

Энергетика

УДК 66.048.4

ИЗУЧЕНИЕ МАССООТДАЧИ В ГАЗОВОЙ ФАЗЕ ПРИ КОНДЕНСАЦИИ ПАРОВ В ПРИСУТСТВИИ НЕКОНДЕНСИРУЕМОГО КОМПОНЕНТА

Д.А. Крючков¹, Л.Г. Григорян¹, М.С. Лесухин²

¹Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

²ООО «Волга НИПИТЭК»
Россия, 443001, г. Самара, ул. Ульяновская/ул. Ярмарочная, 52/55, 11-й этаж, оф. 27

E-mail: mahp@inbox.ru, mcles@yandex.ru.

Приведены результаты экспериментального изучения массоотдачи в газовой фазе при конденсации паров в присутствии неконденсируемого компонента. Процесс массообмена проводился во фракционирующем конденсаторе с вертикальными контактными решетками (ФКВР). Эксперименты проводились на смесях при различных концентрациях неконденсирующегося компонента. Результаты экспериментов были сравнены с известными данными по конденсации на гладких горизонтальных трубах. Сравнительный анализ показал слабое влияние диффузионного сопротивления инертного газа на процесс конденсации в аппарате ФКВР. Полученные результаты свидетельствуют о перспективности рассмотренных аппаратов.

Ключевые слова: *фракционирующая конденсация, интенсификация тепло- и массообмена, коэффициент теплоотдачи, аппарат с вертикальными контактными решетками.*

Известно, что процесс конденсации паров из многокомпонентной смеси в присутствии даже незначительного количества неконденсируемого компонента (инерта) существенно замедляется по причине того, что диффузионное сопротивление процессу массопереноса становится соизмеримым с термическим сопротивлением пленки конденсата [1]. Суммарный перенос тепла в этом случае может быть лимитирован коэффициентом массоотдачи в газовой фазе β_y .

Во фракционирующих конденсаторах с вертикальными контактными решетками (ФКВР) [2] слой неконденсируемого компонента над поверхностью пленки постоянно разрушается за счет удара капель конденсата, позволяя пару достичь поверхности пленки (рис. 1). Более того, в контактной камере за счет распыла конденсата на вертикальной сетке создается холодная капельная межфазная поверхность, доступная для конденсирующегося пара.

Зависимость коэффициента массоотдачи в газовой фазе β_y от гидродинами-

Дмитрий Александрович Крючков, к.т.н., доцент кафедры «Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств».

Леон Гайкович Григорян, д.т.н., профессор кафедры «Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств».

Михаил Сергеевич Лесухин, инженер ООО «Волга НИПИТЭК».

ческих параметров на ступени контакта ФКВР ранее изучалась на углеводородных и паровоздушных смесях в работах [3, 4, 5].

Однако при изучении конденсации парогазовых смесей часто используют упрощенный метод оценки степени влияния концентрации неконденсируемого компонента на коэффициент теплоотдачи, тем самым исключая громоздкие вычисления коэффициентов массоотдачи.

Для определения влияния диффузионного сопротивления неконденсируемого компонента на коэффициент теплоотдачи была проведена серия из 22 экспериментов по конденсации смеси паров нефраса с азотом. Результаты экспериментов в двухмерной и трехмерной системах координат представлены на рис. 2, 3.

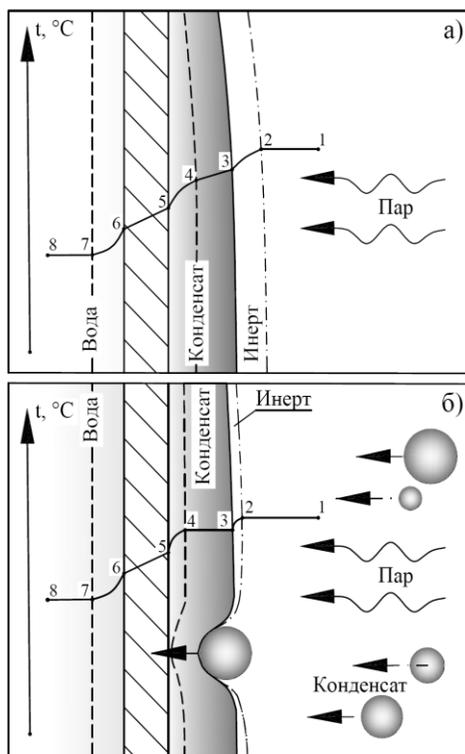


Рис. 1. Температурный профиль ступени контакта ФКВР в орошаемой (б) и неорошаемой (а) зонах

Для расчета коэффициентов теплоотдачи для парогазовых смесей α_k^{n+u} использовалось уравнение (1), которое было дополнено функцией φ_u , учитывающей влияние диффузионного сопротивления неконденсируемого компонента на теплоотдачу:

$$\alpha_k^{n+u} = 0,46 \cdot \frac{\lambda_k}{\nu_k} \cdot \frac{\sqrt[3]{i \cdot w^2}}{\frac{9,75}{Pr_k^{0,25}} - \frac{6,55}{Pr_k}} \cdot \varphi_k \cdot \varphi_u, \quad (1)$$

где φ_u – эмпирическая функция, характеризующая влияние диффузионного сопротивления неконденсируемого компонента на теплоотдачу:

$$\varphi_u = \frac{\alpha_{\kappa}^{n+u}}{\alpha_{\kappa}} = e^{-(y_u)^{0,45}}; \quad (2)$$

y_u – мольная концентрация неконденсируемого компонента (инерта);
 φ_{κ} – эмпирическая функция, характеризующая влияние гидродинамического параметра Π_1 в зонах со слабовыраженным капельным орошением на теплоотдачу при конденсации [4]:

$$\varphi_{\kappa} = 0,36\Pi_1^{-0,45}. \quad (3)$$

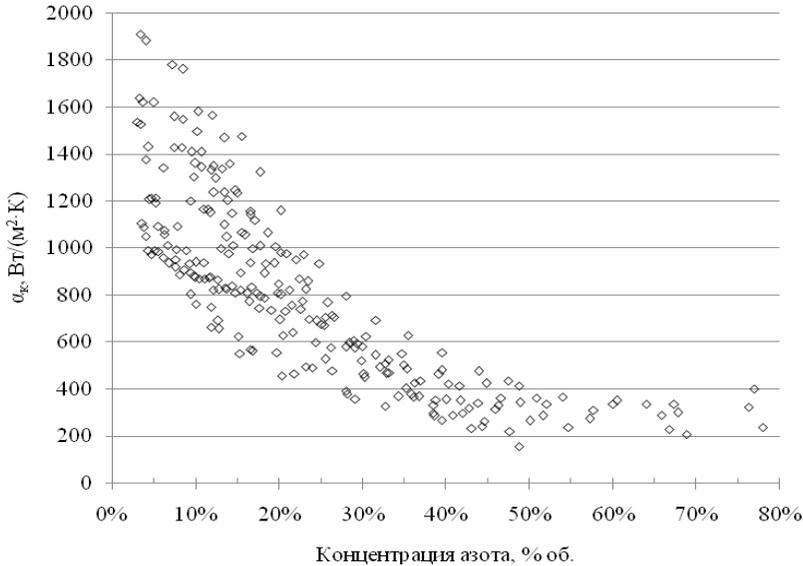


Рис. 2. Изменение коэффициента теплоотдачи при конденсации смеси паров нефраса с азотом в зависимости от содержания азота

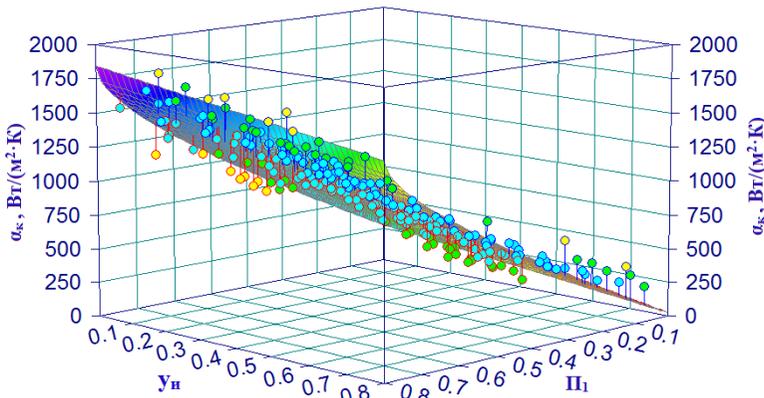


Рис. 3. Изменение коэффициента теплоотдачи при конденсации смеси паров нефраса с азотом в зависимости от концентрации азота (y_u) и гидродинамического параметра Π_1

Предложенная функция φ_u позволила описать весь массив экспериментальных данных со средней ошибкой 10 %. Сравнение расчетных и экспериментальных

ных значений коэффициента теплоотдачи при конденсации нефраса в присутствии азота представлено на рис. 4.

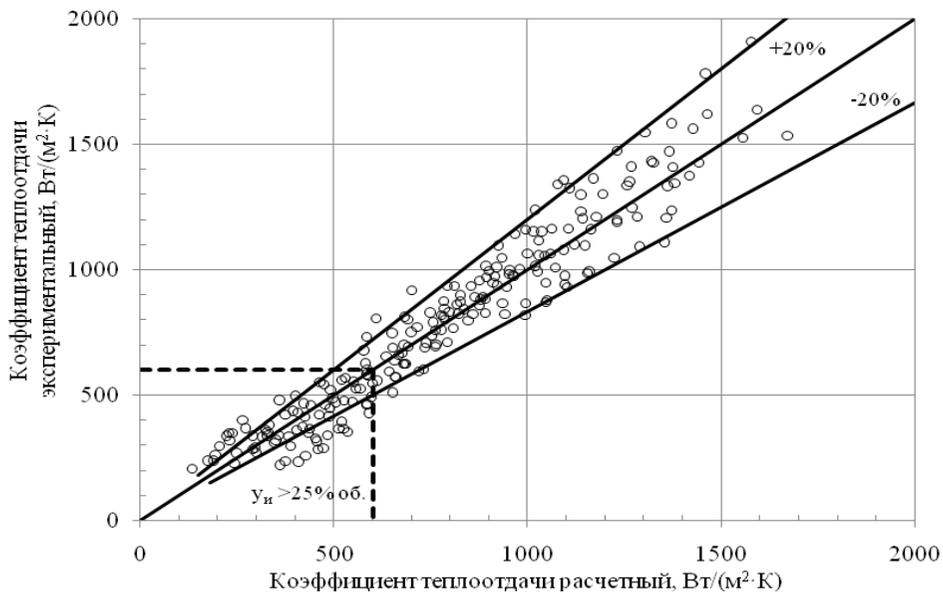


Рис. 4. Сравнение расчетных и экспериментальных значений коэффициента теплоотдачи при конденсации паров нефраса в присутствии азота в аппарате ФКВР

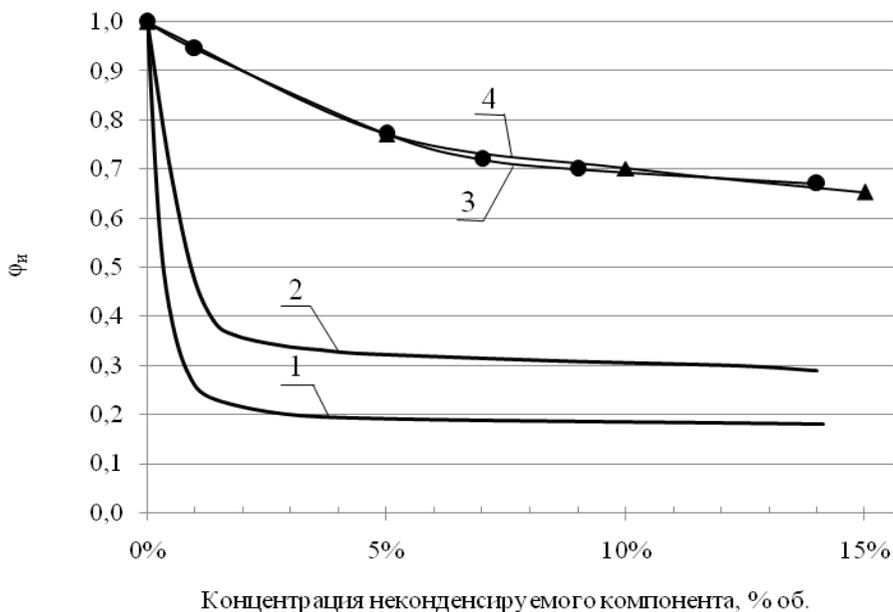


Рис. 5. Относительное изменение коэффициента теплоотдачи при конденсации парогазовой смеси в зависимости от содержания неконденсируемого компонента:
 1 – одиночная горизонтальная труба [1]; 2 – горизонтальный трубный пучок [1];
 3 – ФКВР (водяной пар/воздух); 4 – ФКВР (нефрас/азот)

Значения α_k при содержании азота более 25 % в большинстве опытов относятся к зоне конвективного теплообмена от парогазовой смеси, и поэтому дисперсия значений в этой области несколько больше, чем в зоне конденсации. Отдельного изучения зоны конвективного теплообмена не проводилось.

Зависимость коэффициента теплоотдачи от содержания неконденсируемого компонента, представленная в виде функции $\varphi_{и}$, приведена на рис. 5. Полученная зависимость также подтверждается результатами серии экспериментов на смеси водяного пара с воздухом [6, 7].

