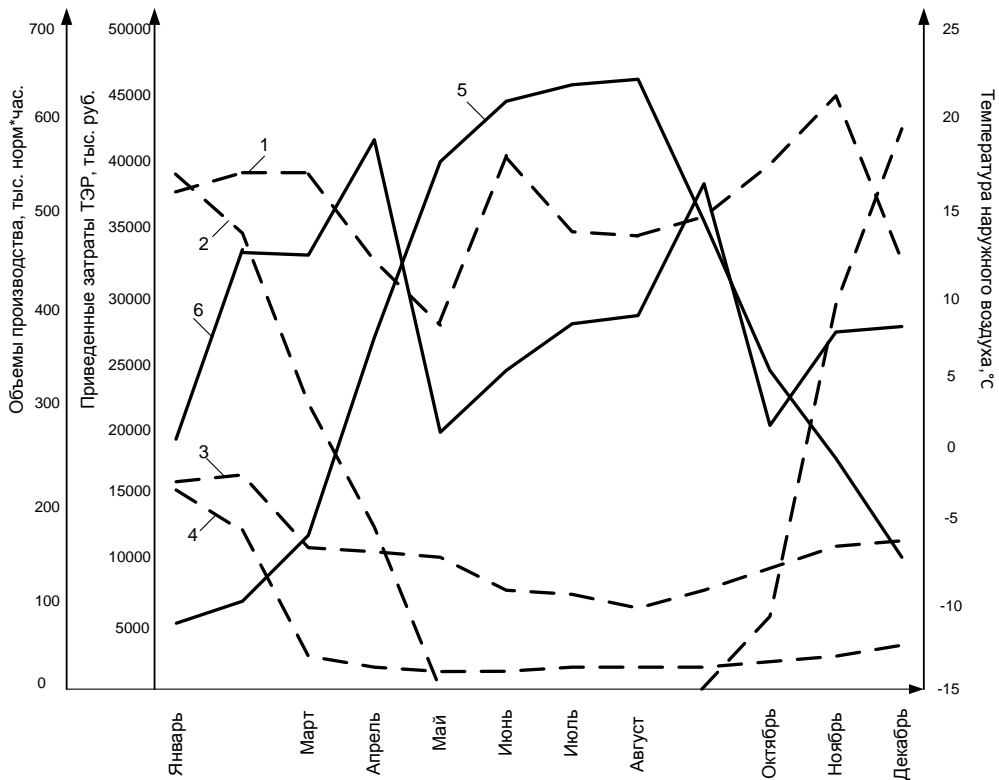


Рис. 1. Графики закупки ТЭР, график изменения объемов производства, график изменения температуры наружного воздуха:

1 – электроэнергия; 2 – отопление; 3 – объем производства; 4 – пар; 5 – газ; 6 – температура наружного воздуха

В таблице 1 приведены коэффициенты корреляции, вычисленные по формуле (1), между потреблением ТЭР, динамикой изменения объемов производства и среднемесячной температурой наружного воздуха [3]

$$r_{y_1 y_2} = \frac{\sum_{u=1}^N (y_{u1} - \bar{y}_1)(y_{u2} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{u=1}^N (y_{u1} - \bar{y}_1)^2 \sum_{u=1}^N (y_{u2} - \bar{y}_2)^2}} \quad (1)$$

Здесь $y_1 = \sum_{u=1}^N \frac{y_{u1}}{N}$ и $y_2 = \sum_{u=1}^N \frac{y_{u2}}{N}$ – средние значения параметров y_{u1} и y_{u2} [4].

Коэффициенты корреляции

ТЭР	Коэффициент взаимной корреляции $r_{y_1y_2}$	
	ТЭР и объемы производства y_{u1} – количество ТЭР потребленного y_{u2} – объем производства	ТЭР и среднемесячная температура наружного воздуха y_{u1} – количество ТЭР потребленного y_{u2} – температура наружного воздуха
Электрическая энергия	0,067	-0,105
Отопление	-0,189	-0,91
Пар	-0,085	-0,843
Газ	-0,288	-0,622

Расхождение на графике пиков потребления электрической энергии и изменения объемов производства примерно на 2 месяца объясняется тем, что обычно производственный цикл начинается с подготовительных работ, не требующих больших затрат электроэнергии. Энергопотребление на отопление производственной площадки зависит в основном от температуры наружного воздуха в соответствии с температурным графиком отопительной системы. Температура используемого на предприятии пара также в большей степени зависит от температуры наружного воздуха, чем от динамики изменения объемов производства. Это объясняется централизованным поступлением пара на промышленную площадку. Наблюдается некоторое искажение зависимости расхода пара (газа) на отопление от температуры наружного воздуха из-за частичного обогрева помещений технологическим оборудованием.

Рассмотрим возможность повышения энергоэффективности наиболее энергоемкого гальванического производства.

Энергопотребление гальванического производства машиностроительного предприятия

Пароснабжение основной площадки предприятия осуществляется централизованно от ТЭЦ. Проходя по внутриплощадочным магистральным сетям от тепловыделителя до мест потребления, теплоноситель теряет большое количество тепла. Пар поступает на промышленную площадку с температурой 230–240 °С, а на местах потребления его температура составляет не более 110 °С. Большие потери связаны с недостаточной изоляцией и неудовлетворительным состоянием паропровода, поэтому приходится осуществлять электроподогрев гальванических ванн.

Потребителями пара на предприятии кроме гальванических ванн являются моечные машины, прокатное оборудование, сушильные шкафы, установки для термообработки, частично приточно-отопительные вентиляционные установки и т. д.

Потребители распределены по разным корпусам промышленной площадки. Наиболее крупные потребители пара на технологические нужды сосредоточены в цехе гальваники. Потребление пара здесь составляет около 40 % от общего.

Существующая схема энергопотребления в гальваническом цехе не позволя-

ет перекрывать паропровод, снижая или перекрывая потребление пара в перерывах между рабочими циклами гальванических ванн, что приводит к независимости паропотребления от динамики производства товарной продукции (рис. 2).

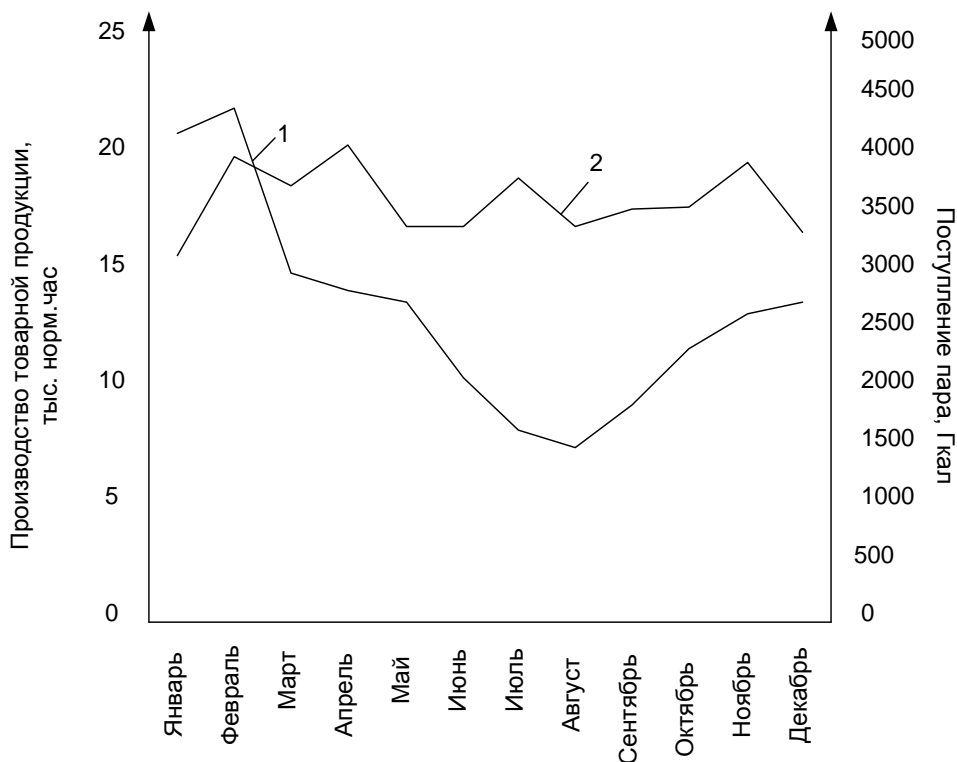


Рис. 2. Графики производства товарной продукции и поступления пара за 2016 г.:
1 – производство товарной продукции в цехе гальваники; 2 – поступление пара

Энергобаланс гальванического производства

1. Для упрощения расчетов на этапе выхода на режим пренебрежем теплотерями в окружающую среду с поверхности электролита и от стенок ванны. Тогда количество теплоты, необходимое для нагрева гальванической ванны при выходе на режим, рассчитывается по формуле

$$Q_r = Q_e + Q_v. \quad (2)$$

Здесь $Q_e = c \cdot v \cdot \rho \cdot (t_t^e - t_n^e)$ – количество тепла, необходимое для нагрева объема электролита от начальной температуры t_n^e до технологической t_t^e ; c – удельная теплоемкость электролита; v – внутренний объем ванны; ρ – плотность электролита; $Q_v = m_v \cdot c_v \cdot V \cdot (t_n^v - t_k^v)$ – количество тепла, затрачиваемого на нагрев емкости ванны от начальной температуры емкости t_n^v до конечной t_k^v после нагрева электролита; m_v – масса емкости; c_v – теплоемкость материала ванны; V – коэффициент интенсивности поглощения тепла материалом.

2. Количество теплоты, необходимое для поддержания технологической температуры, рассчитывается по формуле (3) и принимается равным сумме количества теплотер в окружающую среду с поверхности электролита и от стенок ванны и количества теплоты, затрачиваемого на нагрев погружаемой в ванну детали [5]:

$$Q_p = Q_{pv} + Q_{pe} + Q_d. \quad (3)$$

Здесь $Q_{pv} = A_v \cdot \alpha_v \cdot (t_v - t_n) \cdot 3,6$ – количество теплотерь от стенок емкости ванны; A_v – площадь поверхности ванны; α_v – коэффициент теплоотдачи; $(t_v - t_n)$ – разность температур на поверхности емкости и окружающей среды; $Q_{pe} = A_{pe} \cdot \alpha_e \cdot (t_{pe} - t_n) \cdot 3,6$ – потери тепла с поверхности электролита; A_{pe} – площадь поверхности электролита; α_e – коэффициент теплоотдачи на поверхности электролита; $(t_{pe} - t_n)$ – разность температур на поверхности электролита и окружающей среды; $Q_d = m_d \cdot c_d \cdot V \cdot (t_t - t_d)$ – количество тепла на нагрев погружаемой детали, рассчитывается по формуле [6]; m_d – масса деталей; c_d – теплоемкость детали; V – коэффициент интенсивности поглощения тепла материалом; t_t – конечная температура детали после погружения; t_d – начальная температура детали.

Энергоэффективное энергообеспечение гальванического производства

Территория гальванического цеха представляет собой 30 рядов ванн. По каждому ряду осуществляются определенные гальванические операции, такие как лужение, меднение, никелирование, хромирование и т. п. В каждом из рядов находятся от одной до шести горячих ванн. Среди этих ванн выделим группы, требующие круглосуточной, посменной и периодической работы. При этом учтем, что при круглосуточном режиме работы подогрев ванн необходим постоянно.

При выборе рационального метода теплоснабжения гальванического производства на технологические нужды учитывается количество тепла, требуемого для вывода на режим, поддержание режима и сменности работы ванн.

При круглосуточном режиме работы необходим постоянный подогрев ванны. Возможны несколько вариантов вывода на режим и длительного поддержания ванн в рабочем режиме или в режиме горячей консервации. Сравним возможные варианты энергообеспечения технологических процессов гальванического цеха (табл. 2):

1. Установка двух парогенераторов «Уран 4000», работающих на газообразном топливе, подключенных к нескольким параллельным рядам.
2. Локальный подогрев при помощи тепловых электронагревателей (ТЭН).

Таблица 2

Варианты энергообеспечения при круглосуточном режиме работы

Способ	Максимальная требуемая расчетная нагрузка, Гкал/час	Закупаемый ресурс на обеспечение процесса	Единицы измерения	Количество ТЭР в год в натуральном выражении	Количество ТЭР в год в денежном выражении, тыс. руб.
Система централизованного пароснабжения	4,81	Пар	Гкал	15629,01	22275,908
Установка двух парогенераторов «Уран 4000»	4,81	Газ	Тыс.м ³	1925	11981,778
ТЭН	4,81	Э/Э	МВт·ч	25481,28	92 751,9

При сравнении трех возможных вариантов отметим, что наименьшие затраты на ТЭР достигаются при установке парогенераторов.

Для постоянной двенадцатичасовой работы характерно ежедневное потребление максимальной нагрузки для вывода на режим и последующее поддержание в состоянии рабочей готовности в течение 12 часов.

Таблица 3

Варианты энергообеспечения при 12-часовом режиме работы

Способ	Максимальная требуемая расчетная нагрузка, Гкал/час	Закупаемый ресурс на обеспечение процесса	Единицы измерения	Количество ТЭР в год в натуральном выражении	Количество ТЭР в год в денежном выражении, тыс. руб.
Система централизованного пароснабжения	5,04	Пар	Гкал	16266,93	23185,129
Установка двух парогенераторов «Уран 4500»	5,04	Газ	Тыс.м ³	1379,992	8589,484
ТЭН	5,04	Э/Э	МВт·ч	14014,946	51014,403

Таблица 4

Варианты энергообеспечения объединенной системы

Способ	Максимальная требуемая расчетная нагрузка, Гкал/час	Закупаемый ресурс на обеспечение процесса	Единицы измерения	Кол-во ТЭР в год в натуральном выражении	Количество ТЭР в год в денежном выражении, тыс. руб.
Система централизованного пароснабжения	9,85	Пар	Гкал	31895,94	45461,037
Установка парового котла ICI серии GX 10000	9,85	Газ	Тыс. м ³	4477,674	27869,043
Установка двух парогенераторов «Уран 4000» и двух парогенераторов «Уран 4500»	9,85	Газ	Тыс. м ³	3304,992	20571,262

Рассмотрим варианты энергопотребления в случае 12-часовой работы (табл. 3):

1. Установка двух парогенераторов «Уран 4500», работающих на газообразном топливе, подключенных к нескольким параллельным рядам.
2. Локальный подогрев ванн при помощи ТЭН.

В рассмотренных вариантах наименьшие затраты на закупку ТЭР требуются также при установке парогенераторов.