Значения функции $\varphi_{и}$, полученные в экспериментах на смесях нефрас/азот и водяной пар/воздух, демонстрируют существенно меньшее (в 2–4 раза) влияние диффузионного сопротивления на теплоотдачу при конденсации в аппарате ФКВР по сравнению с горизонтальным трубным пучком и одиночной горизонтальной трубой [1]. Это доказывает перспективность применения данного класса аппаратов для интенсификации процесса конденсации парогазовых смесей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Исаченко В.П.* Теплообмен при конденсации. – М.: Энергия, 1977. – 240 с.
2. *Лесухин М.С., Григорян Л.Г.* Создание конденсатора нового типа на базе аппарата с вертикальными контактными решетками // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2013. – № 2 (38). – С. 206-209.
3. *Григорян Л.Г.* Гидродинамика, массо- и теплообмен при взаимодействии жидкости и газа на вертикальных контактных решетках колонных аппаратов: дис. ... докт. техн. наук: 05.17.08 / Григорян Леон Гайкович. – Л., 1986. – 333 с.
4. *Лесухин С.П.* Интенсификация тепломассообменных процессов в технологии промышленной подготовки нефти на основе принципа газожидкостного взаимодействия на вертикальных контактных решетках: дис. ... докт. техн. наук: 05.17.08 / Лесухин Сергей Петрович. – Самара, 2000. – 372 с.
5. *Крючков Д.А.* Водовоздушное охлаждение в аппаратах с вертикальными контактными решетками: дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08 / Крючков Дмитрий Александрович. – Самара, 2006. – 161 с.
6. *Лесухин М.С., Крючков Д.А., Григорян Л.Г.* Экспериментальное изучение тепло- и массообмена при конденсации водяного пара из паровоздушной смеси в аппарате с вертикальными контактными решетками // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2015. – № 3 (47). – С. 180-187.
7. *Лесухин М.С., Крючков Д.А., Григорян Л.Г.* Экспериментальное изучение тепло- и массообмена при конденсации водяного пара из паровоздушной смеси в аппарате с вертикальными контактными решетками // XII Международная научно-практическая конференция «Ашировские чтения», Уапсе, 20-26 сент. 2015 г. – Самара: СамГТУ, 2015. – С. 329-330.

Статья поступила в редакцию 27 декабря 2016 г.

RESEARCH OF THE MASS TRANSFER IN A GAS PHASE DURING VAPOR CONDENSATION WITH INCONDENSABLE COMPONENT

D.A. Kryuchkov¹, L.G. Grigoryan¹, M.S. Lesukhin²

¹ Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

² Volga NIPITEK Ltd.
52/55, Ulyanovskaya St./Yarmarochnaya St., 11th floor, Room 27, Samara, 443001

The experimental results of a mass gas phase transfer research during vapor condensation with incondensable component are given. This process passed in a vessel with vertical contact grids (FCCG) was carried out. Experimental mixtures contained various concentrations of incondensable component. Experimental results were compared with known data on condensation on horizontal pipes. Incondensable component has a weak influence on condensation process. The results show the perspectives of FCCG.

Keywords: *fractional condensation, heat and mass transfer intensification, heat transfer coefficient, vessel with vertical contact grids.*

*Dmitriy A. Kryuchkov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Leon G. Grigoryan (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Michail S. Lesukhin, Engineer.*

УДК 536. 2. 075

ПОЛУЧЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ТЕЛЕГРАФНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПРОВОДНИКОВ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

И.В. Кудинов

Самарский государственный технический университет
443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: totig@yandex.ru

На основе метода разделения переменных получено точное аналитическое решение телеграфного уравнения относительно напряжения для длинной линии с равномерно распределенными параметрами (индуктивностями, сопротивлениями, емкостями и утечками электричества через изоляцию). Исследования решения позволили сделать вывод, что движение электричества в проводнике происходит в виде волны, на фронте которой наблюдается скачок напряжения (силы тока). Наличие скачка свидетельствует о бесконечной величине градиента потенциала искомой функции в данной точке. После достижения фронтом волны противоположного конца проводника наблюдается обратная волна со скачком противоположного знака. С течением времени амплитуда колебаний прямых и обратных волн уменьшается вплоть до полного затухания колебательного процесса. При каких-то больших значениях активного сопротивления скачкообразное изменение напряжения наблюдается лишь при малых значениях времени на начальных участках проводника и прекращается до момента времени, при котором фронт волны достигает противоположного конца проводника. С увеличением времени напряжение по длине проводника монотонно (без скачков) уменьшается вплоть до установления равновесного (стационарного) состояния, когда напряжение во всех точках проводника одинаково и неизменно во времени.

Ключевые слова: телеграфное уравнение, точное аналитическое решение, распределенные параметры, волновые колебания, фронт возмущения, скачки искомой функции, бесконечная скорость распространения потенциалов.

Электрические линии с сосредоточенными параметрами описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями, в которых искомые функции (напряжение U или сила тока I) не зависят от пространственной переменной и являются функциями лишь времени. При этом считается, что все элементы линии при прохождении электрического тока не выделяют теплоту; что переменный магнитный поток индуцирует электродвижущую силу лишь в катушке индуктивности, а токи электрического смещения появляются только между обкладками конденсатора. Указанные предположения считаются допустимыми в случае, когда линейные размеры всех элементов цепи намного меньше длины электромагнитной волны в окружающей среде диэлектрике.

Протяженность длинных цепей (например, телеграфных или линий передачи электрической энергии) при используемых на практике частотах сопоставима с длиной электромагнитной волны. Такие цепи будут уже не с сосредоточенными

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16 – 38 – 00059 мол_а.

Игорь Васильевич Кудинов (к.т.н.), доцент.

ми, а с распределенными параметрами, и при их исследовании необходимо учитывать индуктивность линий, активное сопротивление проводов, утечки тока вследствие несовершенства изоляции, а также взаимную емкость между проводами (или между проводом и землей) [1, 2].

Ниже будет рассмотрена однородная однопроводная линия с равномерно распределенными параметрами, заряженная до потенциала E по отношению к земле, потенциал которой равен нулю. Один конец линии ($x = 0$) изолирован, а другой ($x = l$) в начальный момент времени заземлен. Необходимо определить распределение напряжения по длине линии во времени. Математическая постановка задачи в данном случае имеет вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + a^2 \left[(RC + LG) \frac{\partial U}{\partial t} + RGU - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right] = 0 ; (t > 0; 0 < x < l) \quad (1)$$

$$U(x, 0) = E ; \quad (2)$$

$$\frac{\partial U(x, 0)}{\partial t} = 0 ; \quad (3)$$

$$\frac{\partial U(0, t)}{\partial x} = 0 ; \quad (4)$$

$$U(l, t) = 0, \quad (5)$$

где U – напряжение, B ;

x – координата, m ;

t – время, c ;

I – сила тока, A ;

R – активное сопротивление, Om ;

C – емкость, $\Phi = Кл / B$;

L – индуктивность, $\Gamma = B \cdot c / A$;

G – проводимость изоляции, $1 / Om$;

Φ – фарада; $Кл$ – кулон; B – вольт; A – ампер; c – секунда; Γ – Генри;

ри;

l – длина линии, m ;

R, C, L, G рассчитаны на единицу длины провода; Δx – длина элементарного участка, m ;

E – начальный потенциал линии относительно земли, B ;

$a = 1 / \sqrt{LC}$ – скорость распространения электрических колебаний, равная скорости света в воздухе, m / c .

Вывод уравнения (1) базируется на законе Ома, записанном в виде следующих двух соотношений:

$$-\frac{\partial U}{\partial x} = L \frac{\partial I}{\partial t} + IR ; \quad (6)$$

$$-\frac{\partial I}{\partial x} = C \frac{\partial U}{\partial t} + GU . \quad (7)$$

Согласно соотношению (6) разность напряжений ΔU в начале и в конце рассматриваемого участка проводника Δx (по отношению к нулевому потенциалу земли) равна сумме падения напряжения на активном сопротивлении (IR) и индуктивного падения напряжения ($L \partial I / \partial t$). Из (7) следует, что изменение силы тока ΔI на этом же участке Δx равно величине тока, требуемого для за-

рядки данного участка проводника ($C\partial U/\partial t$), и количеству тока, теряемого вследствие несовершенства изоляции (GU).

Дифференцируя соотношение (6) по переменной x , а соотношение (7) – по переменной t (предварительно умножив его на L), и затем вычитая из первого уравнения второе, получаем телеграфное уравнение вида (1).

Для получения аналогичного уравнения для силы тока I продифференцируем (6) по t (умножив на C), а (7) по x и, вычитая из первого уравнения второе, находим

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - CL \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} - (RC + LG) \frac{\partial I}{\partial t} - GRI = 0 . \quad (8)$$

Для получения точного аналитического решения задачи (1) – (5) введем следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\Theta = \frac{U}{E} ; \xi = \frac{x}{l} ; Fo = \frac{at}{l} ; F_1 = al(RC + LG) ; F_2 = l^2 RG ,$$

где Θ , ξ , Fo – соответственно безразмерные напряжение, координата, время; F_1 , F_2 – безразмерные комплексы.

С учетом принятых обозначений задача (1) – (5) будет

$$\frac{\partial^2 \Theta(\xi, Fo)}{\partial Fo^2} + F_1 \frac{\partial \Theta(\xi, Fo)}{\partial Fo} + F_2 \Theta(\xi, Fo) = \frac{\partial^2 \Theta(\xi, Fo)}{\partial \xi^2} ; (Fo > 0; 0 < \xi < 1); \quad (9)$$

$$\Theta(\xi, 0) = 1 ; \quad (10)$$

$$\partial \Theta(\xi, 0) / \partial Fo = 0 ; \quad (11)$$

$$\Theta(0, Fo) / \partial \xi = 0 ; \quad (12)$$

$$\Theta(1, Fo) = 0 . \quad (13)$$

Если пренебречь потерями через изоляцию ($G = 0$) и активным сопротивлением провода ($R = 0$), то $F_1 = F_2 = 0$ и уравнение (9) приводится к классическому гиперболическому уравнению, описывающему незатухающие волновые колебания искомой функции:

$$\partial^2 \Theta / \partial Fo^2 = \partial^2 \Theta / \partial \xi^2 . \quad (14)$$

Следуя методу разделения переменных, решение задачи (9) – (13) примем в виде [3]

$$\Theta(\xi, Fo) = \varphi(Fo)\psi(\xi) , \quad (15)$$

где $\varphi(Fo)$, $\psi(\xi)$ – соответственно функции времени Fo и координаты ξ .

Подставляя (15) в (9), находим

$$\varphi'' + F_1 \varphi' + v\varphi = 0 ; \quad (16)$$

$$\psi'' + (F_2 + v)\psi = 0 , \quad (17)$$

где v – некоторая постоянная; $\varphi' = d\varphi/dFo$; $\varphi'' = d^2\varphi/dFo^2$; $\psi'' = d^2\psi/d\xi^2$.

Подставляя (15) в (12), (13), находим граничные условия к уравнению (17)

$$d\psi(0)/d\xi = 0; \quad \psi(1) = 0. \quad (18)$$

Решение краевой задачи Штурма – Лиувилля (17), (18) принимается в виде

$$\psi(\xi) = \cos(r\pi\xi/2) . (r = 2k - 1; k = \overline{1, \infty}) . \quad (19)$$

Очевидно, что соотношение (19) удовлетворяет граничным условиям (18). Подставляя (19) в (17), находим формулу для определения собственных чисел краевой задачи Штурма – Лиувилля:

$$v_k = r^2 \pi^2 / 4 - F_2 . \quad (r = 2k - 1; \quad k = \overline{1, \infty}). \quad (20)$$

Собственные функции с точностью до постоянного множителя, который в данном случае можно положить равным единице [1], находятся из (19).

Характеристическое уравнение для уравнения (16) будет

$$z^2 + F_1 z + v_k = 0 . \quad (k = \overline{1, \infty}). \quad (21)$$

Уравнение (21) имеет следующие корни:

$$z_{1,2} = \left(-F_1 \pm \sqrt{F_1^2 - 4v_k} \right) / 2 . \quad (k = \overline{1, \infty}). \quad (22)$$

В случае, если подкоренное выражение соотношения (22) больше нуля $(F_1^2 - 4v_k) > 0$, будем иметь два действительных отрицательных корня. Решение уравнения (16) в этом случае записывается в виде

$$\varphi_k(F_0) = C_{1k} \exp(z_{1k} F_0) + C_{2k} \exp(z_{2k} F_0), \quad (23)$$

где C_{1k} и C_{2k} – постоянные интегрирования.

Подставляя (19), (23) в (15), находим

$$\Theta(\xi, F_0) = (C_{1k} e^{z_{1k} F_0} + C_{2k} e^{z_{2k} F_0}) \cos(r\pi\xi/2) . \quad (r = 2k - 1; \quad k = \overline{1, \infty}). \quad (24)$$

Каждое частное решение (24) удовлетворяет уравнению (9) и граничным условиям (12), (13), но ни одно из них не удовлетворяет начальным условиям (10), (11). С целью их выполнения составим сумму частных решений:

$$\Theta(\xi, F_0) = \sum_{k=1}^{\infty} (C_{1k} e^{z_{1k} F_0} + C_{2k} e^{z_{2k} F_0}) \cos(r\pi\xi/2) . \quad (r = 2k - 1). \quad (25)$$

Для определения постоянных интегрирования C_{1k} , C_{2k} используются начальные условия (10), (11). Подставляя (25) в (11), получаем

$$C_{1k} = -C_{2k} z_{2k} / z_{1k} . \quad (k = \overline{1, \infty}). \quad (26)$$

Подставляя (25) в (10), с учетом (26) находим

$$\sum_{k=1}^{\infty} C_{2k} (1 - z_{2k} / z_{1k}) \cos(r\pi\xi/2) = 1 . \quad (r = 2k - 1). \quad (27)$$

Соотношение (27) представляет разложение единицы в ряд Фурье по косинусам на отрезке $[0; 1]$. Умножим (27) на $\cos(j\pi\xi/2)$ и найдем интеграл от полученного соотношения:

$$\int_0^1 \sum_{k=1}^{\infty} C_{2k} (1 - z_{2k} / z_{1k}) \cos(r\pi\xi/2) \cos(j\pi\xi/2) d\xi = \int_0^1 \cos(j\pi\xi/2) d\xi . \quad (28)$$

$$(j = r = 2k - 1; \quad k = \overline{1, \infty})$$

Соотношение (28) с учетом ортогональности косинусов приводится к виду

$$\int_0^1 C_{2k} (1 - z_{2k} / z_{1k}) \cos^2(r\pi\xi/2) d\xi - \int_0^1 \cos(r\pi\xi/2) d\xi = 0 . \quad (29)$$

$$(r = 2k - 1; \quad k = \overline{1, \infty}).$$

Определяя интегралы в (29), находим

$$C_{2k} = 4z_{1k} \sin(r\pi/2) / ((z_{1k} - z_{2k})(\sin(r\pi) + r\pi)) . \quad (r = 2k - 1; k = \overline{1, \infty}). \quad (30)$$

После определения постоянных интегрирования C_{1k} и C_{2k} точное аналитическое решение задачи (9) – (13) находится из (25). Непосредственной подстановкой (25) во все уравнения задачи (9) – (13) можно убедиться в их точном выполнении.

В случае, если в отношении (22) подкоренное выражение меньше нуля $(F_1^2 - 4v_k) < 0$, будем иметь следующие комплексные корни [4]:

$$z_1 = \gamma + i\beta ; z_2 = \gamma - i\beta ; \quad (31)$$

где $i = \sqrt{-1}$; $\gamma = -F_1/2$; $\beta = (\sqrt{(F_1^2 - 4v_k)})/2$.

Решение уравнения (16) с учетом (31) будет

$$\varphi_k(\text{Fo}) = C_{1k} \exp((\gamma + i\beta)\text{Fo}) + C_{2k} \exp((\gamma - i\beta)\text{Fo}), \quad (32)$$

где C_{1k} , C_{2k} – постоянные интегрирования.

Соотношение (32) можно представить в виде

$$\varphi_k(\text{Fo}) = \exp(\gamma\text{Fo})(C_{1k} \exp(i\beta\text{Fo}) + C_{2k} \exp(-i\beta\text{Fo})). \quad (33)$$

Используя формулы Эйлера $\exp(is) = \cos s + i \sin s$; $\exp(-is) = \cos s - i \sin s$, соотношение (33) приводим к виду [3]

$$\varphi_k(\text{Fo}) = \exp(\gamma\text{Fo})(C_{1k} + C_{2k})\cos(\beta\text{Fo}) - i(C_{2k} - C_{1k})\sin(\beta\text{Fo}). \quad (34)$$

Обозначив $B_{1k} = C_{1k} + C_{2k}$; $B_{2k} = i(C_{2k} - C_{1k})$, находим

$$\varphi_k(\text{Fo}) = \exp(\gamma\text{Fo})(B_{1k} \cos(\beta\text{Fo}) - B_{2k} \sin(\beta\text{Fo})). \quad (35)$$

Подставляя (19), (35) в (15) и составляя сумму частных решений, получаем

$$\Theta(\xi, \text{Fo}) = \sum_{k=1}^{\infty} \exp(\gamma \text{Fo})(B_{1k} \cos(\beta\text{Fo}) - B_{2k} \sin(\beta\text{Fo}))\cos(r\pi\xi/2) . \quad (r = 2k - 1). \quad (36)$$

Для нахождения постоянных B_{1k} , B_{2k} используются начальные условия (10), (11). Подставляя (36) в (11), находим

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\gamma B_{1k} - \beta B_{2k}) \cos(r\pi\xi/2) = 0 . \quad (r = 2k - 1).$$

Отсюда получаем

$$B_{2k} = \gamma B_{1k} / \beta . \quad (37)$$

Подставляя (36) в (10), находим

$$\sum_{k=1}^{\infty} B_{1k} (r\pi\xi/2) = 1 . \quad (r = 2k - 1). \quad (38)$$

Умножая обе части соотношения (38) на $\cos(j\pi\xi/2)$ ($j = \overline{1, \infty}$) и определяя интеграл в пределах от $\xi = 0$ до $\xi = 1$, находим

$$\int_0^1 \sum_{k=1}^{\infty} B_{1k} \cos(r\pi\xi/2) \cos(j\pi\xi/2) d\xi = \int_0^1 \cos(j\pi\xi/2) d\xi . \quad (j = r = 2k - 1). \quad (39)$$

Соотношение (39) с учетом ортогональности косинусов приводится к виду

$$\int_0^1 (B_{1k} \cos^2(r\pi\xi/2) - \cos(r\pi\xi/2)) d\xi = 0. \quad (40)$$

Определяя интегралы в (40), получаем $B_{1k} = 4/(r\pi)$.

После определения постоянных B_{1k} и B_{2k} решение задачи (9) – (13) в случае, когда подкоренное выражение отношения (22) меньше нуля ($F_1^2 - 4v_k < 0$), в замкнутом виде находится из (36). Непосредственной подстановкой можно убедиться, что все уравнения задачи (9) – (13) решением (36) выполняются точно.

Результаты расчетов по формуле (25) для различных значений безразмерных параметров F_1 и F_2 приведены на рис. 1–12. И, в частности, при $F_1 = F_2 = 0$ колебания напряжения в сети незатухающие, что объясняется отсутствием потерь в проводах ($R = 0$) и через изоляцию ($G = 0$) (пример сверхпроводящих линий) (см. рис. 1, 2). В прямой волне напряжение скачкообразно изменяется от нулевого значения, заданного граничным условием первого рода (13), до значения, равного единице, заданного начальным условием (10). Следовательно, на фронте волны производная от напряжения по пространственной переменной $\partial U / \partial x$ равна бесконечной величине. После достижения фронтом волны конца проводника ($\xi = 0$) происходит ее отражение со сменой знака напряжения в обратной волне. При достижении обратной волной координаты $\xi = 1$ вновь происходит смена знака напряжения во второй прямой волне, и таким образом осуществляется процесс незатухающих колебаний напряжения в прямой и обратной волнах, движущихся со скоростью света (см. рис. 1, 2).

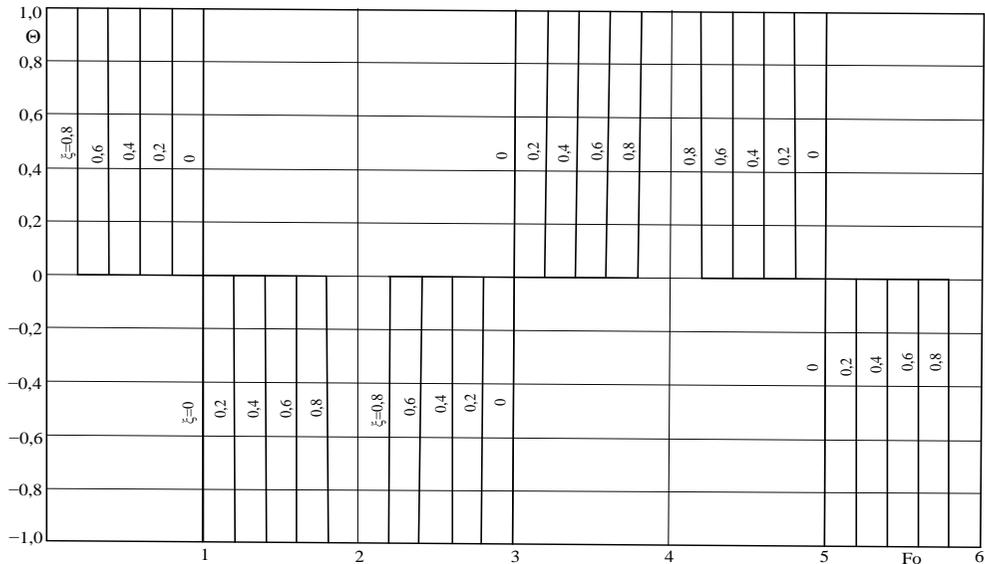


Рис. 1. Изменение напряжения во времени в отдельных точках по длине проводника:

$$F_1 = F_2 = 0; n = 1000 \quad (n - \text{число членов ряда (36)})$$

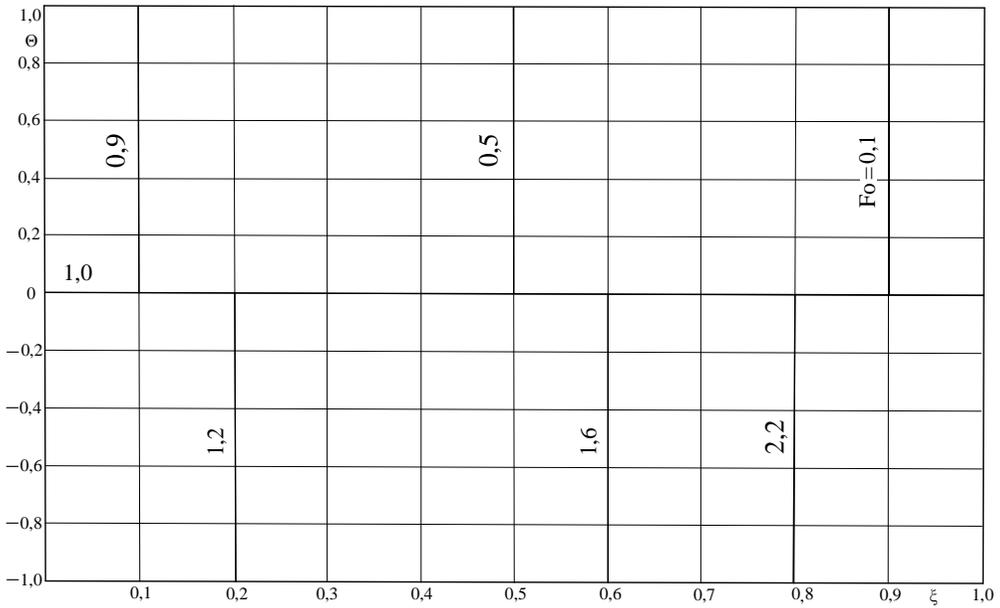


Рис. 2. Изменение напряжения по длине проводника для отдельных значений времени:
 $F_1 = F_2 = 0$; $n = 1000$