Рассмотрим возможные варианты организации объединенной системы теплоснабжения на технологические нужды гальванического цеха (табл. 4):

1. Установка парового котла ICI серии GX 10000.
2. Суммарно по двум группам при установке двух парогенераторов «Уран 4000» и двух парогенераторов «Уран 4500».

Заключение

При обеспечении локального подогрева при помощи ТЭН наблюдаются наиболее высокие затраты на ТЭР. Это объясняется тем, что при круглосуточном или посменном режиме работы необходимо длительное время поддерживать ванны в режиме горячей консервации. При этом на электрический нагрев затрачивается большое количество ТЭР, а стоимость электрической энергии относительно выше стоимости газа, используемого в качестве топлива в парогенераторах или котлах. Наименьшие затраты на закупку ТЭР на нужды теплоснабжения гальванического цеха достигаются при установке парогенераторов, т. к. происходит практически пропорциональное уменьшение расхода топлива при снижении нагрузки на технологический нагрев.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Мещерякова Т.С.* Анализ энергозатрат промышленных предприятий в современных условиях // НП АВОК. Энергосбережение. – 2015. – № 4. – С. 36–42.
2. Концепция долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2020 года (утв. Распоряжением Правительства РФ от 17 ноября 2008 г. № 1662-р).
3. *Антонов А.В.* Системный анализ. – М.: Высш. шк., 2004. – 454 с.
4. *Хамканов К.М.* Основы планирования эксперимента: метод. пособие. – Улан-Удэ, 2001. – 50 с.
5. *Бухмиров В.В.* Тепломассообмен. – Иваново, 2014. – 360 с.
6. *Померанцев А.А.* Физические начала тепломассообмена и газовой динамики. – М.: Энергия, 1977. – 248 с.

Статья поступила в редакцию 7 июня 2017 г.

ENERGY EFFICIENT ORGANIZATION OF ELECTROPLATING PRODUCTION AT A LARGE MACHINE-BUILDING ENTERPRISE

A.S. Romanova

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The paper considers the energy saving problem of a typical large machine-building enterprise of limited and single type production. The energy balance is composed of the most energy-intensive process area – electroplating production. The possible technological options of power supply were explored and the most rational option was defined. Decentralized steam supply by mobile steam generators is suggested as power supply for electroplating production.

Keywords: *energy consumption, energy intensity, industrial energy resources, the correlation coefficient, heat loss, galvanic production, energy balance, energy efficiency.*

Alena S. Romanova, Postgraduate Student.

УДК 536. 2(075)

**МЕТОД ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИСКОМЫХ ФУНКЦИЙ
В ЗАДАЧАХ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ПЕРЕМЕННЫМИ
ФИЗИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ СРЕДЫ*****М.П. Скворцова, И.В. Кудинов, Р.М. Клеблеев, Т.Е. Гаврилова,
В.А. Родионов**Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: totig@yandex.ru

При использовании дополнительных искомых функций и дополнительных граничных условий в интегральном методе теплового баланса получены высокоточные приближенные аналитические решения задачи теплопроводности для бесконечной пластины с переменными физическими свойствами среды при симметричных граничных условиях первого рода. Для нахождения решения в области $0,05 \leq Fo < \infty$ вводится дополнительная искомая функция, характеризующая изменение температуры в центре пластины, которая ввиду бесконечной скорости распространения теплоты, заложенной в параболическом уравнении теплопроводности, начинает изменяться сразу после приложения граничного условия первого рода. Следовательно, диапазон ее изменения включает весь диапазон времени нестационарного процесса и весь диапазон изменения температуры. Для получения решения при малых и сверхмалых значениях времени используется модель с конечной скоростью распространения теплоты, основанная на определении фронта температурного возмущения и дополнительных граничных условий. Комбинация этих двух моделей (с бесконечной и конечной скоростью распространения теплоты) позволила получить достаточно простого вида приближенные аналитические решения сложной нелинейной задачи (с нелинейностью второго рода) во всем диапазоне времени нестационарного процесса практически с заданной степенью точности. Рассмотрение в обеих моделях дополнительных искомых функций позволяет свести решение уравнений в частных производных к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений.

Ключевые слова: нестационарная теплопроводность, переменные физические свойства среды, конечная и бесконечная скорость распространения теплоты, интегральный метод теплового баланса, дополнительные искомые функции, дополнительные граничные условия.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части государственного задания ФГБОУ ВО «СамГТУ» (проект № 1.5551.2017/8.9).

Марина Петровна Скворцова, ассистент кафедры «Теоретические основы теплотехники и гидромеханики».

Игорь Васильевич Кудинов (к.т.н.), доцент кафедры «Теоретические основы теплотехники и гидромеханики».

Руслан Мухтарович Клеблеев, магистрант.

Татьяна Евгеньевна Гаврилова, аспирант.

Владимир Анатольевич Родионов, доцент кафедры «Технология машиностроения».

Известные точные аналитические решения нестационарных задач теплопроводности с переменными по пространственной координате физическими свойствами среды выражаются сложными бесконечными рядами, включающими функции Бесселя первого и второго рода. Такие ряды плохо сходятся при малых значениях временной и пространственной переменных и поэтому малоприменимы не только для инженерных приложений, но и для выполнения научных исследований [1, 2].

Применительно к решению краевых задач большое распространение получили ортогональные методы взвешенных невязок (Л.В. Канторовича, Бубнова – Галеркина, интегральный метод теплового баланса и др.) [3–16]. Они могут быть эффективно применены к задачам, не поддающимся решению с помощью классических аналитических методов, что связано с возможностью сведения исходного дифференциального уравнения в частных производных к интегрированию обыкновенного дифференциального уравнения, минуя процесс разделения переменных в исходном уравнении. Такая возможность основана на использовании дополнительных искомого функций, зависящих лишь от одной переменной и дополнительных граничных условий, определяемых так, чтобы искомое решение удовлетворяло дифференциальному уравнению краевой задачи в граничных точках. Основной проблемой этих методов является низкая точность, связанная с необходимостью решения алгебраических уравнений высоких степеней, а также больших систем алгебраических линейных уравнений с заполненными квадратными матрицами, которые, как правило, плохо обусловлены. Для решения указанных проблем в настоящей работе используются дополнительные искомого функции и дополнительные граничные условия, позволяющие получить сильно разреженные цепочного типа системы алгебраических линейных уравнений.

Основную идею метода рассмотрим на примере решения краевой задачи для бесконечной пластины с экспоненциальным изменением коэффициента теплопроводности от координаты

$$c(x)\gamma(x)\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(x)\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right]; \quad (t > 0; 0 < x < \delta); \quad (1)$$

$$T(x,0) = T_0; \quad (2)$$

$$\partial T(0,t)/\partial x = 0; \quad (3)$$

$$T(\delta,t) = T_1, \quad (4)$$

где T – температура;
 x – координата;
 t – время;
 $\lambda(x)$ – коэффициент теплопроводности;
 $c(x)$ – теплоемкость;
 $\gamma(x)$ – плотность;
 T_0 – начальная температура;
 T_1 – температура стенки при $x = \delta$;
 δ – половина толщины пластины.

Найдем решение задачи (1)–(4) в случае, когда $c = \text{const}$ и $c\gamma = \text{const}$ (в общем случае они могут быть и переменными), а коэффициент теплопроводности λ является экспоненциальной функцией координаты x :

$$\lambda(x) = \lambda_0 \exp(-mx), \quad (5)$$

где $m > 0$ – коэффициент, характеризующий интенсивность изменения коэффициента теплопроводности по координате x ;

$\lambda_0 = \text{const}$ – коэффициент теплопроводности пластины при $x = 0$.

Из формулы (5) следует, что теплопроводность пластины с увеличением координаты x уменьшается, достигая минимума при $x = \delta$.

Введем следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}; \quad \text{Fo} = \frac{a_0 t}{\delta^2}; \quad a_0 = \frac{\lambda_0}{c\gamma}; \quad \xi = \frac{x}{\delta}, \quad (6)$$

где Θ – безразмерная температура;

Fo – число Фурье;

a_0 – коэффициент температуропроводности пластины при $x = 0$;

ξ – безразмерная координата.

С учетом обозначений (6) задача (1)–(4) принимает вид (рис. 1)

$$\frac{\partial \Theta(\xi, \text{Fo})}{\partial \text{Fo}} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[e^{-v\xi} \frac{\partial \Theta(\xi, \text{Fo})}{\partial \xi} \right]; \quad (\text{Fo} > 0; \quad 0 < \xi < 1); \quad (7)$$

$$\Theta(\xi, 0) = 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Theta(0, \text{Fo})}{\partial \xi} = 0; \quad (9)$$

$$\Theta(1, \text{Fo}) = 1, \quad (10)$$

где $v = m\delta$.

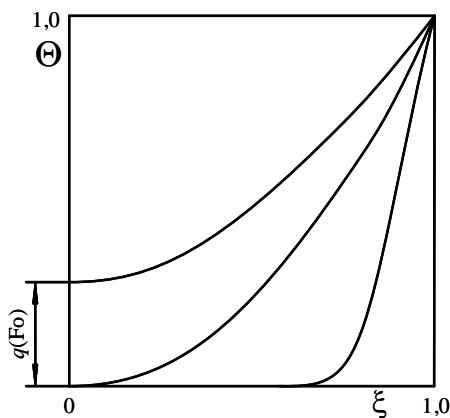


Рис. 1. Схема теплообмена в пластине

Введем дополнительную искомую функцию

$$q(\text{Fo}) = \Theta(0, \text{Fo}), \quad (11)$$

представляющую изменение температуры во времени в центре пластины. Температура в точке $\xi = 0$ будет изменяться сразу после приложения граничного условия первого рода на поверхности пластины ($\xi = 1$), что связано с бесконечной скоростью распространения теплоты. Так как температура в центре пластины

является искомой величиной задачи (7)–(10), то введение функции $q(\text{Fo})$ не изменяет ее, а лишь упрощает процесс получения аналитического решения.

Решение задачи (7)–(10) с учетом (11) разыскивается в виде

$$\Theta(\xi, \text{Fo}) = \sum_{k=0}^n b_k(q) \varphi_k(\xi), \quad (12)$$

где $\varphi_k(\xi) = \xi^k$, $(k = \overline{0, n})$ – координатные функции.

Для получения решения задачи (7)–(10) в первом приближении подставим (12) (ограничиваясь тремя членами ряда) в (9)–(11). Для определения неизвестных коэффициентов $b_k(q)$, $(k = 0, 1, 2)$ будем иметь систему трех алгебраических уравнений. После нахождения $b_k(q)$ соотношение (12) будет

$$\Theta(\xi, \text{Fo}) = q(\text{Fo}) + (1 - q(\text{Fo}))\xi^2. \quad (13)$$

Интеграл теплового баланса для уравнения (7) записывается в виде

$$\int_0^1 \frac{\partial \Theta(\xi, \text{Fo})}{\partial \text{Fo}} d\xi = \int_0^1 \frac{\partial}{\partial \xi} \left[e^{-v\xi} \frac{\partial \Theta(\xi, \text{Fo})}{\partial \xi} \right] d\xi. \quad (14)$$

Подставляя (13) в (14), находим

$$q' - 3(1 - q(\text{Fo}))\exp(-v) = 0, \quad (15)$$

где $q' = dq(\text{Fo})/d\text{Fo}$.

Интегрируя уравнение (15), получаем

$$q(\text{Fo}) = 1 + C_1 e^{-3\text{Fo}\exp(-v)}, \quad (16)$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

Подставляя (16) в (13), находим

$$\Theta(\xi, \text{Fo}) = 1 + C_1 e^{-3\text{Fo}\exp(-v)} \psi(\xi), \quad (17)$$

где $\psi(\xi) = 1 - \xi^2$.

Для определения постоянной интегрирования C_1 подставим (17) в начальное условие (8) и потребуем ортогональности полученной невязки к функции $\psi(\xi)$, являющейся, по сути, собственной функцией:

$$\int_0^1 \left[1 + C_1(1 - \xi)^2 \right] (1 - \xi^2) d\xi = 0. \quad (18)$$

Определяя интеграл в (18), находим $C_1 = -\frac{5}{4}$.

Соотношение (17) с учетом найденного значения постоянной интегрирования C_1 представляет решение задачи (7)–(10) в первом приближении. Оно точно удовлетворяет граничным условиям (9)–(10), интегралу теплового баланса (14) (осредненному уравнению (7)) и приближенно (в первом приближении) – уравнению (7) и начальному условию (8).

Для повышения точности необходимо увеличивать число членов ряда (12), неизвестные коэффициенты которого будем находить из основных граничных условий (9), (10), соотношения (11) и некоторых дополнительных граничных

условий. Для их получения применительно к точке $\xi = 0$ продифференцируем соотношение (11) и граничное условие (9) по переменной F_0 :

$$\frac{\partial \Theta(0, F_0)}{\partial F_0} = \frac{dq(F_0)}{dF_0}; \quad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \Theta(0, F_0)}{\partial F_0} \right) = 0. \quad (20)$$

Соотношения (19), (20) с учетом уравнения (7) приводятся к следующим дополнительным граничным условиям:

$$\frac{\partial^2 \Theta(0, F_0)}{\partial \xi^2} = \frac{dq(F_0)}{dF_0}; \quad (21)$$

$$2\nu \frac{\partial^2 \Theta(0, F_0)}{\partial \xi^2} - \frac{\partial \Theta^3(0, F_0)}{\partial \xi^3} = 0. \quad (22)$$

Для получения дополнительного граничного условия в точке $\xi = 1$ продифференцируем соотношение (10) по переменной F_0 . Сравнивая полученное соотношение с уравнением (7), находим

$$\frac{\partial^2 \Theta(1, F_0)}{\partial \xi^2} - \nu \frac{\partial \Theta(1, F_0)}{\partial \xi} = 0. \quad (23)$$

Основные граничные условия (9), (10), соотношение (11) и дополнительные условия (21)–(23) используются для получения решения во втором приближении. При получении дополнительных граничных условий третьего приближения соотношения (21)–(23) дифференцируются по переменной F_0 и выполняется сравнение полученных соотношений с уравнением (7).

Для получения решения задачи (7)–(10) во втором приближении, подставляя (12) (ограничиваясь шестью членами ряда) в соотношения (9)–(11), (21)–(23), относительно неизвестных коэффициентов $b_k(q)$, ($k = 0, 1, 2, \dots, 5$) будем иметь цепочную систему шести алгебраических линейных уравнений. Соотношение (12) после определения $b_k(q)$ принимает вид

$$\Theta(\xi, F_0) = q + q'\xi^2/2 + \nu q'\xi^3/3 + (\mu_1(1-q) + \mu_2 q')\xi^4/\mu_3 - (\mu_4(1-q) + \mu_5 q')\xi^5/(\mu_3/2), \quad (24)$$

где $\mu_1 = 30(\nu - 4)$; $\mu_2 = 54 + \nu(19 - 4\nu)$; $\mu_3 = 6(\nu - 8)$; $\mu_4 = 12(\nu - 3)$; $\mu_5 = 15 + \nu(3 - \nu)$.

Подставляя (24) в интеграл теплового баланса (14), после определения интегралов относительно неизвестной функции $q(F_0)$ получаем обыкновенное дифференциальное уравнение вида

$$r_1 q'' + r_2 q' + q - 1 = 0, \quad (25)$$

где $q' = dq(F_0)/dF_0$; $q'' = d^2q(F_0^2)/dF_0^2$; $r_1 = e^\nu(6\nu - \nu^2 + 66)/3600$

$$r_2 = -(2\nu e^\nu - 18e^\nu - 2\nu - 9)/60. \quad (26)$$

Интегрируя уравнение (25), находим

$$q(\text{Fo}) = 1 + C_1 \exp(z_1 \text{Fo}) + C_2 \exp(z_2 \text{Fo}), \quad (27)$$

где $z_{1,2} = (-r_2 \pm \sqrt{r_2^2 - 4r_1}) / (2r_1)$; C_1, C_2 – постоянные интегрирования.

Подставляя (27) в (24), получаем

$$\Theta(\xi, \text{Fo}) = 1 + C_1 \psi_1(\xi) e^{z_1 \text{Fo}} + C_2 \psi_2(\xi) e^{z_2 \text{Fo}}, \quad (28)$$

где $\psi_k(\xi) = 1 + R_{1,k} \xi^2 + R_{2,k} \xi^3 + R_{3,k} \xi^4 - R_{4,k} \xi^5$; $R_{1,k} = z_k / 2$;

$$R_{2,k} = z_k \nu / 3; \quad R_{3,k} = (z_k \mu_2 - \mu_1) / \mu_3;$$

$$R_{4,k} = 2(z_k \mu_5 - \mu_4) / \mu_3. \quad (k = 1, 2).$$

Подставляя (28) в начальное условие (8) и требуя ортогональности полученной невязки к собственным функциям $\psi_1(\xi)$ и $\psi_2(\xi)$, относительно констант интегрирования C_1 и C_2 получаем систему двух алгебраических линейных уравнений:

$$\int_0^1 [1 + C_1 \psi_1(\xi) + C_2 \psi_2(\xi)] \psi_j(\xi) d(\xi) = 0. \quad (j = 1, 2) \quad (29)$$

Из решения системы уравнений (29) находим

$$C_k = \frac{a_1 z_k - a_2}{(z_1 - z_2) a_3}, \quad (k = 1, 2) \quad (30)$$

где $a_1 = 618084 + 157848\nu - 8304\nu^2 - 2508\nu^3 + 179\nu^4$;

$$a_2 = 4254480 - 44640\nu - 178200\nu^2 + 10920\nu^3;$$

$$a_3 = (30501684 + 7409208\nu - 515664\nu^2 - 121548\nu^3 + 8869\nu^4) / 42.$$

Если положить $\nu = 0$, то соотношения (27), (28) приводятся к виду

$$q(\text{Fo}) = 1 - 1,2572e^{-2,47097\text{Fo}} + 0,4061e^{-22,0745\text{Fo}}; \quad (31)$$

$$\Theta(\xi, \text{Fo}) = 1 + (-1,2572 + 1,5533\xi^2 - 0,3518\xi^4 + 0,05576\xi^5) e^{-2,47097\text{Fo}} + \\ + (0,40612 - 4,4823\xi^2 + 9,0703\xi^4 - 4,9941\xi^5) e^{-22,0745\text{Fo}}. \quad (32)$$

Отметим, что коэффициенты под знаком экспонент в соотношениях (31), (32) незначительно отличаются от точных значений собственных чисел краевой задачи Штурма – Лиувилля, имеющих вид $z_1 = 2,4674$; $z_2 = 22,2066$. Коэффициенты C_k , ($k = 1, 2$) перед экспонентами соотношения (31) незначительно отличаются от коэффициентов классического точного аналитического решения, получаемых из выполнения начального условия краевой задачи, точные значения которых $C_1 = 1,2732$; $C_2 = 0,4241$.

Анализ результатов расчетов при по формуле (32) в сравнении с классическим точным аналитическим решением задачи (7)–(10) (при $\nu = 0$) [17] позволяет заключить, что в диапазоне $0,1 \leq \text{Fo} < \infty$ их расхождение не превышает 1 %.

Аналогично могут быть найдены решения и для других приближений. При их получении не возникают какие-либо принципиальные трудности – возрастает лишь объем вычислительной работы.

Результаты расчетов температуры по формуле (28) при $\nu = 0,01$ в сравнении с расчетом по методу конечных разностей и по методу [4] даны на рис. 2. Их

анализ позволяет заключить, что в диапазоне $0,05 \leq Fo < \infty$ результаты расчетов практически совпадают. На рис. 2 представлены также результаты расчетов температуры по формуле (12) в третьем ($k = \overline{0,8}$) и в четвертом приближениях ($k = \overline{0,11}$). Из их анализа следует, что при увеличении числа членов ряда (12) точность получаемых решений существенно возрастает.

Результаты расчетов во втором приближении можно существенно уточнить, если при нахождении констант интегрирования C_1 и C_2 соотношения (28) ввести поправку на время достижения фронтом температурного возмущения координаты $\xi = 0$ при его движении от поверхности пластины ($\xi = 1$) к ее центру ($\xi = 0$). Несмотря на то, что в задаче (7)–(10) заложена бесконечная скорость распространения теплоты (так как решению подлежит параболическое уравнение (7)), сколько-нибудь заметное изменение температуры в центре пластины будет происходить лишь по истечении некоторого времени $Fo = Fo_1$, при котором определяемый ниже (см. решение задачи (37)–(40)) фронт температурного возмущения $q_1(Fo)$ достигает центра пластины, то есть $q_1(Fo_1) = 1$. Положив в формуле (44) $q_1(Fo_1) = 1$, находим $Fo_1 = 0,05$ (при $\nu = 0$). Вычитая это время из величины числа Fo соотношения (27), получаем

$$q(Fo) = 1 + C_1 e^{z_1(Fo-Fo_1)} + C_2 e^{z_2(Fo-Fo_1)} . \quad (33)$$

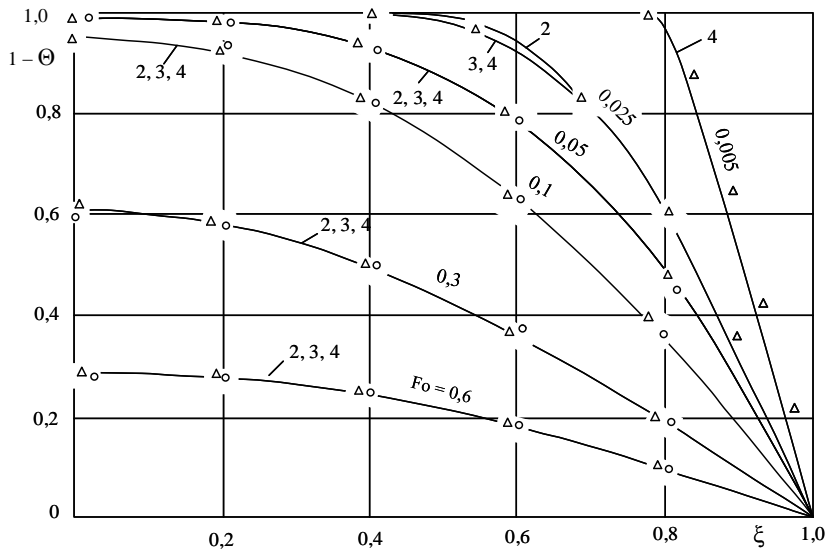


Рис. 2. Распределение температуры в пластине при $\nu = 0,01$:

○ – по формуле (3.278) из [4]; 2, 3, 4 – по формуле (12) соответственно во втором, третьем и четвертом приближении; Δ – численное решение

Следовательно, отсчет времени в соотношении (33) осуществляется от $Fo = Fo_1$, то есть $Fo - Fo_1$ является начальным временем задачи (7)–(10) при получении ее решения во втором приближении.

Начальные условия для функции $q(Fo)$ имеют вид

$$q(0) = 0 ; dq(0)/dFo = 0 . \quad (34)$$

Подставляя (33) в (34), относительно C_1 и C_2 получаем систему двух алгебраических уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} z_1 C_1 e^{z_1 Fo_1} + z_2 C_2 e^{z_2 Fo_1} &= 0; \\ C_1 e^{z_1 Fo_1} + C_2 e^{z_2 Fo_1} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Из решения системы уравнений (35) при $\nu = 0$ и $Fo_1 = 0,05$ находим $C_1 = 1,2741$; $C_2 = 0,38$. Как видно, произошло существенное уточнение коэффициента C_1 по сравнению с его определением из начального условия (8).

Подставляя (33) в (24), с учетом найденных значений C_1 и C_2 находим

$$\Theta(\xi, Fo) = 1 + (-1,274 + 1,5741\xi^2 - 0,3565\xi^4 - 0,0565\xi^5) e^{-2,4709(Fo - Fo_1)} + (0,38 - 4,1949\xi^2 + 8,4885\xi^4 - 4,6736\xi^5) e^{-22,0745(Fo - Fo_1)}. \quad (36)$$

Анализ результатов расчетов по формуле (36) в сравнении с формулой (32) позволяет сделать вывод о возрастании точности получаемых результатов. К тому же отметим, что процесс нахождения постоянных интегрирования C_1 и C_2 из начальных условий (34) значительно упрощается по сравнению с их определением из начального условия (8).

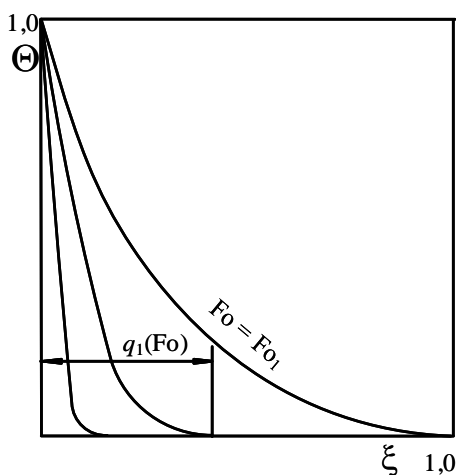


Рис. 3. Расчетная схема теплообмена

Для получения решения задачи (7)–(10) при малых и сверхмалых значениях времени будем использовать метод, основанный на определении фронта температурного возмущения и дополнительных граничных условий (модель с допущением конечной скорости распространения теплоты) (рис. 3). С введением понятия движущейся границы (фронта температурного возмущения) исходная область $0 \leq \xi \leq 1$ разделяется на две подобласти $0 \leq \xi \leq q_1(Fo)$ и $q_1(Fo) \leq \xi \leq 1$, где $q_1(Fo)$ – функция, определяющая продвижение границы раздела во времени (см. рис. 3). Первая стадия заканчивается при достижении движущейся границей центра пластины ($\xi = 1$), то есть когда $Fo = Fo_1$. Во второй стадии изменение температуры происходит по всему объему тела $0 \leq \xi \leq 1$. Отметим, что для этой стадии процесса решение было получено выше в виде (12). Следовательно, при исполь-

зовании допущения о конечной скорости распространения теплоты решение находится лишь для первой стадии процесса.

Применительно к расчетной схеме, представленной на рис. 3, математическая постановка задачи будет

$$\frac{\partial \Theta(\xi, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[e^{-v\xi} \frac{\partial \Theta(\xi, Fo)}{\partial \xi} \right]; \quad (Fo > 0; 0 < \xi < 1) \quad (37)$$

$$\Theta(\xi, 0) = 0; \quad (38)$$

$$\Theta(0, Fo) = 1; \quad (39)$$

$$\frac{\partial \Theta(1, Fo)}{\partial \xi} = 0. \quad (40)$$

Так как на первой стадии процесса задача (37)–(40) за пределами фронта температурного возмущения не определена, то нет необходимости выполнения начального условия вида (38) по всей ширине пластины. В данном случае вполне достаточно выполнения условия $q_1(0) = 0$. Также нет необходимости выполнения граничного условия (40), так как оно не влияет на процесс теплообмена в первой его стадии. Таким образом, при получении решения задачи для первой стадии используется граничное условие (29) и следующие условия, выполняющиеся на фронте температурного возмущения, то есть в точке $\xi = q_1(Fo)$:

$$\Theta(q_1, Fo) = 0; \quad (41)$$

$$\partial \Theta(q_1, Fo) / \partial \xi = 0. \quad (42)$$

Решение задачи (37), (39), (41), (42) принимается в виде

$$\Theta(\xi, Fo) = \sum_{k=0}^n a_k(q_1) \xi^k, \quad (43)$$

где $a_k(q_1)$ – неизвестные коэффициенты.

В первом приближении подставим (43) (ограничиваясь тремя членами ряда) в (39), (41), (42). Для определения неизвестных коэффициентов a_k ($k = 0, 1, 2$) будем иметь систему трех алгебраических линейных уравнений. После их определения соотношение (43) принимает вид

$$\Theta(\xi, Fo) = (1 - \xi / q_1)^2. \quad (44)$$

Интеграл теплового баланса в данном случае имеет вид

$$\int_0^{q_1} \frac{\partial \Theta(\xi, Fo)}{\partial Fo} d\xi = \int_0^{q_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[e^{-v\xi} \frac{\partial \Theta(\xi, Fo)}{\partial \xi} \right] d\xi. \quad (45)$$

Подставляя (44) в (45), после вычисления интегралов находим

$$q_1 dq_1 = 6 \exp(-v) dFo. \quad (46)$$

Интегрируя уравнение (46), при начальном условии $q_1(0) = 0$ получаем

$$q_1(Fo) = 2\sqrt{3Fo \exp v} / \exp v. \quad (47)$$

Положив в (47) $q_1(Fo_1) = 1$, находим время достижения фронтом температурного возмущения координаты $\xi = 1$ $Fo_1 = 0,22652$ (при $v = 1$).

Соотношение (44) с учетом (47) представляет решение задачи (37), (39), (41), (42) в первом приближении. Результаты расчетов по формуле (44) (при $\nu = 0$) в сравнении с точным решением [17] приведены на рис. 4. Их анализ позволяет заключить, что в диапазоне $10^{-12} \leq Fo \leq 0,05$ расхождение с точным решением составляет 8 %.