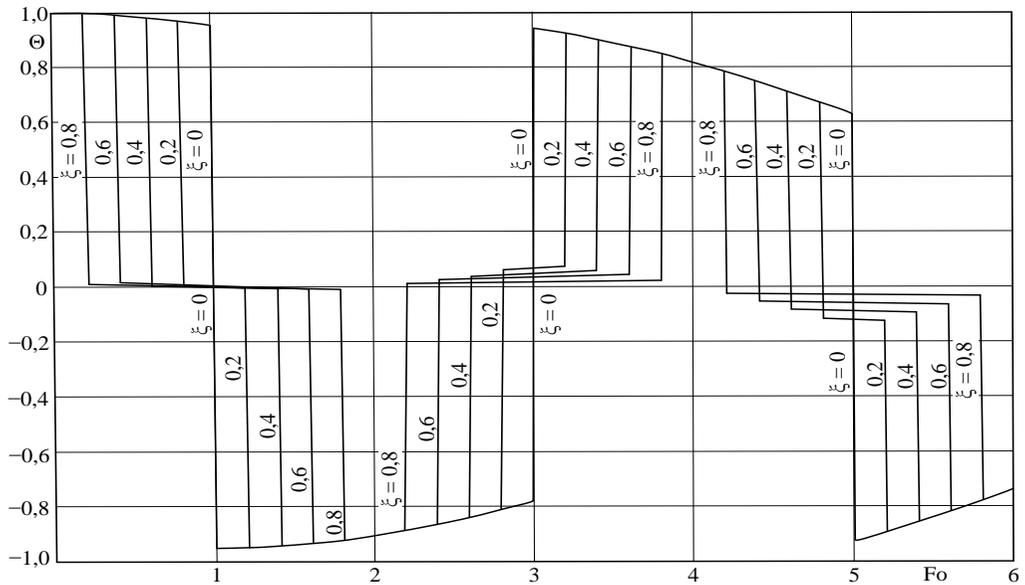


Рис. 3. Изменение напряжения во времени:
 $F_1 = F_2 = 0,1$; $n = 1000$

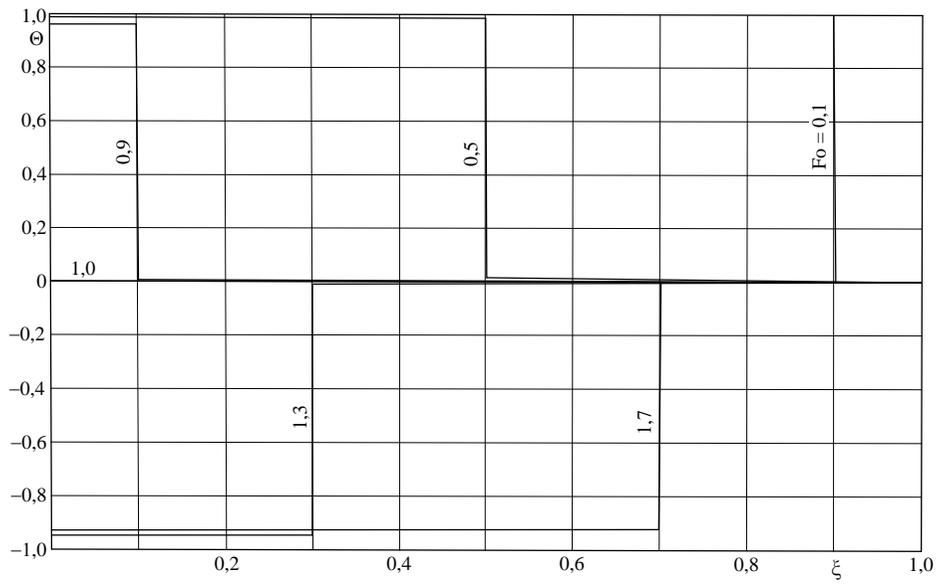


Рис. 4. Изменение напряжения по длине проводника:
 $F_1 = F_2 = 0,1; n = 1000$

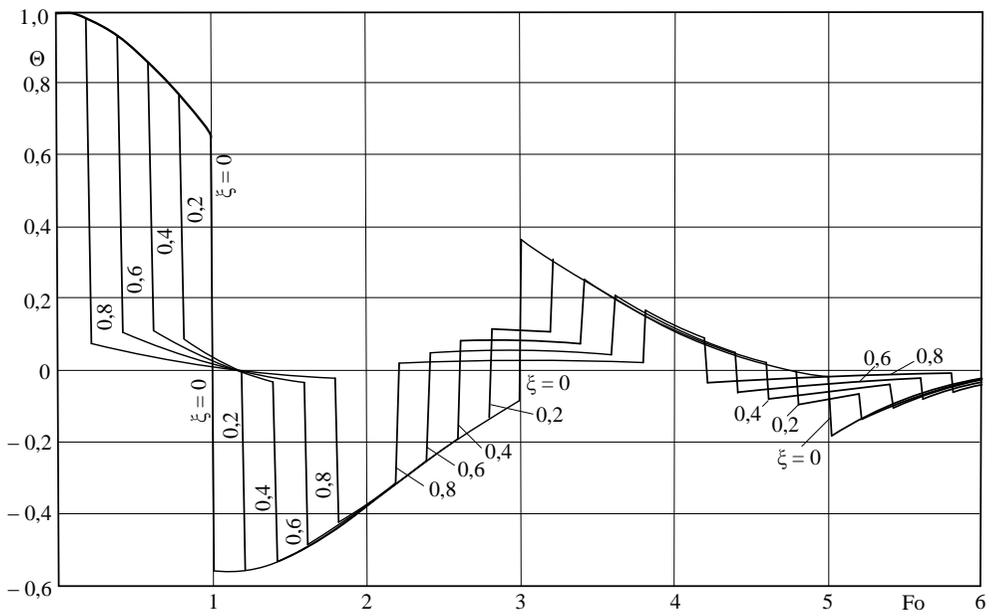


Рис. 5. Изменение напряжения во времени:
 $F_1 = F_2 = 1,0; n = 1000$

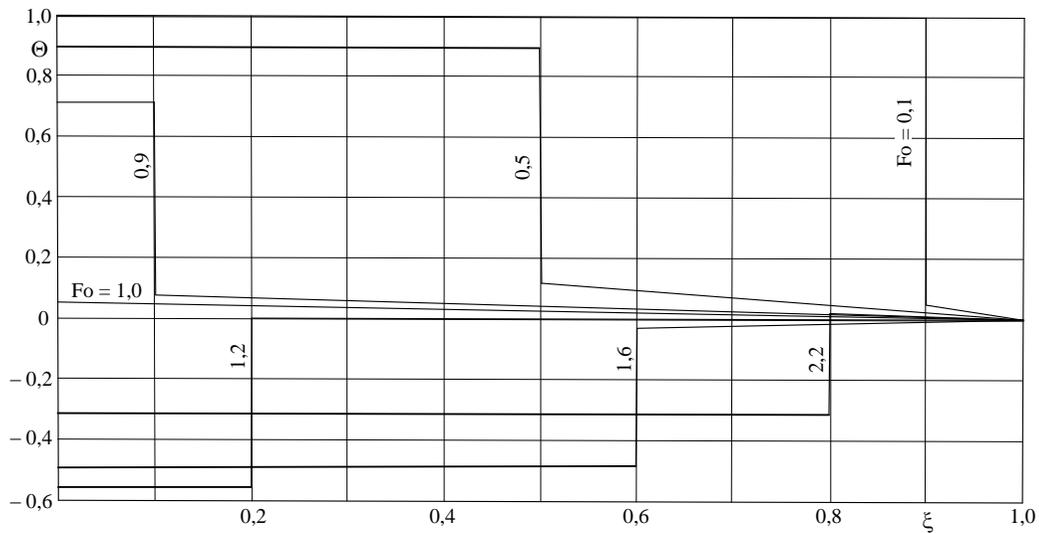


Рис. 6. Изменение напряжения по длине проводника:
 $F_1 = F_2 = 1,0; n = 1000$

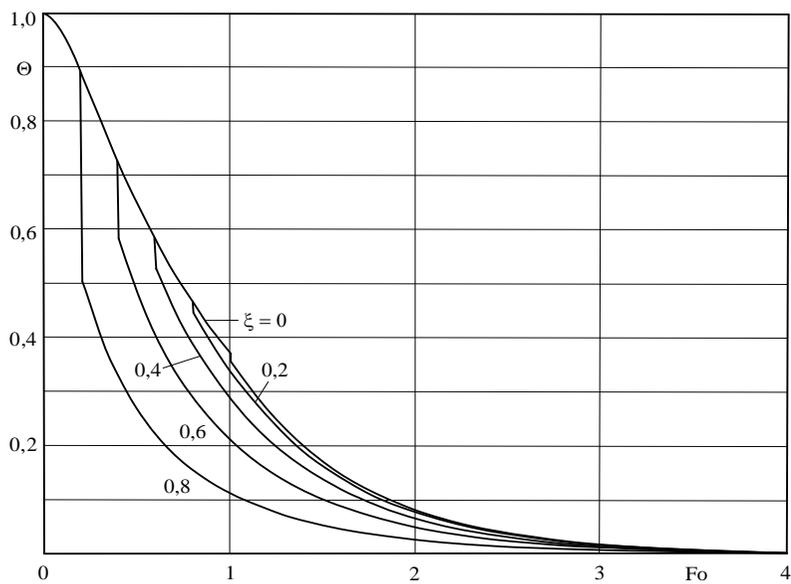


Рис. 7. Изменение напряжения во времени:
 $F_1 = F_2 = 10; n = 1000$

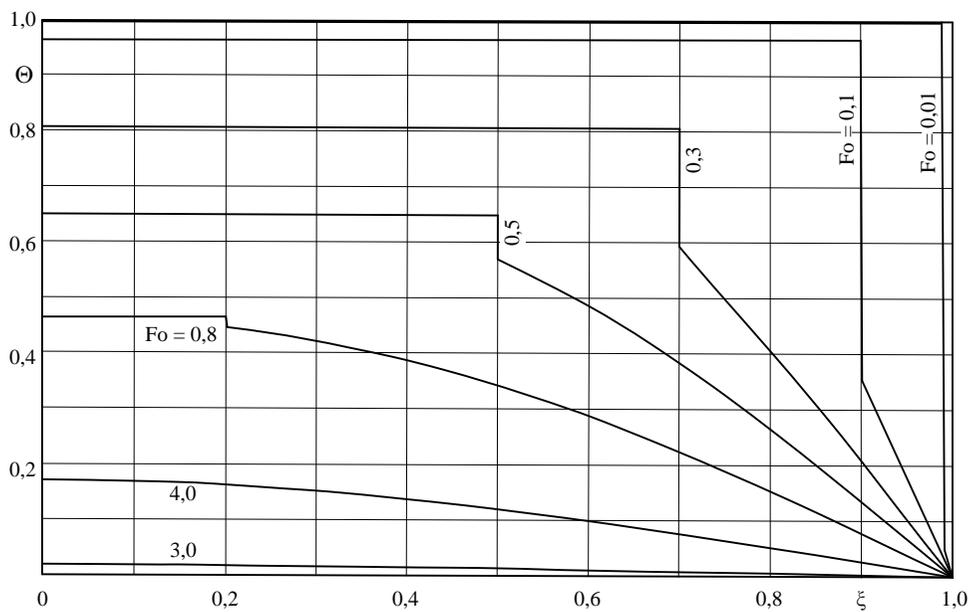


Рис. 8. Изменение напряжения по длине проводника:
 $F_1 = F_2 = 10; n = 1000$

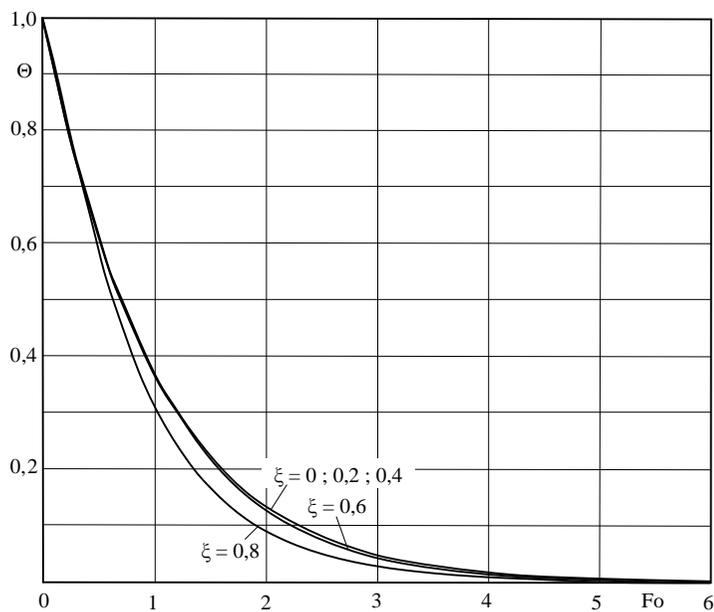


Рис. 9. Изменение напряжения во времени: $F_1 = F_2 = 100; n = 1000$

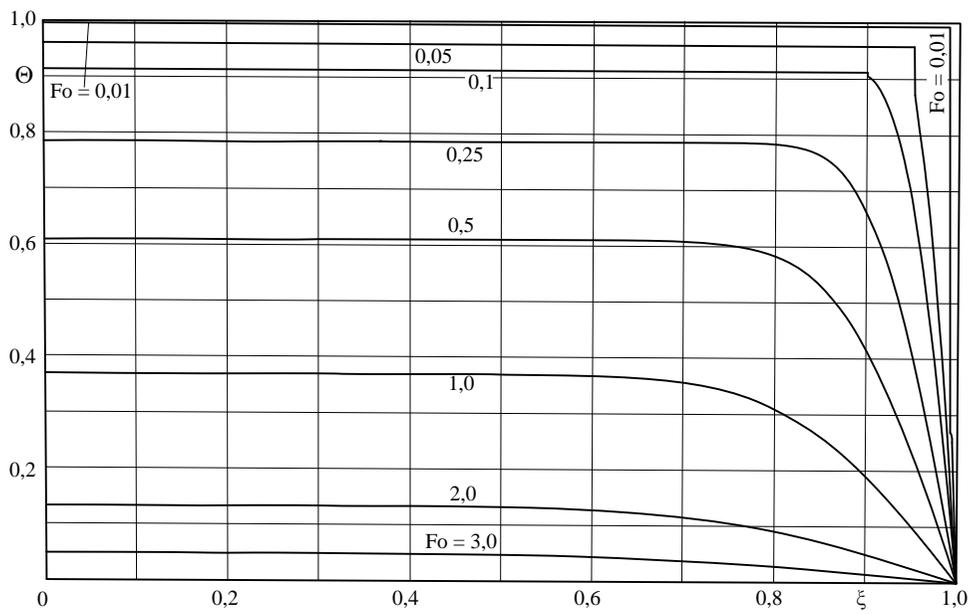


Рис. 10. Изменение напряжения по длине проводника:
 $F_1 = F_2 = 100; n = 1000$

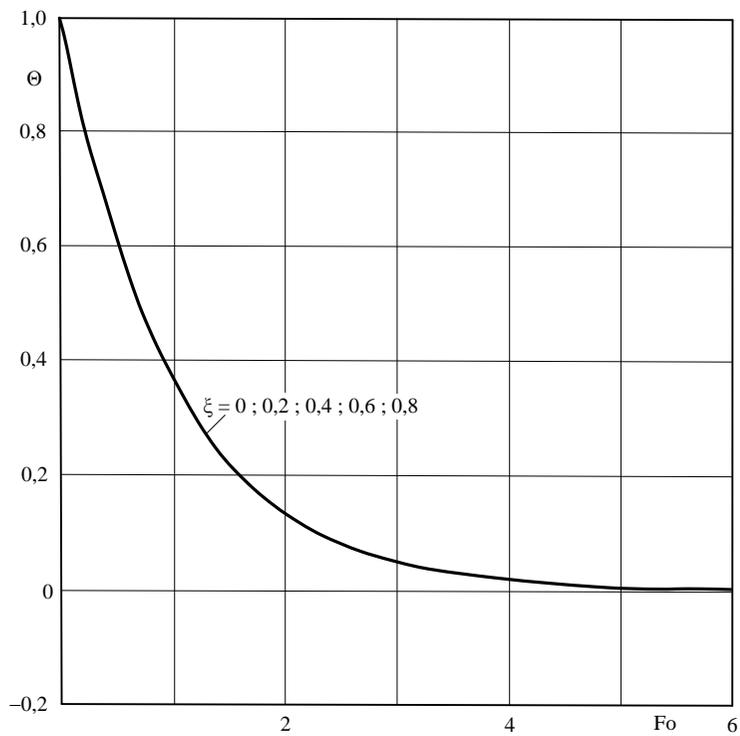


Рис. 11. Изменение напряжения во времени:
 $F_1 = F_2 = 75000; n = 1000$

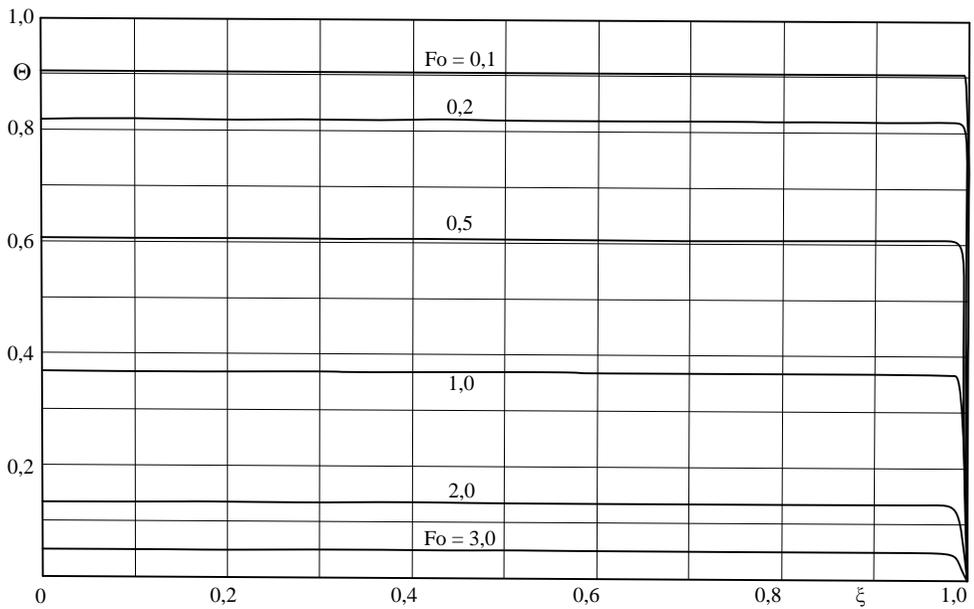


Рис. 12. Изменение напряжения по длине проводника:
 $F_1 = F_2 = 75000$; $n = 1000$

В случае, когда безразмерные комплексы F_1 и F_2 не равны нулю, колебания напряжения будут затухающими вплоть до достижения нулевого значения напряжения, заданного граничным условием (13). И, в частности, на рис. 3 и 4 приведены результаты расчетов при $F_1 = F_2 = 0,1$, из анализа которых следует, что скачкообразное изменение напряжения в прямой и обратной волнах сохраняется.

С увеличением F_1 и F_2 ($F_1 = F_2 = 1,0$; см. рис. 5, 6) колебательный процесс смещается в область положительных значений напряжений. При $F_1 = F_2 = 10$ после достижения фронтом волны конца проводника ($\xi = 0$) скачки напряжения прекращаются и при дальнейшем увеличении F_0 напряжение монотонно уменьшается вплоть до $U = 0$ при $F_0 \approx 4$ (см. рис. 7, 8).

При $F_1 = F_2 = 100$ скачки напряжения прекращаются уже при $\xi = 0,85$, и в дальнейшем уменьшение напряжения вплоть до нулевого его значения происходит практически при отсутствии градиента напряжения по длине проводника (см. рис. 9, 10). И при каких-то больших значениях F_1 и F_2 ($F_1 = F_2 = 75000$) падение напряжения в проводнике происходит без скачков и при отсутствии градиента напряжений по длине проводника (см. рис. 11, 12).

Выводы

1. Анализ точного аналитического решения телеграфного уравнения (9), представленного в безразмерном виде, позволяет заключить, что при малых значениях безразмерных комплексов F_1 и F_2 изменение напряжения по длине проводника происходит скачкообразно со сменой знака напряжения в прямой и обратной волнах вплоть до полного затухания колебаний.

2. С увеличением F_1 и F_2 происходит смещение колебательного процесса в область положительных значений напряжения. При этом его скачкообразное изменение происходит лишь на части длины проводника, а на оставшейся длине напряжение уменьшается практически при отсутствии градиента напряжения по пространственной переменной.

3. При дальнейшем увеличении F_1 и F_2 изменение напряжения происходит без скачков и при отсутствии градиента напряжений по длине проводника.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.–Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1951. – 659 с.
2. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1969. – 287 с.
3. Кудинов И.В., Кудинов В.А. Аналитические решения параболических и гиперболических уравнений теплопереноса. – М.: ИНФРА-М, 2013. – 391 с.
4. Кабисов К.С., Камалов Т.Ф., Лурье В.А. Колебания и волновые процессы: Теория. Задачи с решениями. – М.: Ком-Книга, 2010. – 360 с.

Статья поступила в редакцию 14 января 2017 г.

RECEIVING AND RESEARCH OF THE ANALYTICAL SOLUTION OF THE CABLE EQUATION FOR CONDUCTORS WITH THE DISTRIBUTED PARAMETER

I.V. Kudinov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

On the basis of a method of variables separation the exact analytical solution of a telegraph equation concerning tension for the long line with uniformly distributed parameters is received (inductance, resistance, capacities and leak of electricity through insulation). Researches of the decision allowed to draw a conclusion that movement of an electricity in the conductor happens in a wave mode, at the front which watches voltage surge (current intensity). Existence of a saltus testifies to the infinite value of a potential gradient of required function in this point. After achievement the wave front of the opposite end of the conductor watches backward wave with a saltus of an opposite sign. Eventually the vibration amplitude of straight lines and backward waves decreases up to total attenuation of oscillatory process. In case of some great values of the pure resistance spasmodic voltage variation is watched only in case of small values of time on initial sections of the conductor and stops before timepoint in case of which the wave front reaches the opposite end of the conductor. With increase in time tension on the conductor's length monotonically (without saltuses) decreases up to establishment of an equilibrium (stationary) status when tension in all points of the conductor is identical and invariable in time.

Keywords: telegraph equation, exact analytical decision, distributed parameters, wave oscillations, front of perturbation, gallop of required function, the infinite speed of distribution of potentials.

УДК 697.341

УПРАВЛЕНИЕ ТЕПЛОВЫМ РЕЖИМОМ ЗДАНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГНОЗИРУЮЩИХ МОДЕЛЕЙ

О.Ю. Марьясин¹, А.С. Колодкина²

¹Ярославский государственный технический университет
Россия, 150023, г. Ярославль, Московский пр-т, 88

²Ярославский промышленно-экономический колледж
Россия, 150023, г. Ярославль, ул. Гагарина, 8

Рассмотрена задача энергоэффективного управления тепловым режимом зданий. Предлагается подход, основанный на декомпозиции общей задачи управления на две подзадачи. Задача верхнего уровня – определение оптимального количества тепла, необходимого для поддержания требуемого теплового режима здания. Задача нижнего уровня – выработка заданного количества тепла путем изменения параметров теплоносителя (температуры, расхода). Для решения задачи верхнего уровня предлагается использовать MPC-подход. Для реализации данного подхода были разработаны математические модели теплового режима здания и системы теплоснабжения. В результате сравнения различных алгоритмов управления установлено, что использование MPC-регуляторов обеспечивает наилучшее качество управления и наибольшую энергоэффективность.