Для повышения точности необходимо увеличить число членов ряда (43), неизвестные коэффициенты которого находятся из основных (39), (41), (42) и дополнительных граничных условий, определяемых с использованием заданных граничных условий (39), (41), (42) и уравнения (37). Отметим, что в каждом последующем приближении вводятся три новых дополнительных граничных условия [11–15]. Формулы для их получения во втором приближении имеют вид

$$-\nu \frac{\partial \Theta(0, Fo)}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \Theta(0, Fo)}{\partial \xi^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 \Theta(q_1, Fo)}{\partial \xi^2} = 0; \quad \frac{\partial^3 \Theta(q_1, Fo)}{\partial \xi^3} = 0. \quad (48)$$

Дополнительные граничные условия находятся в таком виде, чтобы их выполнение искомым решением было эквивалентно выполнению уравнения (37) в граничной точке $\xi = 0$ и на фронте температурного возмущения $\xi = q_1(Fo)$.

Используя основные (39), (41), (42) и дополнительные (48) граничные условия, можно найти шесть неизвестных коэффициентов $a_k(q_1)$, ($k = \overline{0, 5}$) ряда (43), для определения которых будем иметь цепочную систему шести алгебраических линейных уравнений. После определения из решения этой системы $a_k(q_1)$, ($k = \overline{0, 5}$) соотношение (43) принимает вид

$$\begin{aligned} \partial \Theta(\xi, Fo) = 1 - \frac{1}{\nu q_1 + 8} \left[20 \frac{\xi}{q_1} + 10\nu \frac{\xi^2}{q_1^2} - 20(\nu q_1 + 2) \frac{\xi^3}{q_1^3} + \right. \\ \left. + 5(3\nu q_1 + 8) \frac{\xi^4}{q_1^4} - 4(\nu q_1 + 8) \frac{\xi^5}{q_1^5} \right]. \end{aligned} \quad (49)$$

Подставляя (49) в интеграл теплового баланса (45), относительно неизвестной функции $q_1(Fo)$ получаем следующее нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$q_1(\nu^2 q_1^2 + 16\nu q_1 + 48) dq_1 = 60(\nu q_1 + 8) e^{-\nu Fo} dFo. \quad (50)$$

Интегрируя уравнение (50), находим

$$\frac{1}{9} \nu q_1^3 + \frac{4}{3} q_1^2 + \frac{16}{3\nu} q_1 + \frac{128}{3\nu^2} \ln(q_1 + \frac{8}{\nu}) = 20e^{-\nu Fo} + C, \quad (51)$$

где C – постоянная интегрирования, определяемая из условия $q_1(0) = 0$. Отсюда $C = 128 \ln(8/\nu) / (3\nu^2)$.

Положив в (51) $q_1(Fo_1) = 1$, находим время окончания первой стадии процесса во втором приближении $Fo_1 = 0,05$ (при $\nu = 0$). Конкретные значения $q_1(Fo_1)$, найденные из соотношения (51), для $\nu = 0$ приведены в таблице:

Fo	0,05	0,0247	0,0124	0,0045	0,0019	0,0007	0,00011	$5 \cdot 10^{-6}$
$q_1(Fo_1)$	1	0,7	0,5	0,3	0,2	0,1	0,05	0,01

Результаты расчетов перемещения фронта температурного возмущения по координате ξ во времени Fo позволяют заключить, что с увеличением числа приближений величина времени Fo_1 , при которой фронт температурного возмущения достигает координаты $\xi = 1$, уменьшается. И в пределе при $n \rightarrow \infty$ $Fo_1 \rightarrow 0$. Этот результат находится в полном соответствии с гипотезой о бесконечной скорости распространения теплоты, лежащей в основе вывода параболического уравнения (37). И, в частности, для задачи с постоянными физическими свойствами среды было показано, что величина Fo_1 уменьшается от значения $Fo_1 = 0,0833$ в первом приближении до значения $Fo_1 = 0,00784$ в четырнадцатом приближении.

Соотношения (49), (51) представляют решение задачи (37), (39), (41), (42) во втором приближении. Результаты расчетов безразмерной температуры по формуле (49) отличаются от результатов, полученных численным методом прогонки (в диапазоне чисел Фурье $0,01 \leq Fo \leq 0,005$), не более чем на 1,5 % (при $\nu = 0,01$).

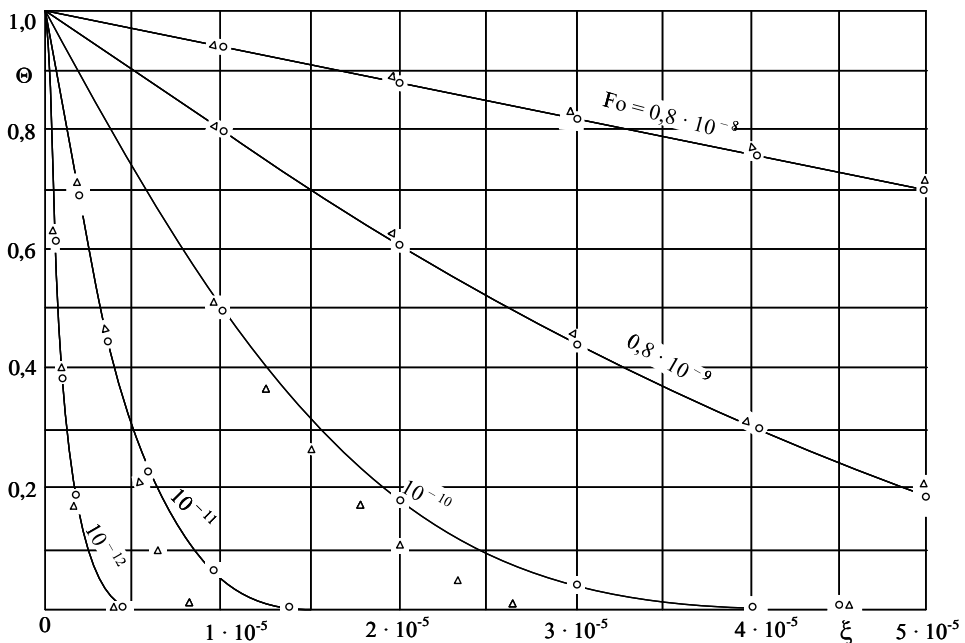


Рис. 4. Распределение температуры в пластине ($\nu = 0$):

Δ – первое приближение первой стадии; \circ – 14 – е приближение первой стадии;
 ————— – точное решение

Если положить $\nu = 0$, то будем иметь задачу теплопроводности с постоянными физическими свойствами, решение которой можно сравнить с известным точным аналитическим решением. И, в частности, при $\nu = 0$ было получено решение задачи в первом, втором, пятом, седьмом и четырнадцатом приближениях. Из их анализа следует, что в диапазоне числа Фурье $5 \cdot 10^{-12} \leq Fo \leq Fo_1$ значения полученных по формуле (41) температур отличаются от точных их значений

в зависимости от числа приближений. И, в частности, в первом приближении – на 8 %, во втором – на 3 %, в седьмом – на 1,5 % и в четырнадцатом – на 0,1 % (см. рис. 4). Отметим, что при необходимости число приближений можно увеличить и, следовательно, имеется возможность получения решений практически с заданной степенью точности, причем без каких-либо ограничений на величину числа Фурье в области его малых и сверхмалых значений.

Отметим, что при использовании точных аналитических решений в форме бесконечных рядов, полученных классическими методами, для обеспечения их сходимости при малых значениях числа Фурье необходимо использовать большое число приближений. Например, в диапазоне чисел $10^{-9} \leq Fo \leq 10^{-12}$ необходимо использовать от 5000 до 500000 членов ряда точного решения.

Выводы

На основе использования дополнительных искомым функций и дополнительных граничных условий в интегральном методе теплового баланса получены приближенные аналитические решения задачи теплопроводности для бесконечной пластины с переменными физическими свойствами среды. Сочетание двух моделей теплопроводности – с конечной и бесконечной скоростью распространения теплоты – позволило в достаточно простом виде получить аналитические решения во всем диапазоне времени нестационарного процесса практически с заданной степенью точности, включая малые и сверхмалые его значения.

1. Дополнительной искомой функцией в модели с конечной скоростью распространения теплоты является фронт температурного возмущения, а в модели с бесконечной скоростью – функция, характеризующая изменение температуры в центре пластины. Использование дополнительных искомым функций позволяет в обеих моделях сводить решение исходного уравнения в частных производных к интегрированию обыкновенного дифференциального уравнения, что приводит к существенному упрощению процессов получения решений и окончательных формул для них.

2. Дополнительные граничные условия в обеих моделях находятся в таком виде, чтобы их выполнение искомым решением было эквивалентно выполнению исходного дифференциального уравнения в граничных точках. Показано, что выполнение уравнения в граничных точках приводит к его выполнению и внутри области с точностью, зависящей от числа приближений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
2. *Карташов Э.М.* Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 2001. – 550 с.
3. *Канторович Л.В., Крылов В.И.* Приближенные методы высшего анализа. – Л.: Физматгиз, 1962. – 708 с.
4. *Цой П.В.* Системные методы расчета краевых задач тепломассопереноса. – М.: Издательство МЭИ, 2005. – 567 с.
5. *Лыков А.В.* Методы решения нелинейных уравнений нестационарной теплопроводности // Энергетика и транспорт. – 1970. – № 5. – С. 109–150.
6. *Гудмен Т.* Применение интегральных методов в нелинейных задачах нестационарного теплообмена // Проблемы теплообмена: Сб. науч. трудов. – М.: Атомиздат, 1967. – С. 41–96.
7. *Био М.* Вариационные принципы в теории теплообмена. – М.: Энергия, 1975.
8. *Вейник А.И.* Приближенный расчет процессов теплопроводности. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1959. – 184 с.
9. *Глазунов Ю.Т.* Вариационные методы. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006.
10. *Беляев Н.М., Рядно А.А.* Методы нестационарной теплопроводности. – М.: Высшая школа,

1978. – 327 с.
11. Кудинов В.А., Кудинов И.В., Скворцова М.П. Обобщенные функции и дополнительные граничные условия в задачах теплопроводности для многослойных тел // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2015. – Т.55. – № 4. – С. 129–140.
 12. Кудинов В.А., Кудинов И.В. Аналитические решения параболических и гиперболических уравнений тепломассопереноса. – М.: Инфра-М, 2013. – 280 с.
 13. Кудинов В.А., Стефанюк Е.В. Аналитический метод решения задач теплопроводности на основе введения фронта температурного возмущения и дополнительных граничных условий // Инженерно-физический журнал. – 2009. – Т. 82. – № 3. – С. 540–558.
 14. Стефанюк Е.В., Кудинов В.А. Получение приближенных аналитических решений при расогласовании начальных и граничных условий в задачах теории теплопроводности // Изв. вузов. Математика. – 2010. – № 4. – С. 63–71.
 15. Кудинов В.А., Котова Е.В., Кузнецова А.Э., Кудинов И.В. Ортогональные методы в задачах теплопроводности с переменными физическими свойствами среды // Проблемы энергетики. – 2012. – № 11–12. – С. 49–59.
 16. Канторович Л.В. Об одном методе приближенного решения дифференциальных уравнений в частных производных // ДАН СССР. – 1934. – Т. 2. – № 2. – С. 532–534.
 17. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.

Статья поступила в редакцию 6 июня 2017 г.

METHOD OF ADDITIONAL REQUIRED FUNCTIONS IN TASKS OF HEAT CONDUCTION WITH VARIABLE PHYSICAL PROPERTIES OF THE ENVIRONMENT

M.P. Skvortsova, I.V. Kudinov, R.M. Klebleev, T.E. Gavrilova, V.A. Rodionov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Using additional required functions and additional boundary conditions in an integral method of a heat balance, high-precision approximate analytical solutions of the task of heat conduction for the infinite plate with variable physical properties of the environment in case of the symmetric boundary conditions of the first kind are received. For finding of the decision into areas $0,05 \leq Fo < \infty$ the additional required function characterizing change of temperature in center of a plate which in view of the infinite speed of distribution of the warmth put in the parabolic equation of heat conduction begins to change right after application of a boundary condition of the first kind is entered. Therefore, the range of its change includes all range of time of nonstationary process and all range of change of temperature. For obtaining the decision in case of small and midjet values of time the model with a final speed of distribution of warmth based on determination of the front of temperature perturbation and additional boundary conditions is used. The combination of these two models (with the infinite and a final speed warmth distribution) allowed to gain rather simple look approximate analytical solutions of the complex non-linear challenge (with nonlinearity of the second kind) in all range of time of nonstationary process, practically with the given accuracy rating. Reviewing in both models of additional required functions allows to consolidate the solution of partial equations to integration of ordinary differential equations.

Keywords: *nonstationary heat conduction, variable physical properties of the environment, final and infinite speed of distribution of warmth, integral method of a heat balance, additional required functions, additional boundary conditions.*

*Marina P. Skvortsova, Assistant.
Igor V. Kudinov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Ruslan M. Klebleev, Graduate Student.
Tatiana E. Gavrilova, Postgraduate Student.
Vladimir A. Rodionov, Associate Professor.*

УДК 536.21

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЦИКЛИЧЕСКОГО КОНТАКТНОГО ТЕПЛООБМЕНА ДЛЯ СИСТЕМЫ ДВУХ ПЛОСКИХ ТЕЛ ПРИ ИНИЦИИРОВАННИИ ТЕПЛОТЫ ДЕФОРМАЦИИ

В.В. Стулин

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: stulinvv@mail.ru

С помощью интегрального преобразования Лапласа получены аналитические решения ряда циклических тепловых задач для плоских тел, включая задачу контактного теплообмена для системы двух бесконечных пластин с термическим сопротивлением в зоне контакта при различных условиях внешнего теплообмена. Для квазиустановившейся стадии процесса решение получено методом сопряжения в форме системы двух интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Решение учитывает циклическое иницирование теплообразующего источника пластического деформирования одной из пластин, при этом использованы два аналитических подхода: метод последовательных допущений (учитывает специальные условия теплообмена отдельных элементов контактной системы в произвольном цикле) и метод сопряжения (учитывает необходимые условия для образования системы интегральных уравнений).

Ключевые слова: *нестационарная теплопроводность, контактный теплообмен, бесконечная пластина, интегральное уравнение, теплообразующий источник, переменные во времени начальные и граничные условия, бесконечная скорость распространения теплоты, точное аналитическое решение, временные параметры циклического теплообмена, квазиустановившаяся стадия, термическое сопротивление, деформация.*

Вопросы управления и оптимизации большой группы процессов технологической теплофизики (это прежде всего процессы горячей обработки металлов давлением) связаны с необходимостью решения тепловых задач циклического контактного теплообмена (ЦКТ) с чередующимися краевыми условиями $(IV \vec{\leftarrow} II)$ (или $(IV \vec{\leftarrow} III)$, $(IV \vec{\leftarrow} I)$) рода на контактной поверхности. Обычно задачи такого класса решаются на основе редукции, а это неизбежно приводит к схематизации контактных систем разобщенными (одноэлементными) моделями с однородными граничными условиями II или I рода, при этом автоматически возникают и во многом остаются открытыми вопросы выбора мощности и точности задания разнородных и одновременно действующих тепловых источников (определение которых требует решения обратных тепловых задач) как в зонах контактирования объектов, так и в зонах их пространственной аккумуляции. К последним следует прежде всего отнести тепловые потоки q_v от трения тел по контактной поверхности, тепловые потоки q_w от пластического формоизменения отдельных элементов контактной системы и тепловые потоки q_f от началь-

ного теплосодержания элементов. С позиций временной схематизации и циклического характера реальных теплоконтактных систем в математической модели циклическое температурное воздействие можно представить состоящим из непрерывной последовательности следующих друг за другом единичных циклов контактирования (m – номер произвольного цикла), каждый цикл включает контактный период длительностью τ_c и неконтактный длительностью τ_r (длительность цикла $\tau^+ = \tau_c + \tau_r$). Контактный период характеризуется возникновением пограничного термического слоя, который фактически неизвестен и поэтому формально выражается через некоторый условный коэффициент теплообмена α^Σ (термическое сопротивление пограничного слоя $\rho = 1/\alpha^\Sigma$, а его толщина $L(\rho)$). Именно это обстоятельство приводит в дальнейшем к некоторым особенностям математической постановки тепловой задачи и ее решения для неустановившейся (переходной) стадии ЦКТ.

Наиболее важной с практической точки зрения является квазиустановившаяся стадия процесса ($m \rightarrow \infty$), когда достигаются предельно допустимые эксплуатационные температуры технических объектов, поэтому ниже применяются два возможных аналитических подхода определения указанных температур, причем первый из них учитывает некоторые специальные условия (последовательные допущения для разобранной теплоконтактной системы), а второй – условия теплового сопряжения элементов контактной системы [1]. Каждый из подходов может быть реализован как для одного теплоисточника, так и для их совокупности, но в последнем случае математические выкладки и итоговые решения становятся весьма громоздкими. Поэтому ниже при решении задачи ЦКТ учитывается только теплоисточник пластической деформации q_w одного элемента контактной системы (металлозаготовки, при этом соответствующим величинам приписывается индекс w). С целью наглядности и возможности последующего численного анализа решена задача циклического контактирования двух плоских объектов (пластины конечных размеров l_1 для металлозаготовки и l_2 для инструмента), имеющих одну плоскость контактирования ($x = 0$) в принятой системе координат одномерной теплопередачи, при этом в математической постановке циклической краевой задачи учитывается следующее: толщина пограничного термического слоя равна нулю, температура окружающей среды $T_0 = 0$, $q_w \neq 0$, $q_v = 0$, $q_f = 0$ (физико-технологическое обоснование принятых допущений дано по тексту ниже приведенной формулировки задачи ЦКТ для неустановившейся стадии процесса ($m = const$)):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - a_i \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) T_{wi}^{(m)}(x, t) = \frac{\delta_{1i} q_w}{c_i \gamma_i} \sum_{k=1}^m \left\{ \eta [t - (k-1)\tau^+] - \eta (t - k\tau^+ + \tau_r) \right\}, \quad (1)$$

$$(i = 1, 2), \quad t > 0, \quad m \in \mathbb{N},$$

где T – температура, К;

x – координата, м;

t – время, с;

c – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К);

γ – плотность материала, кг/м³;

q_w – объемная плотность источника теплоты, Вт/м³;

a – коэффициент температуропроводности, м²/с;

λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);

δ_{li} – символ Кронекера;

$\eta(t - \tau)$ – функция Хевисайда с параметром запаздывания τ . Индекс 1 добавляется ко всем величинам, относящимся к заготовке, а индекс 2 – к инструменту.

Граничные условия для контактной системы:

– при $x = l_2$

$$\frac{\partial T_{w2}^{(m)}(x, t)}{\partial x} + H_2 T_{w2}^{(m)}(x, t) = 0, \quad t > 0; \quad (2)$$

– при $x = -l_1$

$$\frac{\partial T_{w1}^{(m)}(x, t)}{\partial x} = 0, \quad t > 0; \quad (3)$$

– при $x = 0$

$$K_\lambda \frac{\partial T_{w1}^{(m)}(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial T_{w2}^{(m)}(x, t)}{\partial x} = H_2^\Sigma [T_{w2}^{(m)}(x, t) - T_{w1}^{(m)}(x, t)], \quad (4)$$

$$t \in [\tau^+(m-1), \tau^+(m-1) + \tau_c]$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_{w1}^{(m)}(x, t)}{\partial x} + \alpha_1' T_{w1}^{(m)}(x, t) = 0, \quad t \in [\tau_c + \tau^+(m-1), \tau^+ m]; \quad (5)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_{w2}^{(m)}(x, t)}{\partial x} - \alpha_2' T_{w2}^{(m)}(x, t) = 0, \quad t \in [\tau_c + \tau^+(m-1), \tau^+ m] \quad (6)$$

Начальные условия:

$$T_{w1}^{(m)}(x, t) = 0, \quad t \in (m-1)\tau^+, \quad m \in \mathbb{N}. \quad (7)$$

$$T_{w2}^{(1)}(x, t) = 0 \text{ при } t = 0; \quad T_{w2}^{(m)}(x, t) = T_{w2}^{(m-1)}(x, t), \quad t \in (m-1)\tau^+, \quad m \geq 2. \quad (8)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$H_2 = \frac{\alpha_2}{\lambda_2}, \quad K_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \quad H_2^\Sigma = \frac{\alpha^\Sigma}{\lambda_2},$$

α_1' и α_2' – коэффициенты теплообмена на контактной поверхности пластин на стадии их охлаждения $t \in (\tau_c, \tau^+)$ по закону Ньютона.

Постановка задачи вида (1)–(8) – это условно-обобщенная постановка задачи ЦКТ двух плоских тел до выхода на квазиустановившуюся стадию процесса.

Граничное условие (4) – это символическое двойное равенство, которое в компактной форме записи представляет, как и в [1], наиболее реальный характер единичного теплосвязного взаимодействия двух пластин. Фактически определяющими этот процесс являются условно задаваемые (в технологически обоснованных пределах) величины ρ , α^Σ и $L(\rho)$:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_{w1}^{(m)}(x, t)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T_{w2}^{(m)}(x, t)}{\partial x}, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_{w1}^{(m)}(x, t)}{\partial x} = \alpha^\Sigma [T_{w2}^{(m)}(x, t) - T_{w1}^{(m)}(x, t)],$$

$$T_{w1}^{(m)}(0, t) \neq T_{w2}^{(m)}(0, t), \quad L(\rho) = 0, \quad t \in [\tau^+(m-1), \tau^+(m-1) + \tau_c]$$

Сказанное выше относительно двойного равенства тепловых потоков автоматически означает, что в зоне контакта по температуре наблюдается скачок

(размах которого зависит от α^{Σ}). Это обусловлено наличием пограничного термического сопротивления нулевой толщины, а по условиям сложного реального технологического контактного взаимодействия термическое сопротивление зависит от номера цикла $\rho(m) = 1/\alpha^{\Sigma}(m)$. Таким образом, для переходного циклического теплового процесса задача решается только методом постадийных решений (расчетов), который трудоемок и малоэффективен. Кроме того, согласно (5) и (6) дополнительно изменяются начальные и граничные условия в пределах цикла и при переходе от цикла к циклу ($m = var$). При такой последовательности решения задачи выполняются все граничные условия: для контактного периода выполняются условия (2), (3) и двойное равенство тепловых потоков (4), явный теплофизический вид которого при именованных физических константах получается после умножения всех его составляющих выражений на λ_2 ; для неконтактного периода условие (4) не функционирует и остаются условия (2), (3), (5), (6).

Более наглядная параметрическая зависимость условий контактного взаимодействия (4) от $\rho(m)$ имеет вид

$$T_{w2}^{(m)}(x,t) - T_{w1}^{(m)}(x,t) = \rho(m)\lambda_2 \frac{\partial T_{w2}^{(m)}(x,t)}{\partial x}, \lambda_1 \frac{\partial T_{w1}^{(m)}(x,t)}{\partial x} = \left(\frac{1}{1 + \rho(m)} \right) \lambda_2 \frac{\partial T_{w2}^{(m)}(x,t)}{\partial x},$$

где при $\rho(m) = 0$ оба условия определяют идеальный тепловой контакт между пластинами; при $\rho(m) > 0$ первое условие характеризует величину разрыва температур на контактирующих поверхностях пластин, а второе – степень изменения интенсивности тепловых потоков в пластинах на границе $x = 0$, которая инициирует указанный выше температурный разрыв.

Стойкость горячих штампов зависит от многочисленных факторов: химический состав стали заготовки и инструмента, термообработка материала инструмента, температура начала и конца штамповки, особенность протекания адгезионных процессов, диффузионные и структурно-фазовые явления (протекают в пограничных объемах заготовки и штампа в процессе их нагружения), температурно-силовые параметры нагружения, временные характеристики штамповки, скорость деформирования заготовки, ограниченность и вариабельность заготовки по размерам, размеры и структура контактного пограничного слоя и другие эксплуатационные факторы [7–16]. Например, в монографиях [12–14, 16] отмечено около 100 влияющих факторов. Экспериментально установлена взаимная обусловленность и взаимозависимость отдельных факторов, определяющих стойкость инструмента. Особую сложность для исследований представляет статический характер износа штампов, который обусловлен стохастическим характером реальных процессов горячей штамповки, когда большое количество случайных факторов одновременно влияет на протекание процесса.

Многолетние экспериментальные исследования большой группы ученых убедительно показали [7–16], что из всего многообразия экспериментально изученных факторов особое место занимает температура окружающей среды как фактор малозначимый. Изменения внешней среды (температура производственных помещений) практически не влияют на стойкость инструмента, что обусловлено следующим: 1) влияние изменений внешней среды на режим штамповки существенно только в условиях проточного водяного охлаждения поверхности $x = l_2$, но этот фактор учитывается изменением влияния коэффициента теплооб-

мена α_2 ; 2) в пользу такого допущения свидетельствует и необходимость обеспечения условий изотермического деформирования заготовки, что достигается специальной теплоизоляционной смазкой гравюры и ее предварительной механической обработкой с целью получения соответствующего микрорельефа поверхности и увеличения пограничного термического сопротивления ρ , которое, как показывают многочисленные эксперименты по термопарированию приграничных зон гравюры, сильно влияет на температурный режим инструмента (всегда $\rho > 0$, идеальный контакт недопустим по соображениям получения качественной поковки); 3) температурный режим процесса при нулевом значении обсуждаемого фактора иногда реально существует, но в силу стохастического взаимодействия и взаимной обусловленности остальных, более значимых реальных факторов сложного технологического процесса горячей штамповки сохраняются все показатели качества поковки и стойкости инструмента, закономерности и особенности реального циклического процесса; 4) кратковременность ЦКТ, когда $\tau_c \leq 1$ с и в более глубоких точках инструмента влияние теплового источника q_w практически не сказывается (зона термического влияния составляет малую величину $x \leq 2$ мм).

Учет отмеченных выше факторов существенно упрощает постановку различных циклических задач, сами аналитические решения и их многофакторный критериальный анализ, одновременно расширяются возможности разработки и применения различных методов электромоделирования и компьютерного моделирования ЦКТ, специальных экспериментально-аналитических методов восстановления тепловых потоков и температурных распределений в инструменте на основе применения корреляционно-регрессионного анализа и общей методологии решения обратных задач теплопроводности [1–4, 7, 12, 15].

Для решения краевой задачи ЦКТ в постановке (1)–(8) для квазиустановившейся стадии применим метод сопряжения [1], состоящий из трех этапов. На первом этапе решается тепловая задача одностороннего контакта металлозаготовки и инструмента, на втором – самостоятельная тепловая задача отдельно для инструмента, рассматриваемого как независимый в тепловом отношении объект контактной системы. На третьем этапе соответствующие решения, полученные на двух предыдущих этапах, используются для составления системы дуальных интегральных уравнений, в неявной форме представляющей итоговое аналитическое решение задачи ЦКТ с чередующимися краевыми условиями и циклическим теплоисточником q_w . Сообразно общей схеме решения циклических контактных задач по методу сопряжения ниже приводится математическая формулировка краевой задачи одностороннего контакта (первый этап решения):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - a_i \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) T_{wi}^{(m)}(x, t_c) = \frac{\delta_{li} q_w}{c_i \gamma_i} \quad (i = 1, 2), \quad t_c > 0. \quad (9)$$

Граничные условия:

– при $x = l_2$

$$\frac{\partial T_{w2}^{(m)}(x, t_c)}{\partial x} + H_2 T_{w2}^{(m)}(x, t_c) = 0, \quad t_c > 0; \quad (10)$$

– при $x = -l_1$

$$\frac{\partial T_{w1}^{(m)}(x, t_c)}{\partial x} = 0, \quad t_c > 0; \quad (11)$$

– при $x = 0$

$$K_\lambda \frac{\partial T_{w1}^{(m)}(x, t_c)}{\partial x} = \frac{\partial T_{w2}^{(m)}(x, t_c)}{\partial x} = H_2^\Sigma [T_{w2}^{(m)}(x, t_c) - T_{w1}^{(m)}(x, t_c)], \quad t \in [0, \tau_c] \quad (12)$$

Начальные условия:

$$T_{w1}^{(m)}(x, t_c) = 0; \quad T_{w2}^{(m)}(x, t_c) = f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\min}, \quad t_c = 0. \quad (13)$$

Интегрирование системы (9)–(13) выполнено с помощью интегрального преобразования Лапласа [4–6] аналогично тому, как это сделано в [1]; при решении сформулированной выше одноразовой контактной задачи использовалось равенство тепловых потоков металлозаготовки и штампа в зоне контакта. После интегрирования системы получены искомые температурные решения-оригиналы $T_{w1}^{(m)}(x, t_c)$ и $T_{w2}^{(m)}(x, t_c)$.