Ключевые слова: система теплоснабжения, управление тепловым режимом зданий, математическая модель, MPC, MATLAB, Simulink.

Важную роль в решении проблемы энергосбережения в системах теплоснабжения зданий играют автоматизированные индивидуальные тепловые пункты (ИТП), осуществляющие погодозависимое управление теплоснабжением. ИТП действительно позволяют сэкономить значительное количество тепла за счет учета изменения температуры воздуха снаружи здания, и даже учесть индивидуальные характеристики здания путем подстройки температурного графика. Но множество факторов, влияющих на температуру внутри помещений, таких как инфильтрация наружного воздуха, солнечная радиация, производственные и бытовые тепловыделения, остаются неучтенными и приводят к отклонению температурного режима помещений от требуемого. Поэтому основным показателем, необходимым для определения комфортного температурного режима, будет оставаться температура внутри помещений.

Учитывая современные тенденции снижения стоимости потребительской электроники и микропроцессорной техники и повышения уровня автоматизации и интеллектуализации инженерных систем зданий, можно утверждать, что необходимым дополнением к автоматизированным ИТП должны стать системы мониторинга температуры внутри помещений здания. Они могут отслеживать температуру внутри помещений, где люди находятся длительное время, или только в отдельных «контрольных помещениях». Все чаще такие системы бывают уже встроены в современные системы отопления, вентиляции и кондиционирования (ОВК или HVAC, как их называют на Западе).

*Олег Юрьевич Марьясин (к.т.н., доц.), доцент кафедры кибернетики.
Анна Сергеевна Колодкина, преподаватель.*

Новые тенденции дают возможность совершенствования систем управления инженерным оборудованием зданий. В частности, вместо традиционных ПИД-регуляторов с изменением задания по температурным графикам для управления тепловым режимом помещений могут использоваться более сложные алгоритмы автоматического и оптимального управления.

В западных публикациях широко представлены работы, в которых для управления микроклиматом зданий предлагаются системы адаптивного и оптимального регулирования, системы на базе нечеткой логики и с использованием нейросетевых и генетических алгоритмов. Обзор таких работ можно найти, например, в [1]. В западной научной прессе [2] в последнее время активно обсуждается подход, использующий прогнозирующие модели для управления температурным режимом зданий, – Model Predictive Control (MPC). Этот подход уже давно хорошо зарекомендовал себя при применении в других областях, например в нефтехимии [3]. К сожалению, в нашей стране данный подход практически неизвестен широкой научной общественности.

К достоинствам MPC-подхода можно отнести то, что оптимальный регулятор, синтезированный в соответствии с данным подходом, обеспечивает отсутствие в системе статической ошибки, соблюдение ограничений на управляющие и выходные переменные и обеспечивает компромисс между робастностью и качеством регулирования. Однако, как и большинство оптимальных систем, он требует знания модели объекта управления. И здесь достоинством MPC-подхода является то, что поскольку он реализует закон управления с обратной связью по состоянию и управление рассматривается и реализуется на очень коротком промежутке времени, то для синтеза управления достаточно использовать лишь приближенные, линейные модели.

Авторами предлагается подход к решению задачи управления тепловым режимом зданий, основанный на декомпозиции общей задачи оптимального управления на две более простые задачи. Первая задача – определение оптимального количества тепла, необходимого для поддержания требуемого теплового режима здания. Вторая – выработка заданного количества тепла путем изменения параметров теплоносителя (температуры, расхода). Таким образом, в данном случае система оптимального управления тепловым режимом здания будет включать два уровня иерархии. На верхнем уровне решается первая задача, и в результате ее решения определяются параметры теплоносителя, которые передаются на нижний уровень управления. Для решения задачи верхнего уровня предлагается использовать MPC-подход. На нижнем уровне решается задача получения тепла в соответствии с заданным значением, полученным от верхнего уровня. Для систем водяного отопления это задача автоматического управления ИТП, для систем воздушного отопления это задача подогрева воздуха в системе вентиляции/кондиционирования.

В качестве критерия оптимальности в задаче верхнего уровня используется критерий типа

$$J = \int_{t_0}^{t_1} [[T(t) - T_3]^T Q [T(t) - T_3] + q(t)^T R q(t)] dt, \quad (1)$$

где $T(t)$ – температура воздуха внутри здания;
 $T_3(t)$ – заданная температура в здании;
 q – тепло, полученное от системы теплоснабжения здания;
 Q – неотрицательно-определенная матрица;

R – положительно-определенная матрица.

Матрицы Q и R определяют требования к качеству процесса управления и экономии тепла.

Концептуально предлагаемый подход описывается схемой, показанной на рис. 1. Применение такой схемы для решения задач управления различными процессами с использованием MPC-подхода на верхнем уровне управления обсуждается, например, в работе [4]. Такие системы в зарубежной литературе описываются термином *plantwide optimization*. Рассматриваемая авторами структурная схема системы управления тепловым режимом показана на рис. 2, где $T(t)$ – температура внутри помещения, $T_T(t)$ – температура теплоносителя, $T_3(t)$ – задание по температуре внутреннего воздуха, $T_{T3}(t)$ – задание по температуре теплоносителя. Вместо температуры теплоносителя может регулироваться расход теплоносителя или оба параметра одновременно. Это зависит от типа системы отопления и того, какой из методов регулирования тепла (качественный, количественный или качественно-количественный) является предпочтительным.

HVAC-система на рис. 2 представляет собой, например, систему отопления с автоматизированным ИТП. В этом случае внутренний контур – это контур регулирования по температуре прямой/обратной воды в ИТП. Внешний контур на рис. 2 – это контур регулирования температуры внутри помещения, компенсирующий влияние таких возмущений, как изменение температуры воздуха снаружи здания, инфильтрация наружного воздуха, влияние солнечной радиации, производственных и бытовых тепловыделений.