Для металлозаготовки:

$$\begin{aligned} T_{w1}^{(m)}(x, t_c) = & \frac{a_1 l_1 l_2 q_w}{2a_2 \lambda_1 Bi_1 Bi_2} \left[2H^* Bi_2^\Sigma (1 + Bi_2) + H^* Bi_2 (2 + Bi_1^\Sigma) + \frac{Bi_1^\Sigma}{H^*} (2 + Bi_2) \right] - \\ & - \frac{a_1 l_2^2 q_w}{2a_2 \lambda_1} \left[K_a \left(1 + \frac{2}{Bi_2} \right) + \frac{(l_1 + x)^2}{l_2^2} \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \psi_{wc}^{-1}(\varphi_{nc}) \left\{ \frac{Bi_1^\Sigma}{\varphi_{nc}} \left(\frac{l_1^4 q_w}{a_1 \lambda_1 \varphi_{nc}^4} \right) \cdot \right. \\ & \cdot \left(\sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} - \frac{Bi_2 H^*}{\varphi_{nc}} \cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \right) + \frac{Bi_1^\Sigma H^*}{\varphi_{nc}^2} \int_0^{l_2} f_{w2}^{(m)}(\xi)_{\min} \cdot \left[\frac{l_2}{a_2} \cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(1 - \frac{\xi}{l_2} \right) + \right. \\ & \left. \left. + \frac{Bi_2 H^* l_2}{a_2 \varphi_{nc}} \sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(1 - \frac{\xi}{l_2} \right) \right] d\xi \right\} \cos \varphi_{nc} \left(1 + \frac{x}{l_1} \right) \exp \left(- \frac{\varphi_{nc}^2}{(H^*)^2} Fo_2 \right). \quad (14) \end{aligned}$$

Для штампа:

$$\begin{aligned} T_{w2}^{(m)}(x, t_c) = & \frac{l_1 q_w}{\alpha_2} \left[1 + Bi_2 \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \psi_{wc}^{-1}(\varphi_{nc}) \left\{ \frac{l_1^4 q_w H^* Bi_2^\Sigma}{a_1 \lambda_1 \varphi_{nc}^5} \cdot \right. \\ & \cdot \sin \varphi_{nc} \left[\cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) + \frac{Bi_2 H^*}{\varphi_{nc}} \sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) \right] + \\ & + \frac{H^*}{\varphi_{nc}} \left(\sin \varphi_{nc} - \frac{Bi_1^\Sigma}{\varphi_{nc}} \cos \varphi_{nc} + \frac{Bi_1^\Sigma}{\varphi_{nc}} K_\varepsilon \sin \varphi_{nc} \cdot \sin \frac{\varphi_{nc} x}{H^* l_2} \right) \cdot \\ & \cdot \int_0^{l_2} f_{w2}^{(m)}(\xi)_{\min} \cdot \left[\frac{l_2}{a_2} \cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(1 - \frac{\xi}{l_2} \right) + \frac{Bi_2 H^* l_2}{a_2 \varphi_{nc}} \sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(1 - \frac{\xi}{l_2} \right) \right] d\xi \left\} \cdot \right. \\ & \cdot \exp \left(- \frac{\varphi_{nc}^2}{(H^*)^2} Fo_2 \right) + \frac{1}{\sqrt{\pi a_2 t_c}} \int_0^x f_{w2}^{(m)}(\xi)_{\min} \cdot \exp \left[- \frac{(x - \xi)^2}{4a_2 t_c} \right] d\xi. \quad (15) \end{aligned}$$

В полученных аналитических решениях приняты обозначения:

$$\begin{aligned} \psi_{wc}(\varphi_{nc}) = & -\frac{l_1^2}{2a_1\varphi_{nc}^2} \left\langle \frac{H^* Bi_2^\Sigma}{\varphi_{nc}} \left\{ \left(\cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} + \frac{H^* Bi_2}{\varphi_{nc}} \sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \right) \cdot \right. \right. \\ & \cdot (\sin \varphi_{nc} + \varphi_{nc} \cos \varphi_{nc}) + \sin \varphi_{nc} \left[Bi_2 \cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} - \sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(\frac{\varphi_{nc}}{H^*} + \frac{Bi_2 H^*}{\varphi_{nc}} \right) \right] \left. \right\rangle + \\ & + \left[\sin \varphi_{nc} (1 + Bi_1^\Sigma) + \varphi_{nc} \cos \varphi_{nc} \left(\frac{Bi_2 H^*}{\varphi_{nc}} \cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} - \sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \right) + \right. \\ & \left. + \left(\frac{Bi_1^\Sigma}{\varphi_{nc}} \cos \varphi_{nc} - \sin \varphi_{nc} \right) \left[\sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} (1 + Bi_2) + \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \right] \right\rangle, \quad (16) \end{aligned}$$

$Fo_2 = \frac{a_2}{l_2^2} t$ – критерий Фурье;

$Bi_1^\Sigma = \frac{\alpha^\Sigma}{\lambda_1} l_1$, $Bi_2^\Sigma = \frac{\alpha^\Sigma}{\lambda_2} l_2$, $Bi_2 = \frac{\alpha_2}{\lambda_2} l_2$ – критерии Био;

$K_l = \frac{l_1}{l_2}$, $K_a = \frac{a_1}{a_2}$ – безразмерные параметры;

$H^* = \frac{K_l}{\sqrt{K_a}} = \frac{l_1}{l_2} \sqrt{\frac{a_2}{a_1}}$ – безразмерный критерий, характеризующий темп

перестройки температурной обстановки в пластине 2 по отношению к пластине 1.

Корни φ_{nc} задаются трансцендентным уравнением

$$\begin{aligned} Bi_1^\Sigma \sin \varphi_{nc} \left(\varphi_{nc} \cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} + Bi_2 H^* \sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \right) - \left(Bi_1^\Sigma \cos \varphi_{nc} \sin \varphi_{nc} \right) \cdot \\ \cdot \left(Bi_2 \cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} - \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \right) = 0. \quad (17) \end{aligned}$$

Преобразуем температурное решение (15) контактной задачи к интегральному виду ($m \rightarrow \infty$):

$$\begin{aligned} T_{w2}^{(\infty)}(x, t_c) = & \frac{l_1 q_w}{\alpha_2} \left[1 + Bi_2 \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) \right] + \int_0^{l_2} f_{w2}^{(\infty)}(\xi)_{\min} K_{wc}(x, \xi, Fo_2) d\xi + \\ & + \frac{1}{\sqrt{\pi a_2 t_c}} \int_0^x f_{w2}^{(\infty)}(\xi)_{\min} \cdot \exp \left[-\frac{(x-\xi)^2}{4a_2 t_c} \right] d\xi, \quad (18) \end{aligned}$$

где явный вид функции K_{wc} определяется из (15) в виде соответствующего функционального ряда

$$K_{wc}(x, \xi, Fo_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_{wc}^{-1}(\varphi_{nc}) \left\{ \frac{l_1^4 q_w H^* Bi_2^\Sigma}{a_1 \lambda_1 \varphi_{nc}^5} \right\}.$$

$$\begin{aligned} & \cdot \sin \varphi_{nc} \left[\cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) + \frac{Bi_2 H^*}{\varphi_{nc}} \sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) \right] + \\ & + \frac{H^*}{\varphi_{nc}} \left(\sin \varphi_{nc} - \frac{Bi_1^\Sigma}{\varphi_{nc}} \cos \varphi_{nc} + \frac{Bi_1^\Sigma}{\varphi_{nc}} K_\varepsilon \sin \varphi_{nc} \cdot \sin \frac{\varphi_{nc} x}{H^* l_2} \right) \cdot \\ & \cdot \left[\frac{l_2}{a_2} \cos \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(1 - \frac{\xi}{l_2} \right) + \frac{Bi_2 H^* l_2}{a_2 \varphi_{nc}} \sin \frac{\varphi_{nc}}{H^*} \left(1 - \frac{\xi}{l_2} \right) \right] \left\} \exp \left(- \frac{\varphi_{nc}^2}{(H^*)^2} Fo_2 \right). \quad (19) \end{aligned}$$

На втором этапе решения рассматривается вспомогательная тепловая задача, идентичная краевой задаче для пластины 2 при действии теплообразующего источника $q_v \neq 0$ [1]. Сообразно рассмотрим случай естественного (конвективно-го) охлаждения пластины с произвольной начальной температурой $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\max}$ в окружающую среду через обе ограничивающие поверхности ($x=0, x=l_2$) по закону Ньютона.

Обозначенная задача имеет постановку

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - a_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) T_{w2}^{(\infty)}(x, t_r) = 0, \quad t_r \in [0, \tau_r], \quad x \in [0, l_2], \quad (20)$$

граничные условия

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - H_2' \right) T_{w2}^{(\infty)}(x, t_r) = 0 \quad \text{при } x = 0, \quad (21)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + H_2 \right) T_{w2}^{(\infty)}(x, t_r) = 0 \quad \text{при } x = l_2, \quad (22)$$

начальное условие

$$T_{w2}^{(\infty)}(x, t_r) = f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\max} \quad \text{при } t_r = 0, \quad (23)$$

где $H_2 = \frac{\alpha_2}{\lambda_2}$, $H_2' = \frac{\alpha_2'}{\lambda_2}$ – относительные коэффициенты теплообмена.

Решение задачи после стандартных преобразований Лапласа [4–6] и математических выкладок запишется так:

$$\begin{aligned} T_{w2}^{(\infty)}(x, t_r) = & \sum_{n=1}^{\infty} \psi_{wr}^{-1}(u_{nr}) \left\{ \left(\sin \frac{u_{nr} x}{l_2} + \frac{u_{nr}}{Bi_2'} \cos \frac{u_{nr} x}{l_2} \right) \times \right. \\ & \times \int_0^{l_2} f_{w2}^{(\infty)}(\xi)_{\max} \left[\frac{l_2}{a_2 u_{nr}} \sin u_{nr} \left(1 - \frac{\xi}{l_2} \right) + \frac{l_2}{a_2 Bi_2'} \cos u_{nr} \left(1 - \frac{\xi}{l_2} \right) \right] d\xi \left\} \exp(-u_{nr}^2 Fo_2) + \\ & + \frac{1}{\sqrt{\pi a_2 t_r}} \int_0^x f_{w2}^{(\infty)}(\xi)_{\max} \cdot \exp \left(- \frac{(x-\xi)^2}{4a_2 t_r} \right) d\xi, \quad (24) \end{aligned}$$

где обозначено

$$\psi_{wr}(u_{nr}) = \left(-\frac{l_2^2}{2u_{nr}^2 a_2} \right) \left[\left(\frac{u_{nr}}{Bi_2} + \frac{u_{nr}}{Bi_2'} \right) \cos u_{nr} - u_{nr} \left(\frac{u_{nr}}{Bi_2} + \frac{u_{nr}}{Bi_2'} \right) \sin u_{nr} - \right. \\ \left. - \frac{2u_{nr}^2}{Bi_2 Bi_2'} \sin u_{nr} + \left(1 - \frac{u_{nr}^2}{Bi_2 Bi_2'} \right) u_{nr} \cos u_{nr} \right], \quad (25)$$

$$Bi_2' = H_2' l_2 = \frac{\alpha_2'}{\lambda_2} l_2, \quad Bi_2 = H_2 l_2 = \frac{\alpha_2}{\lambda_2} l_2 - \text{критерии Био.}$$

Суммирование ведется по всем корням u_{nr} трансцендентного уравнения

$$\sin u_{nr} \left(1 - \frac{u_{nr}^2}{Bi_2 Bi_2'} \right) + \cos u_{nr} \left(\frac{u_{nr}}{Bi_2} + \frac{u_{nr}}{Bi_2'} \right) = 0. \quad (26)$$

Запишем (24) в интегральной форме:

$$T_{w2}^{(\infty)}(x, t_r) = \int_0^{l_2} f_{w2}^{(\infty)}(\xi)_{\max} \cdot K_{wr}(x, \xi, Fo_2) d\xi + \\ + \frac{1}{\sqrt{\pi a_2 t_r}} \int_0^x f_{w2}^{(\infty)}(\xi)_{\max} \cdot \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4a_2 t_r}\right) d\xi, \quad (27)$$

где функция K_{wr} представляет соответствующий ряд из (24):

$$K_{wr}(x, \xi, Fo_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_{wr}^{-1}(u_{nr}) \left\{ \left(\sin \frac{u_{nr} x}{l_2} + \frac{u_{nr}}{Bi_2'} \cos \frac{u_{nr} x}{l_2} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{l_2}{a_2 u_{nr}} \sin u_{nr} \left(1 - \frac{\xi}{l_2} \right) + \frac{l_2}{a_2 Bi_2'} \cos u_{nr} \left(1 - \frac{\xi}{l_2} \right) \right] \right\} \exp(-u_{nr}^2 Fo_2). \quad (28)$$

На последнем, третьем этапе решения можно составить, воспользовавшись выражениями (18) и (27) и условиями метода сопряжения [1], систему дуальных интегральных уравнений относительно двух искомых температурных функций $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\min}$ и $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\max}$, определяющих квазиустановившуюся стадию процесса.

Решение (18) используется для момента времени $t_c = \tau_c$, и получаем максимальное температурное распределение в инструменте $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\max}$, функционально зависящее от температурного распределения $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\min}$. Аналогично решение (27) используется для момента времени $t_r = \tau_r$, и получаем минимальное температурное распределение в инструменте $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\min}$, функционально зависящее от температурного распределения $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\max}$. Обе эти функции объединяют два важных обстоятельства: они взаимозависимы в составе двух интегральных решений для одного элемента контактной системы (инструмента) и получены для квазиустановившейся стадии процесса, что позволяет их рассматривать как систему дуальных интегральных уравнений относительно двух искомых

температурных функций $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\min}$ и $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\max}$, математически определяющую квазиустановившуюся стадию процесса:

$$f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\max} = \frac{l_1 q_w}{\alpha_2} \left[1 + Bi_2 \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) \right] + \int_0^{l_2} f_{w2}^{(\infty)}(\xi)_{\min} \cdot K_{wc}(x, \xi, Fo_2(\tau_c)) d\xi + \frac{1}{\sqrt{\pi a_2 \tau_c}} \int_0^x f_{w2}^{(\infty)}(\xi)_{\min} \cdot \exp \left[-\frac{(x-\xi)^2}{4a_2 \tau_c} \right] d\xi, \quad (29)$$

$$f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\min} = \int_0^{l_2} f_{w2}^{(\infty)}(\xi)_{\max} \cdot K_{wr}(x, \xi, Fo_2(\tau_r)) d\xi + \frac{1}{\sqrt{\pi a_2 \tau_r}} \int_0^x f_{w2}^{(\infty)}(\xi)_{\max} \cdot \exp \left[-\frac{(x-\xi)^2}{4a_2 \tau_r} \right] d\xi. \quad (30)$$

Составленная сложная система интегральных уравнений (29)–(30) представляет систему интегральных уравнений Фредгольма второго рода (содержит фиксированные пределы интегрирования [17, 18]), именно эти уравнения и их системы встречаются наиболее часто при решении предельных задач математической физики. Общего метода решения сложных интегральных уравнений и их систем не существует, однако в некоторых специальных случаях полезны свои конкретно ориентированные решения и методы. Рассмотрим некоторые из них, наиболее приемлемые при исследовании широкого круга задач ЦКТ. Первый метод: наличие искоемых функций $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\min}$ и $f_{w2}^{(\infty)}(x)_{\max}$ вне знака интеграла в системе (29)–(30) дает естественную возможность применения метода последовательных приближений. Один из наиболее простых методов решения систем подобного типа – замена известных и неизвестных функций ступенчатыми функциями [1, 23] с последующим применением формул численного интегрирования и получением систем рекуррентных уравнений. Здесь основные трудности связаны с оценкой погрешности ступенчатой аппроксимации функций, составлением и последующей численной реализацией рекуррентных уравнений. Второй метод – экспериментально-аналитический: пусть по данным экспериментов получены температурные корреляционно-регрессионные зависимости для максимального $f_{w2}^{(3)}(x)_{\max}$ и минимального $f_{w2}^{(3)}(x)_{\min}$ распределения температур в специально выбранных точках поиска по толщине инструмента $x_i \in [0, l_2]$ ($i = 1, 2, \dots, k$; $x_1 \neq 0$). После подстановки $f_{w2}^{(3)}(x)_i \max$ в уравнение (30) получаем расчетные дискретные значения для функции $f_{w2}^{(p)}(x)_i \min$ и аналогично после подстановки $f_{w2}^{(3)}(x)_i \min$ в уравнение (29) получаем расчетные дискретные значения для функции $f_{w2}^{(p)}(x)_i \max$. Сопоставление по степени расхождения (качеству согласования) экспериментальных и расчетных функций выполняется по формулам

$$\frac{\max |f_{w2}^{(p)}(x)_i \min - f_{w2}^{(3)}(x)_i \min|}{0,01 \cdot f_{w2}^{(3)}(x)_i \min} \leq \delta_1, \% \quad \text{и} \quad \frac{\max |f_{w2}^{(p)}(x)_i \max - f_{w2}^{(3)}(x)_i \max|}{0,01 \cdot f_{w2}^{(3)}(x)_i \max} \leq \delta_2, \%$$

где числовые значения максимальных погрешностей δ_1 и δ_2 по имеющимся ре-

зультатам температурных исследований инструмента задаются предварительно, при этом возможен случай задания только одной погрешности для обеспечения необходимого качества согласования температурных распределений, но не исключаются достаточно обоснованные случаи $\delta_1 = \delta_2$ или $\delta_1 \neq \delta_2$. Этот подход не во всех случаях достаточно точен (сказываются погрешности измерения температур термодатчиками и невозможность измерения температуры на гравюре). Поэтому применительно к задачам ЦКТ предложен специальный алгоритм решения (третий метод решения), в основу которого положен принцип адекватности описания по критерию Фишера аналитического решения его статистической моделью, он базируется на применении методов теории планирования экспериментов [2, 19, 20]. Эти методы широко и успешно применяются в области чисто экспериментальных исследований. Вместе с тем в качестве исходной числовой информации, которая закладывается в матрицы планирования, могут использоваться не только экспериментальные данные, но и результаты пассивного численного анализа аналитических решений. При этом естественно возникает необходимость использования основных положений безразмерного параметрического анализа [21] в рамках реализуемого запланированного вычислительного эксперимента.

Системное решение (29)–(30), полученное для теплоисточника q_w , аналогично по виду и структуре решениям, полученным для двух других теплоисточников q_f и q_v [1] (все это решения одного класса задач ЦКТ как по постановке, так и по итоговым решениям), поэтому их численное решение и анализ идентичны. Однако итерационный алгоритм решения систем интегральных уравнений (как показано в [2]) с использованием обобщенных формул Бонне [22] для каждой конкретно исследуемой системы – индивидуальный, достаточно сложный и трудоемкий.

Сложность решения задач подобного класса состоит в том, что для двухэлементной контактной системы получается система двух интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода, а для трехэлементной контактной системы получается система трех интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода и т. д. Искомые тепловые функции этих систем, определяющие стойкость инструмента, выбираются при постановке соответствующих теплофизических задач для каждого контактирующего тела (этапы решения 1 и 2, составляющие метод последовательных допущений), обычно это тепловые потоки и максимальные (минимальные) температурные распределения элементов контактной системы или их различные комбинации.

При решении задачи ЦКТ возможен переход от системы контактирующих пластин к контактному теплообмену с полуограниченным телом при $l_2 \rightarrow \infty$ или $l_1 \rightarrow -\infty$.

Выводы

1. На основе применения двух аналитических методов – метода последовательных допущений и метода сопряжения – получено решение задачи циклического контактного теплообмена для системы двух плоских тел при инициировании объемного теплоисточника пластической деформации одной из контактирующих пластин. Решение получено с помощью интегрального преобразования Лапласа и представлено системой двух интегральных уравнений Фредгольма второго рода, которая допускает только численное решение. Аналогичный алгоритм решения задачи ЦКТ может быть использован для объектов другой геомет-

рической конфигурации (цилиндрической, шаровой и др.), соответствующей очертанию рабочей поверхности инструмента.

2. При наличии решений для квазиустановившейся стадии контактного теплообмена появляется возможность интерполяционного подхода к решению циклической задачи, когда переменные температуры и потоки, рассчитанные поэтапно для нескольких начальных циклов и квазиустановившейся стадии [3], рассматриваются как опорные (узловые) точки при построении интерполяционной модели процесса теплообмена для произвольного цикла, что является основой термонапряженного анализа контактной системы, управления и прогнозирования эксплуатационной стойкости объектов контактирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Евдокимов М.А., Стулин В.В.* Аналитическое решение задач циклического контактного теплообмена для системы двух плоских тел // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физико-математические науки. – 2008. – Вып. 1(16). – С. 119–129.
2. *Стулин В.В.* Построение моделей регрессионного типа для описания теплового состояния системы двух плоских тел в режиме циклического контактирования // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физико-математические науки. – 2012. – Вып. 3(28). – С. 125–135.
3. *Стулин В.В., Крупко Е.А.* Приближенная аналитическая оценка теплового режима системы двух плоских тел в произвольном цикле контактного теплообмена // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Математическая. – 2009. – Вып. 2(10). – С. 65–70.
4. *Стулин В.В.* Восстановление температуры и мощности тепловых источников на границе тел в пространстве преобразований Лапласа // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Математическая. – 2007. – Вып. 2(6). – С. 94–103.
5. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
6. *Карслоу Х.С., Егер Д.К.* Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 496 с.
7. *Тихонов А.Н., Кальнер В.Д., Гласко В.Б.* Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1990. – 264 с.
8. *Разуваев Е.И., Капитаненко Д.В.* Влияние параметров нагрева на состояние поверхности, технологические и эксплуатационные свойства поковок из титановых сплавов. КШП. ОМД, № 12–2013, с. 30–33.
9. *Шолом В.Ю.* Трение и смазка в металлообработке. КШП. ОМД, № 5–2014, с. 7–13.
10. *Тюрин В.А.* Возможности повышения стойкости деформирующего инструмента в условиях циклического нагружения. КШП. ОМД, № 3–2015, с. 26–30.
11. *Серезжин М.А.* Проблема налипания деформируемой заготовки на инструмент при обработке металлов давлением. КШП. ОМД, № 2–2017, с. 17–19.
12. *Трахтенберг Б.Ф.* Стойкость штампов и пути ее повышения. – Куйбышев: Куйбышевское кн. изд-во, 1964. – 364 с.
13. *Бельский Е.И., Томлин Р.И.* Повышение стойкости штампов при объемной штамповке. Гос. изд-во БССР, Минск, 1962. – 296 с.
14. *Яловой Н.И., Тылкин М.А., Полухин П.И., Васильев Д.И.* Тепловые процессы при обработке металлов и сплавов давлением. – М.: Высшая школа, 1973. – 412 с.
15. *Калашников В.А., Трахтенберг Б.Ф., Сапрыкин В.Г.* Совершенствование методов исследования температурного режима инструмента при горячей штамповке // Физика и химия обработки материалов. – 1969. – № 6. – С. 15–21.
16. *Довнар С.А.* Термомеханика упрочнения и разрушения штампов объемной штамповки. – М.: Машиностроение, 1975. – 255 с.
17. *Арфкен Г.* Математические методы в физике. Пер. с англ. – М.: Атомиздат, 1970. – 712 с.
18. *Морс П.М., Фейсбах Х.* Методы теоретической физики. Пер. с англ. – М.: Изд-во иностр. лит., 1958. – 414 с.

19. *Налимов В.В., Чернова Н.А.* Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. – М.: Наука, 1965. – 340 с.
20. *Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В.* Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 280 с.
21. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
22. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. – М.: Физматгиз, 1962. – 808 с.
23. *Трикоми Ф.* Интегральные уравнения. – М.: ИЛ, 1960. – 300 с.

Статья поступила в редакцию 21 апреля 2017 г.

SOLUTION OF THE PROBLEM OF CYCLIC CONTACT HEAT CHANGE FOR THE SYSTEM OF TWO PLANE BODIES IN CASE OF DEFORMATION HEAT INITIATION

V.V. Stulin

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

By using the integral Laplace transform the analytical solutions are obtained for a series of cyclic heat problems for plane bodies, including the contact heat exchange for the system of two endless plates with thermal resistance in the contact zone for different conditions of external heat exchange. The solution is obtained for quasi-stationary process state by using the conjugation method in the form of the system of two integral Fredholm equations of the first kind. The solution takes into account the cyclic initiation of heat source of plastic deformation of one of the plates, two analytical approaches are used: the method of successive assumptions (takes into account special heat exchange conditions for individual elements of the contact system in an arbitrary cycle) and the coupling method (takes into account the necessary conditions for the formation of a system of integral equations).

Keywords: *non-stationary heat conductivity, contact heat exchange, endless plate, integral equation, time-variable initial and boundary conditions, heat-generating source, infinite velocity of heat transfer, exact analytic solution, time parameters of cyclic heat transfer, quasi-stationary state, thermal resistance, deformation.*

УДК 620.9:658.26

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ОКРУЖАЮЩЕГО ВОЗДУХА НА ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЕ РЕГИОНА В ВИДЕ ПОЛИНОМА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

С.В. Чернышев

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассмотрен новый подход к определению коэффициентов влияния температуры окружающего воздуха в пределах региона на энергопотребление в регионе. Проведен анализ подходов, предлагаемых авторами статьи [2], в которых в качестве математической модели влияния температуры предложен переменный коэффициент влияния, зависящий от величины самой температуры. Изменение коэффициента влияния описывается кусочно-линейной моделью. В данной работе предложено проверить гипотезу о представлении коэффициента влияния температуры в виде нелинейной модели, заданной полиномом третьего порядка. В ходе проверки гипотезы был построен график модели третьего порядка и представлен для визуального сравнения с предложенной в [1] кусочно-линейной моделью. В качестве критерия состоятельности модели выбран коэффициент детерминации R^2 , значения которого были определены на нескольких интервалах в пределах диапазона изменения температуры и представлены в виде графика.

Ключевые слова: влияние температуры, коэффициент детерминации, модель третьего порядка, регрессионный анализ, энергопотребление региона.

При расчете энергопотребления для формирования долгосрочных и перспективных балансов электроэнергии и мощности операционных и технологических зон единой энергосистемы необходим учет влияния температуры окружающего воздуха. Точность расчетов потребления в этом случае в значительной мере определяет балансовую надежность энергосистем. Коэффициенты влияния температуры также применяются для оценки приростов потребления за различные годы и формирования статистической и отчетной документации.

Ранее коэффициент влияния температуры, используемый в практике расчетов, был достаточно стабильным и колебался в диапазоне 0,5–0,8 % на 1 градус Цельсия [2].

За последние годы на фоне снижения производственной нагрузки можно наблюдать рост коммунально-бытовой и осветительной нагрузки и, как следствие, увеличение влияния метеофакторов на энергопотребление. Следовательно, необходим уточненный учет влияния температуры при планировании режимов работы энергосистем.

Зависимость энергопотребления от метеофакторов, и в том числе от температуры, в целом нелинейна и имеет достаточно сложный характер. Для оценки их влияния применяются так называемые коэффициенты влияния. Они отражают линейную взаимосвязь отклонений нагрузки от регулярной составляющей $P_{cp}(n)$

(средних значений) и отклонений температуры от регулярной компоненты T_{cp} на $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ [2].

Исследуя динамику зависимости нагрузки от метеофакторов, следует отметить некоторое запаздывание, связанное с инерционностью влияния температуры. Этот фактор отмечается давно и подтверждается многими исследованиями [1, 2]. Для качественной оценки этого явления можно использовать корреляционную функцию. Расчет взаимной корреляционной функции показывает наличие явно выраженного запаздывания изменений электропотребления по отношению к изменениям температуры [2].

Авторами [2] было отмечено, что взаимная корреляционная функция температуры и нагрузки достигает максимума при значении времени запаздывания в пределах 15–22 ч.

Зависимость энергопотребления от температуры представлена на рис. 1.

В целом отчетливо наблюдается снижение потребления при повышении температуры в диапазоне от -30 до $+17$ градусов и повышение потребления при повышении температуры от $+17$ и выше, что связано с кондиционированием воздуха в жаркую погоду.

В целом можно выделить несколько диапазонов влияния температуры, в которые степень влияния сохраняется достаточно стабильной и может быть моделирована линейным коэффициентом влияния [3].