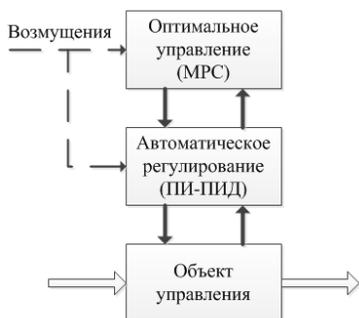


Рис. 1. Двухуровневая схема оптимального управления

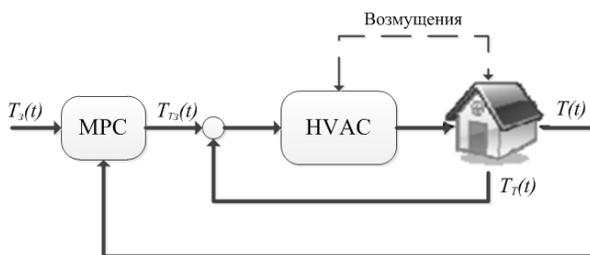


Рис. 2. Функциональная схема системы управления тепловым режимом

Из литературных источников, в которых двухуровневая схема с использованием MPC-подхода на верхнем уровне применяется для решения задачи управления тепловым режимом здания, авторам удалось найти лишь работу [5]. Представленная в работе [5] структура системы управления температурным режимом отличается от схемы, показанной на рис. 2, тем, что оба контура, на верхнем и нижнем уровне, используют одну и ту же выходную переменную – температуру внутри помещения $T(t)$. При этом в работе [5] не раскрывается, что представляет собой HVAC-система. Все это вызывает вопросы относительно возможности реализации системы, описанной в работе [5], на практике.

Для реализации предложенного подхода авторы разработали математические модели для каждого из уровней управления. На верхнем уровне это модель теп-

лового режима здания, на нижнем уровне – модель системы теплоснабжения здания.

Для целей управления тепловым режимом здания пригодны пока только динамические модели с сосредоточенными параметрами. Использование математических моделей с распределенными параметрами в настоящее время затруднительно из-за их высокой вычислительной сложности. Более перспективным подходом, по мнению авторов, является использование секционных математических моделей, включающих математические модели теплового режима отдельных частей здания, секций или помещений и складывающихся затем в полную математическую модель всего здания.

Авторами предложена математическая модель теплового режима помещения, в основу которой положено уравнение теплового баланса здания в виде

$$\sum_{i=1}^N [Q_{oti} + Q_{венпи} + \sum_{j=1}^n Q_{радиj} + \sum_{k=1, k \neq i}^S Q_{секик} + Q_{бытi} - Q_{венуi} - \sum_{j=1}^n Q_{огрj} - \sum_{j=1}^n Q_{инфij}] = 0, \quad (2)$$

где N – число секций (помещений) здания;

Q_{oti} – тепло, полученное от системы отопления i -той секции;

$Q_{венпи}$ – тепло, полученное от системы вентиляции i -той секции;

n – число ограждающих конструкций помещения;

$Q_{радиj}$ – тепло от проникающей в помещение солнечной радиации через j -тую ограждающую конструкцию для i -той секции;

S – число секций, находящихся по соседству с i -той секцией;

$Q_{секик}$ – тепло, полученное от секции k , находящейся по соседству с i -той секцией;

$Q_{бытi}$ – бытовые тепlopоступления i -той секции (от людей, оборудования и т. д.);

$Q_{венуi}$ – тепло, удаляемое системой вентиляции из i -той секции;

$Q_{огрj}$ – тепlopотери через j -тую ограждающую конструкцию i -той секции;

$Q_{инфij}$ – тепlopотери на инфильтрацию воздуха через j -тую ограждающую конструкцию i -той секции.

Динамика теплового режима одной секции здания (помещения) без учета инфильтрации, радиационных и бытовых тепловыделений из уравнения (2), но с учетом термических масс ограждающих конструкций может быть описана как

$$c_{ози} \rho_{ози} V_{ози} \frac{dT_{ози}}{dt} = \alpha_{оzij} F_{оzij} (T_i - T_{оzij}) - k'_{оzij} F_{оzij} (T_{оzij} - T_{ниj}), \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, n;$$

$$c \rho V_i \frac{dT_i}{dt} = k_{оmi} F_{оmi} (T_{оmi} - T_i) + c G_{ni} (T_{ni} - T_i) + \sum_{k=1, k \neq i}^S c G_{ki} (T_k - T_i) Q_{отви} - \quad (3)$$

$$- c G_{yi} (T_{yi} - T_i) - \sum_{j=1}^n \alpha_{оzij} F_{оzij} (T_i - T_{оzij}), \quad i=1, \dots, N,$$

где $c_{ози}$ – теплоемкость j -той ограждающей конструкции, Дж/кг $^{\circ}$ C;

$\rho_{ози}$ – плотность j -той ограждающей конструкции, кг/м 3 ;

V_{oji} – объем j -той ограждающей конструкции, м³;
 T_{ojij} – температура внутренней стенки j -ой ограждающей конструкции,
 °С;

α_{ojij} – коэффициент теплоотдачи с внутренней поверхности стены j -той ограждающей конструкции, Вт/м²°С;

F_{ojij} – площадь j -той ограждающей конструкции i -той секции, м²;

T_i – температура внутри помещения i -той секции, °С;

k'_{ojij} – коэффициент теплопередачи j -той ограждающей конструкции от внутренней поверхности ограждающей конструкции к наружному воздуху, Вт/м²°С;

T_{nij} – температура воздуха снаружи здания T_n или температура внутри соседнего помещения, °С;

c – теплоемкость воздуха, Дж/кг°С;

ρ – плотность воздуха, кг/м³;

V_i – объем i -той секции, м³;

k_{omi} – коэффициент теплопередачи отопительного прибора, кВт/м²°С;

F_{omi} – поверхность отопительных приборов i -той секции, м²;

T_{omi} – температура в системе отопления i -той секции, °С;

G_{ni} – расход приточного воздуха на вентиляцию i -той секции, кг/ч;

T_{ni} – температура приточного воздуха i -той секции, °С;

G_{ki} – расход воздуха из k -той в i -тую секцию, кг/ч;

T_k – температура воздуха k -той секции, °С;

G_{yi} – расход удаляемого воздуха из i -той секции, кг/ч;

T_{yi} – температура удаляемого воздуха из i -той секции, °С.

Взяв за основу математическую модель (3), авторы разработали компьютерную модель теплового режима помещения в системе Simulink пакета программ MATLAB [6]. При реализации модели теплового режима помещения были использованы теплотехнические компоненты раздела Thermal библиотеки Simscape.

Системы теплоснабжения зданий состоят из множества компонентов, основными из которых являются отопительные приборы, теплообменники, насосы, трубопроводы, запорные и регулирующие клапаны, приборы автоматического контроля и регулирования. Эти компоненты функционируют на основе законов гидравлики, теплотехники, механики, электротехники и уравнений материального и теплового балансов.

Авторы разработали математические модели основных элементов системы теплоснабжения [7] в форме систем обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений. В качестве основы модели системы теплоснабжения используется модель секционного отопительного прибора (радиатора) как наиболее распространенного в России. Радиатор можно рассматривать как теплообменник «вода – воздух», действующий по принципу противотока. Поскольку скорость движения воздуха в помещении пренебрежимо мала по сравнению со скоростью течения воды, а температура воздуха принимается одинаковой по высоте радиатора и квазипостоянной по времени, то уравнением относительно воздуха можно пренебречь. Тогда уравнения математической модели для одной секции радиатора с учетом тепловой емкости стенки могут быть записаны как

$$\frac{dT_i}{dt} = -\frac{v}{h} (T_{ei} - T_{ei0}) - R(T_{ei} - T_{cmi}), i=1, \dots, r,$$

(4)

$$\frac{dT_{cmi}}{dt} = R_{1cm}(T_{ei} - T_{cmi}) - R_{2cm}(T_{cmi} - T_n), i=1, \dots, r,$$

где r – число секций;

T_{ei} – температура воды внутри i -той секции, °C;

T_{ei0} – температура воды на входе i -той секции, °C;

v – скорость воды, м/с, $v = G/(\rho S)$;

G – массовый расход воды, кг/с;

ρ – плотность воды, кг/м³;

S – площадь поперечного сечения секции, м²;

h – высота секции, Вт/м³°C, м;

R – коэффициент, $R = \alpha_l \Pi / (Sc\rho)$;

α_l – коэффициент теплоотдачи от воды к стенке;

Π – периметр, м;

c – теплоемкость воды, кДж/кг°С;

T_{cmi} – температура стенки i -той секции, °C;

R_{1cm} , R_{2cm} – коэффициенты, $R_{1cm} = \alpha_1 \Pi / (S_{cm} c_{cm} \rho_{cm})$, $R_{2cm} = \alpha_2 \Pi / (S_{cm} c_{cm} \rho_{cm})$;

α_2 – коэффициент теплоотдачи от стенки к воздуху, Вт/м³°C;

S_{cm} – площадь поперечного сечения стенки, м²;

c_{cm} – теплоемкость стенки, кДж/кг°С;

ρ_{cm} – плотность стенки, кг/м³; T_n – температура в помещении, °C.

Модели отопительного прибора и других элементов системы теплоснабжения реализованы в системе Simulink пакета MATLAB, что позволило исследовать статические и динамические характеристики оборудования и выявить их зависимость от конкретных физических параметров. На этой основе созданы модели системы отопительных приборов (стояка отопления) для однотрубных и двухтрубных схем, которые, в свою очередь, используются в моделях ИТП с зависимой и независимой схемой присоединения системы отопления к центральной тепловой сети. На рис. 3 приведена блок-диаграмма Simulink, моделирующая работу однотрубной системы отопления с тремя стояками с зависимой схемой присоединения к центральной тепловой сети.

На рис. 3 блоки подсистем (Subsystem...Subsystem14) включают блок-диаграммы, основанные на модели (4) отопительного прибора. Подобным образом могут быть промоделированы системы отопления с любым количеством стояков для зданий любой этажности.

Для общественных и производственных зданий снижение температуры в помещениях в нерабочее время суток, в выходные и праздничные дни дает возможность существенно уменьшить потребление энергоресурсов. Для этого применяют «прерывистое» отопление – с временным понижением подачи тепла или полным отключением от системы центрального отопления. Реализация «прерывистого» режима отопления предполагает возможность изменения подачи тепла (расхода или температуры теплоносителя) в системе отопления по заданной программе. При этом экономия тепла должна сочетаться с требованиями сохранения допустимых тепловых и гидравлических режимов системы отопления.

Для проверки предложенного выше подхода к решению задачи управления тепловым режимом зданий, а также выявления подходящих алгоритмов реализации «прерывистого» режима и определения размеров получаемой при этом экономии авторами разработаны компьютерные модели в системе Simulink пакета программ MATLAB.

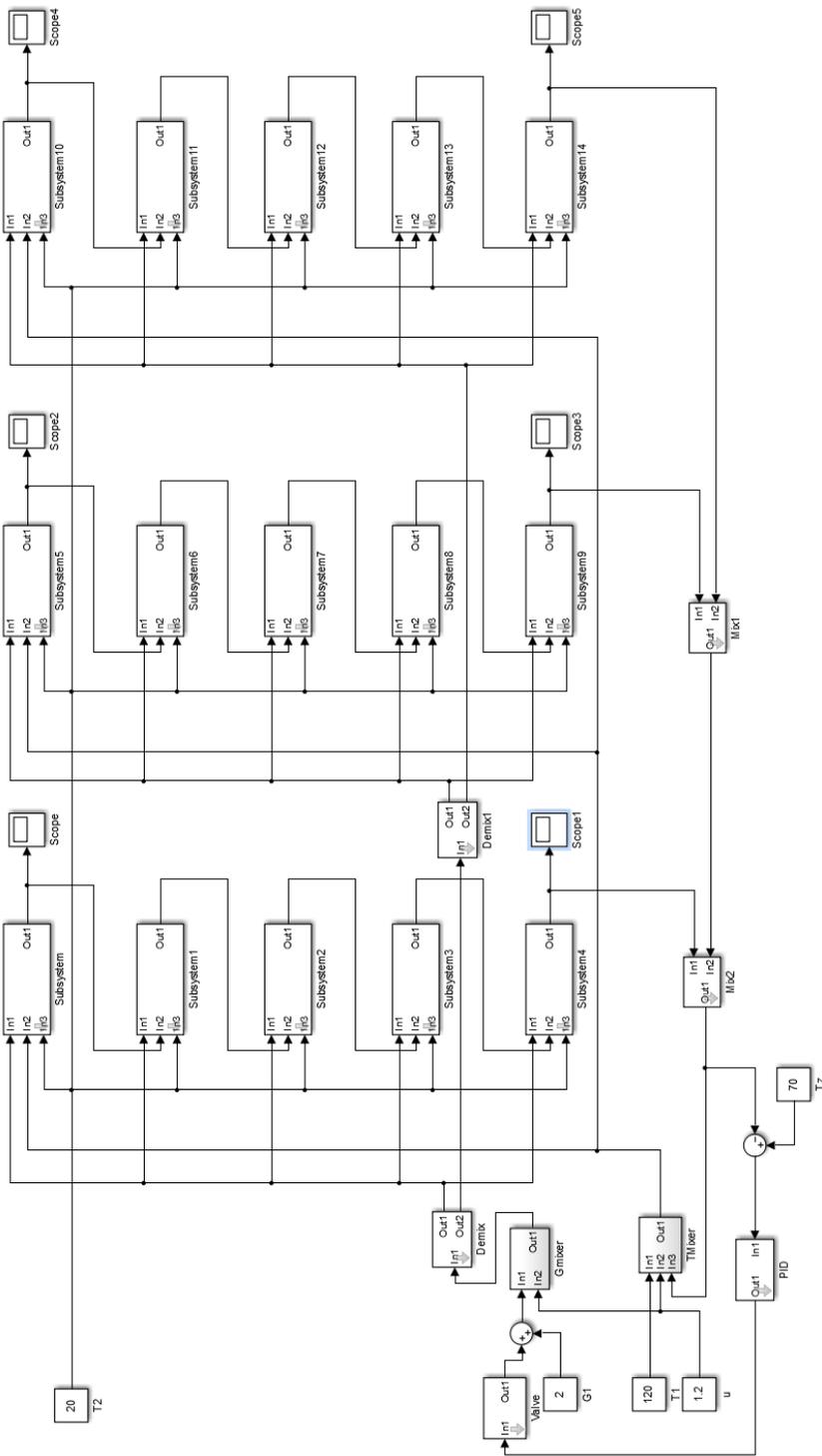


Рис. 3. Блок-диаграмма Simulink однотрубной системы отопления с зависимой схемой присоединения

Данные компьютерные модели включают следующие основные подсистемы: модель теплового режима здания, основанную на модели (3), подсистему, моделирующую систему теплоснабжения, подобную показанной на рис. 3, и подсистему, моделирующую систему автоматического управления теплоснабжением с использованием различных видов регуляторов. Блок-диаграмма Simulink системы автоматического регулирования теплового режима помещения с MPC-регулятором, реализующая «прерывистый» режим отопления в ночное время с 0 до 6 часов, показана на рис. 4.

В схеме на рис. 4 подсистема House содержит блок-диаграмму модели теплового режима здания, построенную с использованием теплотехнических компонентов Thermal библиотеки Simscape. Основу модели составляют параллельные цепочки элементов, представляющие передачу тепла через ограждающие конструкции (стены, окна, пол и потолок (крышу)). Каждая цепочка включает в себя конвективный теплообмен между наружным воздухом и ограждающей поверхностью, передачу тепла теплопроводностью через ограждающую поверхность и конвективный теплообмен между ограждающей поверхностью и внутренним воздухом помещения. Выходным сигналом подсистемы является температура воздуха внутри контрольных помещений здания.

Подсистема Heating system моделирует работу однотрубной системы отопления с верхней разводкой с зависимой схемой присоединения к центральной тепловой сети. Подсистема включает внутренний контур регулирования по температуре обратной воды из системы отопления. Регулирование осуществляется по качественному методу путем изменения степени открытия трехходового регулирующего клапана. Подсистема Heating system имеет выход Heat Cost, который может использоваться для определения суммарного количества тепла, затраченного на обогрев здания.

В качестве регулятора верхнего уровня в системе управления используется MPC-регулятор (блок MPC Controller). Данный регулятор использует модель объекта управления, включающую модель теплового режима задания и модель системы отопления, полученную путем линеаризации представленной компьютерной модели. На вход MPC-регулятора заводится значение температуры наружного воздуха, которая выступает в качестве основного контролируемого возмущения для системы. Подобным образом, за счет усложнения регулятора могут быть учтены и другие контролируемые возмущения. Прогнозирующие свойства MPC-регулятора позволяют эффективно подавлять контролируемые возмущения, учитываемые в модели. Задание регулятора по температуре внутреннего воздуха в рабочее время равно 20 °С. Задание регулятора в ночное время с 0 до 6 часов снижается с 20 до 16 °С. MPC-регулятор не является адаптивной системой, но с помощью настройки можно добиться повышения робастности системы к воздействию неконтролируемых возмущений за счет некоторого ухудшения качества работы системы регулирования [8].

С полученными компьютерными моделями были проведены различные численные эксперименты. В частности, для сравнения различных алгоритмов, реализующих «прерывистый» режим отопления, авторы провели численные эксперименты для трех различных вариантов системы управления на верхнем уровне. На рис. 5 показаны полученные переходные процессы изменения температуры в помещении в течение 48 часов (двух суток).

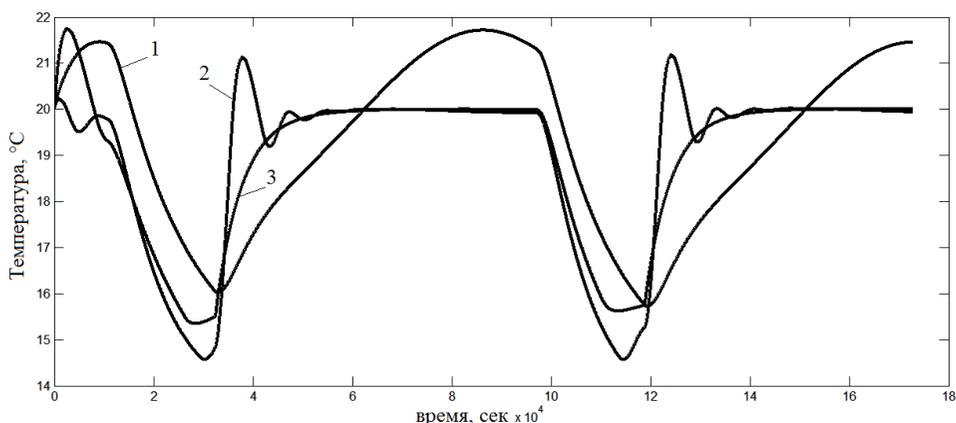


Рис. 5. Переходные процессы различных алгоритмов, реализующих «прерывистый режим» отопления:
 1 – с двухпозиционным регулятором; 2 – с ПИД-регулятором; 3 – с MPC- регулятором

Переходный процесс в замкнутой системе с двухпозиционным (релейным) регулятором имеет затянутый характер, с наличием «перетопов», когда температура в помещении поднимается выше 20 °С. Это приводит к дополнительным потерям тепла – около 8 %. Анализ графиков показывает, что MPC-регулятор позволяет получить по сравнению с другими алгоритмами наилучшее качество регулирования при высокой экономии тепла.

Полученные математические модели и алгоритмы были использованы при выборе алгоритма, реализующего «прерывистый» режим отопления в здании корпуса «Д» Ярославского технического университета. Этот корпус в настоящее время служит полигоном для испытания различных энергосберегающих инновационных проектов, реализованных в рамках мероприятия «Решение комплексных проблем по приоритетному направлению «Энергоэффективность, энергосбережение, ядерная энергетика»: разработка интеллектуальных энергоэффективных систем для производства и потребления энергоресурсов» программы стратегического развития вуза.

Испытания показали, что при реализации «прерывистого» режима отопления обеспечивается экономия тепла около 20 % по сравнению с системой без «прерывистого» регулирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Dounis A.I. and Caraiscos C.* Advanced control systems engineering for energy and comfort management in a building environment: A review. *Renew. Sust. Energ. Rev.*, 13(7), 2009. – 1246-1261 pp.
2. *Wang L.* Model Predictive Control System Design and Implementation using MATLAB. Springer-Verlag London Limited, 2009, 396 pp.
3. *Morari M. and Lee J.* Model predictive control: past, present and future, *Computers and Chemical Engineering*, vol. 23, 1999. – 667-682 pp.
4. *Scatolini R.* Architectures for distributed and hierarchical Model Predictive Control – A review. *Journal of Process Control*, 19, 2009, 723-731 pp.
5. *Barata F.A., Igreja J.M., Neves-Silva R.* Model predictive control for thermal house comfort with limited energy resources. In: 10th Portuguese Conference on Automatic Control, Funchal, Portugal, 2012. – 146-151 pp.
6. *Колодкина А.С., Марьясин О.Ю.* Компьютерное моделирование системы автоматического управления тепловым режимом здания // Тр. 26-й Междунар. науч. конф. «Математические методы в технике и технологиях». Т. 1. Нижний Новгород: Нижегород. гос. техн. ун-т, 2013. – С. 69-71.

7. Колодкина А.С., Марьясин О.Ю. Математическое моделирование элементов системы тепло-снабжения зданий // Тр. 25-й Междунар. науч. конф. «Математические методы в технике и технологиях». Т. 8. Волгоград: Волгогр. гос. техн. ун-т, 2012. – С. 50-53.
8. Kothare M.V., Balakrishnan V., Morari M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*, 32, 1996, 1361-1379 pp.

Статья поступила в редакцию 13 января 2017 г.

MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR BUILDING TEMPERATURE REGULATION

O.Yu. Maryasin¹, A.S. Kolodkina²

¹Yaroslavl State Technical University
88, Moscow avenue, Yaroslavl, 150023, Russian Federation

²Yaroslavl Industrial and Economical College
8, Gagarin st., Yaroslavl, 150023, Russian Federation

The paper deals with the problem of energy efficient thermal management of buildings. The approach based on the decomposition of the general task into two subtasks is proposed. Top level task is to determine the optimal amount of heat required to maintain the desired thermal regime of the building. The object of the lower level is the generation of heat by changing the heat medium parameters (temperature, flow rate). To solve the problem of the upper level the use of MPC-approach is proposed. To implement this approach mathematical models of the thermal regime of buildings and the heating system were developed. As a result comparison of different control algorithms that provides the best quality control and the highest energy efficiency is found by the use of MPC-controllers.

Keywords: *heat supply system, temperature control in buildings, mathematical model, MPC, MATLAB, Simulink.*

*Oleg Yu. Maryasin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Anna S. Kolodkina, Teacher.*

УДК 621.311.23.26

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОБМЕНА В РЕАКЦИОННОМ ЭЛЕМЕНТЕ СИСТЕМЫ ТЕРМОХИМИЧЕСКОЙ РЕГЕНЕРАЦИИ ТЕПЛОТЫ*Д.И. Пащенко, О.И. Частикова, А.А. Михедов*Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассмотрены наиболее частые причины снижения КПД высокотемпературных теплотехнологических установок и пути его увеличения. Рассмотрен один из способов повышения энергоэффективности таких установок – термохимическая регенерация. Приведено схематическое изображение реакционного элемента системы термохимической регенерации теплоты, а также описаны принципы его работы. Приведены системы дифференциальных уравнений для нестационарного процесса в термохимическом реакторе и принятые допущения для них. Составлен анализ химической кинетики уравнений, рассмотрены факторы, влияющие на протекание механизма конверсии метана. Приведены результаты численного расчета, показывающие распределение температур греющих дымовых газов по длине реакционного элемента, скорость и степень конверсии метана, а также среднюю величину невязки теплового баланса.

Ключевые слова: конверсия природного газа, математическое моделирование, материальный и тепловой баланс, регенерация теплоты, теплообмен, термохимический реактор, энергосбережение.

Наиболее энергоемкие процессы в теплоэнергетике приходится на долю высокотемпературных теплотехнологических установок (ВТУ), являющихся одними из основных потребителей топлива в стране. В большинстве случаев ВТУ работают с весьма низким КПД (20–30 %) [1] – в основном это обусловлено большими потерями тепла с отходящими дымовыми газами, достигающими иногда 70–80 % от количества энергии, подведенной в установку топлива.

Следовательно, возникает необходимость утилизации теплоты отходящих дымовых газов. В настоящее время для этой цели используют специальные теплообменные устройства: рекуператоры, регенераторы, котлы-утилизаторы. Целесообразно осуществлять утилизацию тепла таким образом, чтобы часть тепла дымовых газов могла быть возвращена обратно в рабочее пространство ВТУ, т. е. чем выше степень регенерации, тем большая экономия может быть достигнута.

Наиболее частым применяемым в промышленности способом регенерации теплоты отходящих газов является термическая регенерация – подогрев воздуха, идущего на горение, в результате чего увеличивается КПД установки. Часть тепла отработавших газов возвращается в рабочее пространство печи путем передачи его воздуху и/или топливу, подаваемым в печь для горения. Такой способ регенерации имеет ряд недостатков, устранить которые частично можно за счет

Дмитрий Иванович Пащенко (к.т.н.), доцент кафедры «Промышленная энергетика».

Ольга Игоревна Частикова, студент.

Александр Александрович Михедов, студент.

использования термохимической регенерации теплоты.

Сущность термохимической регенерации (ТХР) тепла отходящих дымовых газов заключается в использовании их физической теплоты для предварительной эндотермической переработки исходного топлива, которое при этом получает больший запас химически связанного тепла и нагревается до высокой температуры. Это дополнительное химически связанное и физическое тепло топлива, а также тепло нагретого дутьевого воздуха реализуется в рабочей камере печи, что обеспечивает соответствующее повышение ее температурного уровня и снижение удельного расхода топлива.

Основным узлом системы термохимической регенерации является термохимический реактор, представляющий собой реактор пароуглекислотной конверсии. Условием работоспособности данного аппарата является возможность осуществления глубокой конверсии метана – основного компонента природного газа. Этого можно достичь за счет наличия в реакционном пространстве эффективного катализатора и нагрева регулирующей смеси до высоких температур. Термохимическая регенерация осуществляется в термохимическом реакторе, состоящем из реакционных элементов, которые выполнены в виде труб, параллельных оси реактора и расположенных равномерно по окружности. Схематическое изображение реакционного элемента показано на рис. 1.