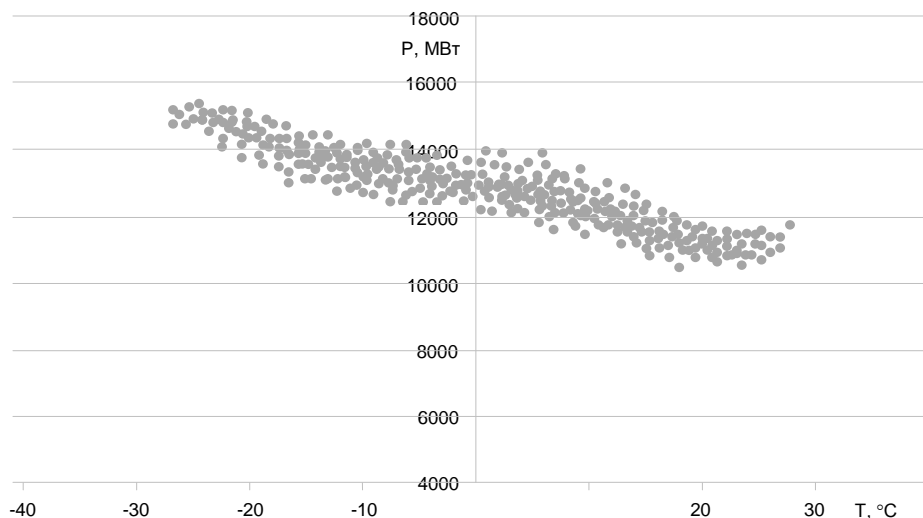


Рис. 1. Зависимость энергопотребления от температуры для среднесуточных значений

На рис. 2 представлены коэффициенты влияния температуры в зависимости от величины температуры, вычисленные согласно методике, изложенной в статье [1], где температура разбивается на несколько диапазонов, в которых коэффициент влияния моделируется линейной функцией. Таких диапазонов может быть несколько, и они могут существенно отличаться для различных энергосистем. Задание диапазонов может производиться вручную технологом или рассчитываться автоматически. Для этого реализуется специальный оптимизационный алгоритм, включающий задание в качестве входных ограничивающих парамет-

ров минимального и максимального количества диапазонов, минимальной длины диапазона [1].

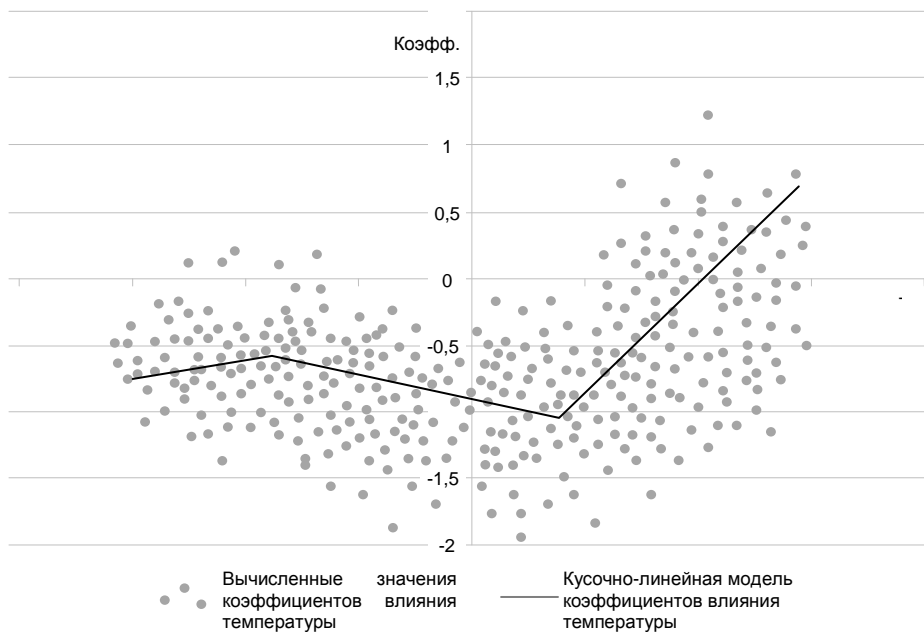


Рис. 2. Фактическая и моделируемая зависимость коэффициента влияния

Изложенная в статье [1] методика применяется в специализированном программном комплексе «АС Метео», эксплуатируемом в СО ЕЭС [4].

В настоящей статье предлагается модифицировать определения коэффициентов влияния температуры и проверить гипотезу о состоятельности и практической значимости модели, использующей функции третьего порядка при исследовании влияния температуры на энергопотребление.

В подтверждение гипотезы необходимо аппроксимировать полученные в статье [1] линейные диапазоны кусочно-линейной зависимости коэффициента влияния температуры моделями третьего порядка.

Модель третьего порядка будет иметь следующий классический вид:

$$y(x) = a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0, \quad (1)$$

где a_3, \dots, a_0 – коэффициенты модели; x – независимый параметр.

Для определения $y(x)$ необходимо провести регрессионный анализ и решить систему из четырех уравнений:

$$\begin{cases} \sum_n y = a_3 \cdot \sum_n x^3 + a_2 \cdot \sum_n x^2 + a_1 \cdot \sum_n x + a_0 \cdot n \\ \sum_n (y \cdot x) = a_3 \cdot \sum_n x^4 + a_2 \cdot \sum_n x^3 + a_1 \cdot \sum_n x^2 + a_0 \cdot \sum_n x \\ \sum_n (y \cdot x^2) = a_3 \cdot \sum_n x^5 + a_2 \cdot \sum_n x^4 + a_1 \cdot \sum_n x^3 + a_0 \cdot \sum_n x^2 \\ \sum_n (y \cdot x^3) = a_3 \cdot \sum_n x^6 + a_2 \cdot \sum_n x^5 + a_1 \cdot \sum_n x^4 + a_0 \cdot \sum_n x^3 \end{cases}, \quad (2)$$

где n – число членов ряда регрессии.

Для решения уравнений воспользуемся следующими формулами [5]:

$$a_0 = \frac{1}{D_1} \cdot \left(\sum_n y \cdot \sum_n (x - x_s)^4 - \sum_n (x - x_s)^2 \cdot \sum_n (y \cdot (x - x_s)^2) \right), \quad (3)$$

$$a_1 = \frac{1}{D_2} \cdot \left(\sum_n (y \cdot (x - x_s)) \cdot \sum_n (x - x_s)^5 - \sum_n (x - x_s)^4 \cdot \sum_n (y \cdot (x - x_s)^3) \right), \quad (4)$$

$$a_2 = \frac{1}{D_1} \cdot \left(n \cdot \sum_n (y \cdot (x - x_s)^2) - \sum_n (x - x_s)^2 \cdot \sum_n y \right), \quad (5)$$

$$a_3 = \frac{1}{D_2} \cdot \left(\sum_n (x - x_s)^2 \cdot \sum_n (y \cdot (x - x_s)^3) - \sum_n (x - x_s)^4 \cdot \sum_n (y \cdot (x - x_s)) \right), \quad (6)$$

где x_s – среднее значение x ;
 D_1, D_2 – определители матриц, вычисляемые по следующим формулам:

$$D_1 = \left(n \cdot \sum_n (x - x_s)^4 - \sum_n ((x - x_s)^2)^2 \right), \quad (7)$$

$$D_2 = \left(\sum_n (x - x_s)^2 \sum_n (x - x_s)^5 - \sum_n (x - x_s)^4 \right)^2. \quad (8)$$

Параметр x отражает влияние температуры и в нашем случае меняется от -30 до 30 °С. Функция $y(x)$ – это изменение коэффициента влияния температуры на энергопотребление в зависимости от величины температуры и, возможно, от направления ее изменения.

При расчете коэффициентов уравнений получаются следующие значения:

$$a_0 = -0,65; a_1 = -0,0025; a_2 = 0,001; a_3 = 0,00003.$$

Построив по данным коэффициентам график результирующей функции и наложив его на точечные значения зависимости коэффициента влияния температуры от величины температуры, получим изображение, как на рис. 3.

Для определения состоятельности и практической значимости предложенной модели рассчитаем коэффициент детерминации R^2 [5]:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_n (y - y^*)^2}{\sum_n (y - y_s)^2}, \quad (9)$$

где y – наблюдаемые значения коэффициента влияния температуры;
 y^* – модельные значения, найденные по уравнениям регрессии;
 y_s – среднее по наблюдаемым значениям.

По расчетным значениям были построены графические изображения величин коэффициента детерминации R^2 на отдельных интервалах изменения температуры (рис. 4).

Из графика видно, что значения находятся в пределах 0,75–0,85, что говорит о достаточно хорошем «качестве» уравнений регрессии; следовательно, данный

подход может применяться в расчетах коэффициентов влияния температуры окружающего воздуха на энергопотребление региона.

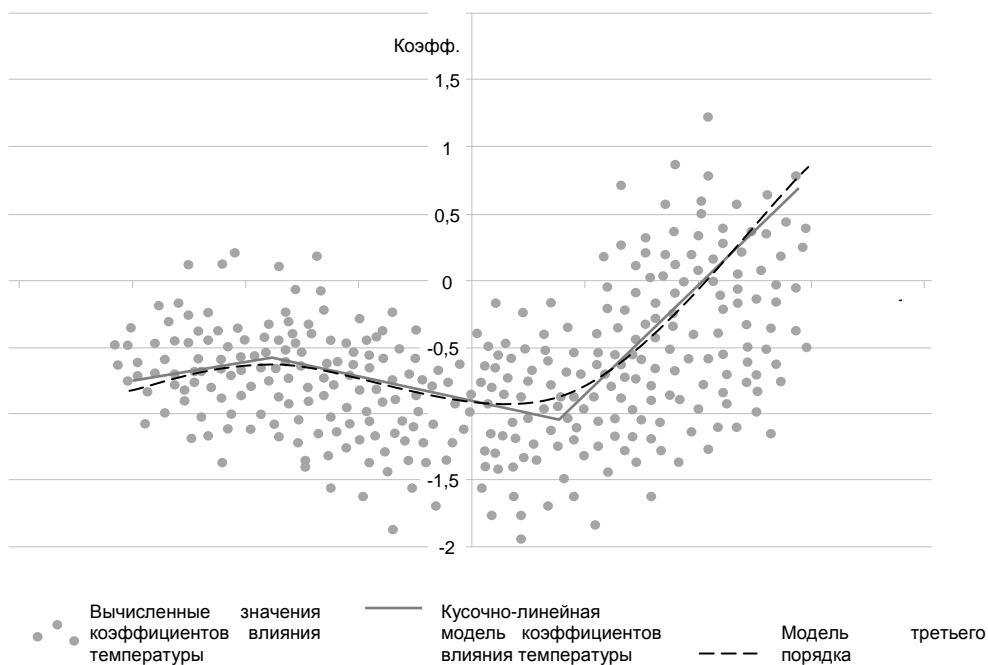


Рис. 3. Исходные значения, кусочно-линейная модель и модель третьего порядка для коэффициента влияния температуры

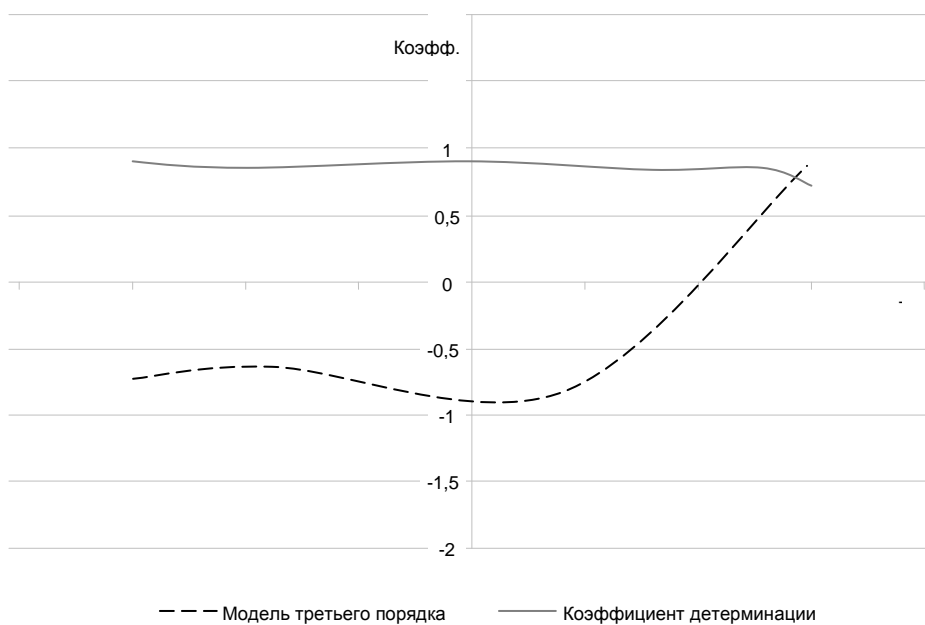


Рис. 4. График модели третьего порядка у и соответствующего ей коэффициента детерминации R^2

В работе был проведен анализ существующей методики определения коэффициентов влияния температуры на энергопотребление и предложено использовать нелинейную модель третьего порядка для определения указанных коэффициентов. Данный подход позволит установить более гибкую связь между температурой и энергопотреблением и в конечном счете несколько повысить точность краткосрочного прогноза энергопотребления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Макоклюев Б.И., Антонов А.В., Полижаров А.С., Туицин И.В., Гилева С.С. Влияние метеофакторов на режимы потребления электроэнергии энергосистем // Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики: Вып. 65. Надежность либерализованных систем энергетики: достижения, проблемы, перспективы. – ИСЭМ СО РАН, 2015. – С. 405–414.
2. Макоклюев Б.И. Анализ и планирование электропотребления. – М.: Энергоатомиздат, 2008. – 296 с.
3. Методические указания по определению влияния температурного фактора на потребление электрической энергии (мощности). Распоряжение ОАО «СО ЕЭС» от 15.12.2010 № 75р.
4. Артемьев А.А., Антонов А.В., Полижаров А.С., Туицин И.В., Дацко В.С. Разработка и внедрение комплекса обработки метеоданных СО ЕЭС (АС «Метео») // Сборник докладов III международной научно-технической конференции «Электроэнергетика глазами молодежи», Екатеринбург, 2012. – С. 123–127.
5. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Кн. 2. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 351 с.

Статья поступила в редакцию 31 марта 2017 г.

CREATING OF A MODEL FOR CALCULATING THE COEFFICIENTS OF THE TEMPERATURE INFLUENCE OF THE ENVIRONMENT ON THE ENERGY CONSUMPTION OF THE REGION BY A THIRD-ORDER POLYNOMIAL

S.V. Chernyshev

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The paper considers the modification of the existing approach to determining the coefficients of influence of ambient air temperature within the region on energy consumption in the region. The existing approach proposed by the authors of the article [2] is analyzed in which a coefficient depending on the temperature itself is proposed as a mathematical model of the temperature influence, and its variation is described by a piecewise linear model. In contrast to the existing approach, the author proposed to test the hypothesis of using the third-order polynomial as a temperature-effect model. In the course of testing the hypothesis of representing the coefficient of temperature effect in the form of a nonlinear model given by a third-order polynomial, it was established that this approach can consistently replace the piecewise linear model proposed in [2]. As a criterion for the consistency of the model, the determination coefficient R^2 was chosen, the values of which were determined at several intervals within the range of the temperature change and are presented in the form of a graph.

Keywords: *temperature effect, coefficient of determination, third-order model, regression analysis, energy consumption of the region.*

Sergey V. Chernyshev (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.