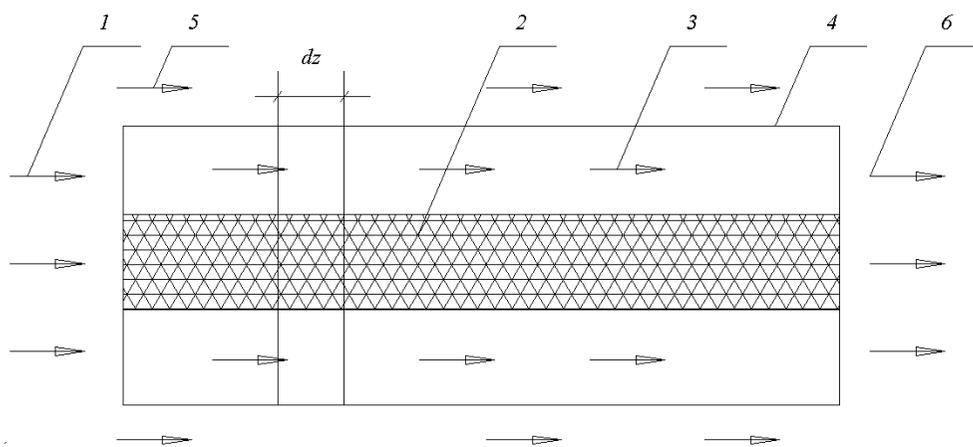


Рис. 1. Схематическое изображение реакционного элемента:

- 1 – исходная реакционная смесь; 2 – каталитическая вставка; 3 – кольцевой канал;
4 – стенка реакционного элемента; 5 – греющие дымовые газы; 6 – конвертированный газ
(синтетическое топливо)

Реакционный элемент системы термохимической регенерации состоит из металлической трубы 4 и коаксиально расположенной каталитической вставки 2, выполненной на основе оксида никеля. Реакционная смесь 1 поступает в реакционный элемент и движется в кольцевом канале 3 между трубой 4 и каталитической вставкой 2. При этом на катализаторе протекают эндотермические реакции паровой и углекислотной конверсии метана. Конвертированный газ (синтетическое топливо) 6, содержащий в качестве горючих компонентов следующие газы: водород, угарный газ, непрореагировавший метан и его гомологи, отводится в коллектор и направляется на дальнейшее использование в ВТУ в качестве топлива.

Поступив в реакционный элемент, реакционная смесь движется между наружной стенкой и каталитической вставкой. При достижении температуры,

достаточной для протекания конверсии, на катализаторе происходят эндотермические реакции паровой и углекислотной конверсии. Реакция конверсии происходит с поглощением теплоты из зоны реакции – с поверхности катализатора.

Процесс каталитической конверсии метана в реакционном элементе, изображенном на рис. 1, состоит из следующих этапов:

- 1) подвод тепла к каталитической вставке;
- 2) подвод тепла к реакционной смеси;
- 3) отвод тепла от греющих дымовых газов;
- 4) подвод исходных веществ и отвод продуктов конверсии в порах катализатора путем диффузии;
- 5) химическое превращение на активной поверхности каталитической вставки;
- 6) адсорбция газов поверхностью катализатора и химические реакции.

В общем случае для нестационарного режима процесс конверсии в термохимических реакторах описывается системой дифференциальных уравнений материального и энергетического баланса в частных производных:

$$\frac{\partial C_i}{\partial \tau} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \cdot D_y \cdot \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \cdot \frac{\partial C_i}{\partial z} \right) + \frac{\partial C_i}{\partial z} \cdot u - r_i; \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \cdot \lambda_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot u \cdot c_p - \sum r_i \cdot \Delta H_i, \quad (2)$$

- где y, z – радиальное и продольное направления изменений свойств потока;
 u – скорость потока, м;
 τ – время, с;
 λ_y и λ_z – эффективные коэффициенты теплопроводности в поперечном и продольном направлениях, Вт/(м · К);
 D_y и D_z – эффективные коэффициенты диффузии в поперечном и продольном направлениях, м²/с;
 r_i – наблюдаемая скорость реакции образования или расхода i -го вещества, моль/(кг · с);
 c_p – молярная теплоемкость, кДж/(моль · К);
 ΔH_i – суммарный тепловой эффект реакций, протекающих в процессе конверсии, кДж/моль;
 T – температура, К;
 C_i – концентрация i -го компонента, [-].

Для аналитического решения системы дифференциальных уравнений (1) – (2) с соответствующими краевыми условиями введем упрощающие допущения, не приводящие к существенным погрешностям в расчетах [2].

Согласно изначальной постановке задачи исследования рассматривается вопрос использования схемы термохимической регенерации теплоты отходящих дымовых газов в промышленных высокотемпературных теплотехнологических установках, для которых характерны постоянные тепловые нагрузки в течение длительных промежутков времени. Поэтому для упрощения системы уравнений (1) – (2) поток реакционной смеси считается стационарным. Для таких установок также можно утверждать, что скорость диффузии i -го компонента в продольном направлении (ось z) много меньше скорости движения потока. Следовательно, вторым слагаемым в правой части уравнения (1) можно пренебречь и можно считать изменение всех свойств газовой среды поперек потока незначительным

по сравнению с соответствующими продольными изменениями.

С учетом принятых допущений уравнение материального баланса (1) для реакционного элемента (см. рис. 1) может быть записано как

$$\Delta C_i = r_i \eta \rho_{cat} \frac{F_{cat}}{F_{re}} \frac{\Delta z}{u}, \quad (3)$$

где ρ_{cat} – плотность катализатора, кг/м³;
 F_{cat} и F_{re} – площадь поперечного сечения каталитической вставки и реакционного элемента соответственно, м²;
 Δz – расчетный участок, м;
 u – скорость движения реакционной смеси, м/с (принимаяем $u = const$ на участке Δz);
 η – эффективность работы катализатора.

Для реакционного элемента, изображенного на рис. 1, стационарный процесс теплообмена между каталитической вставкой, реакционной смесью, стенкой реакционного элемента описывается следующей краевой задачей:

$$u C_p \rho_g \frac{dT_g}{dz} = \alpha_{st} (T_{wall} - T_g) \frac{P_{wall}}{F_{wall}} + \alpha_{cat} (T_{cat} - T_g) \frac{P_{cat}}{F_{cat}} - \rho_{cat} \sum_{j=1}^3 (-\Delta H_j) \cdot \eta \cdot r_j, \quad (4)$$

$$\sigma_0 \zeta_{ncat} (T_{wall}^4 - T_{cat}^4) = \rho_{cat} \cdot \Delta z \sum_{j=1}^3 (-\Delta H_j) \eta_i r_i + \alpha_{cat} (T_{cat} - T_g), \quad (5)$$

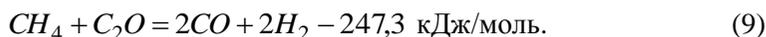
$$\alpha'_{wall} (T_{wall} - T_{fg}) S_{wall} + \sigma_0 \zeta_{nst} (T_{fg}^4 - T_{wall}^4) S_{st} = \alpha_{wall} (T_{wall} - T_g) S_{wall} + \sigma_0 \zeta_{ncat} (T_{wall}^4 - T_{cat}^4) S_{cat}, \quad (6)$$

$$T_g \Big|_{z=0} = T_{g(in)}, \quad T_{fg} \Big|_{z=0} = T_{fg(in)}, \quad (7)$$

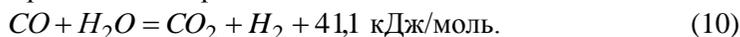
где ρ_g – плотность газовой смеси, м³/с;
 ρ_{cat} – плотность катализатора, кг/м³;
 $T_g, T_{wall}, T_{cat}, T_{fg}$ – температура реакционной смеси, стенки реакционного элемента, каталитической вставки, греющих дымовых газов, К;
 $\alpha_{wall}, \alpha_{cat}$ – коэффициенты теплоотдачи с поверхности стенки реакционного элемента к реакционной смеси и каталитической вставке, Вт/(м²·К);
 α'_{wall} – коэффициент теплоотдачи от греющих дымовых газов к стенке, Вт/(м²·К);
 ζ_{ncat} – степень черноты каталитической вставки;
 σ_0 – постоянная Стефана – Больцмана, Вт/(м²·К⁴);
 S_{cat}, S_{wall} – площадь теплоотдающей/теплопринимающей поверхности каталитической вставки и стенки, м²;
 P_{wall}, P_{cat} – периметр живого сечения реакционного элемента и каталитической вставки соответственно, м;
 F_{wall}, F_{cat} – площадь живого сечения реакционного элемента и каталитической вставки соответственно, м²;
 $T_{g(in)}, T_{fg(in)}$ – температура реакционной смеси и дымовых газов на входе соответственно, К.

Для определения скорости образования и расходования i -го компонента реакционной смеси рассмотрим химические реакции, протекающие в термохимическом реакторе (см. рис. 1). Механизм реакции конверсии метана продуктами его полного сгорания в термохимическом реакторе подробно описывается реакциями паровой и углекислотной конверсии, а также реакцией водяного газа. Та-

ким образом, для определения скорости образования и расходования того или иного газового компонента достаточно проанализировать химическую кинетику уравнений:



Реакции (7) и (8) сопровождаются реакцией водяного газа:



Кинетическая скорость реакции образования или расходования *i*-го компонента:

$$r_i = \sum R_j, \quad (11)$$

где R_j – скорость *j*-реакции, моль/(кг·с).

Зависимости для определения скоростей реакции, входящих в выражение (11), взяты из работы [4].

Важным показателем эффективности работы термохимического реактора является степень конверсии метана (χ_{CH_4}), которая показывает в общем виде, какое количество теплоты дымовых газов трансформировано в химическую энергию. Согласно термодинамическому анализу, термохимическую регенерацию целесообразно применять для повышения энергоэффективности теплотехнологических установок, если степень конверсии в термохимическом реакторе составляет больше 0,6...0,75 [6].

Исходные данные для моделирования представлены в табл. 1.

Таблица 1

Физические параметры объекта моделирования

Параметр	Значение
Внутренний диаметр реакционного элемента, м	0,06
Диаметр каталитической вставки, м	0,04
Катализатор:	Ni = 10 % (ГИАП-3)
– носитель	Al ₂ O ₃
– плотность катализатора, кг/дм ³	1,6
– эффективная площадь реакции, м ² /г	155
– общий объем пор, мл/г	0,9
Материал стенки реакционного элемента	45X25H10C2(НК-40)

В табл. 2 представлены технологические параметры объекта моделирования.

Таблица 2

Технологические параметры объекта моделирования

Параметр	Значение
Расход газовой смеси, м ³ /ч	11,304
Скорость газовой смеси, м/с	2,0
Давление газовой смеси, бар	~1
Соотношение CH ₄ : H ₂ O : CO ₂ : N ₂	1 : 0,67 : 0,33 : 2,51
Парциальные давления компонентов, бар:	
– метан (CH ₄)	0,221
– углекислый газ (CO ₂)	0,073
– водяной пар (H ₂ O)	0,147

Параметр	Значение
– азот (N ₂)	0,559
Температура метана до смешения с дымовыми газами, °С	20
Температура дымовых газов после рабочей камеры, °С	1000
Степень конверсии на выходе из реактора, [-]	0,75

Задача математического моделирования схематически изображена на рис. 2.

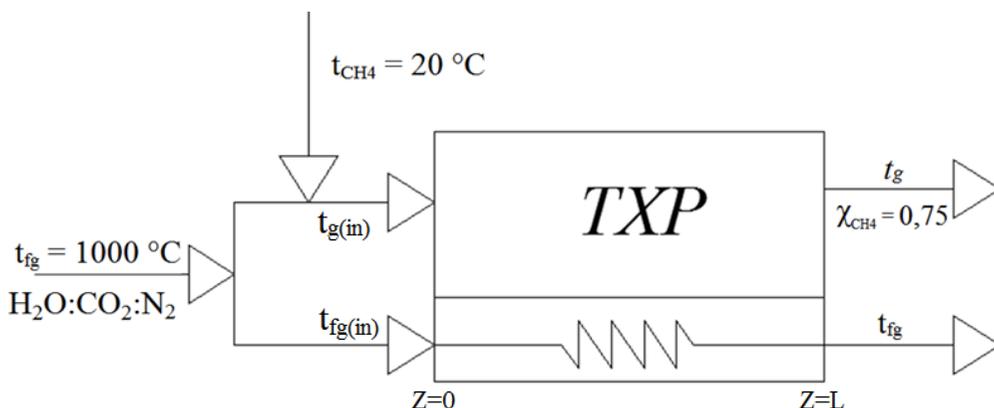


Рис. 2. Задача математического моделирования

Температуру смеси метана и дымовых газов определяем методом последовательного приближения из следующего выражения:

$$t_g = \frac{G_{fg} t_{fg} c_{p_{fg}} + G_{CH_4} t_{CH_4} c_{p_{CH_4}}}{G_g c_{p_g}}, \quad (12)$$

где t_g, t_{fg}, t_{CH_4} – температуры реакционной смеси, дымовых газов и метана соответственно, °С;

G_g, G_{fg}, G_{CH_4} – расход реакционной смеси, дымовых газов и метана соответственно, кг/с;

c_{pi} – изобарная теплоемкость, кДж/(кг · °С).

Скорость конверсии природного газа зависит от многих факторов, но решающими из них являются температура и концентрация метана в реакционной газовой смеси. В исходной реакционной смеси объемная концентрация метана равна 22,1 %. Температура на начальном участке достаточно высока при высокой концентрации метана, что обеспечивает максимальную скорость конверсии метана именно на начальном участке. По мере движения смеси по реакционному пространству скорость конверсии падает главным образом из-за снижения температуры и концентрации метана, а также за счет продуктов конверсии, в основном водорода, который тормозит реакцию. На рис. 3 показано изменение скорости конверсии метана по длине реакционного элемента, полученное численным решением уравнения (3).

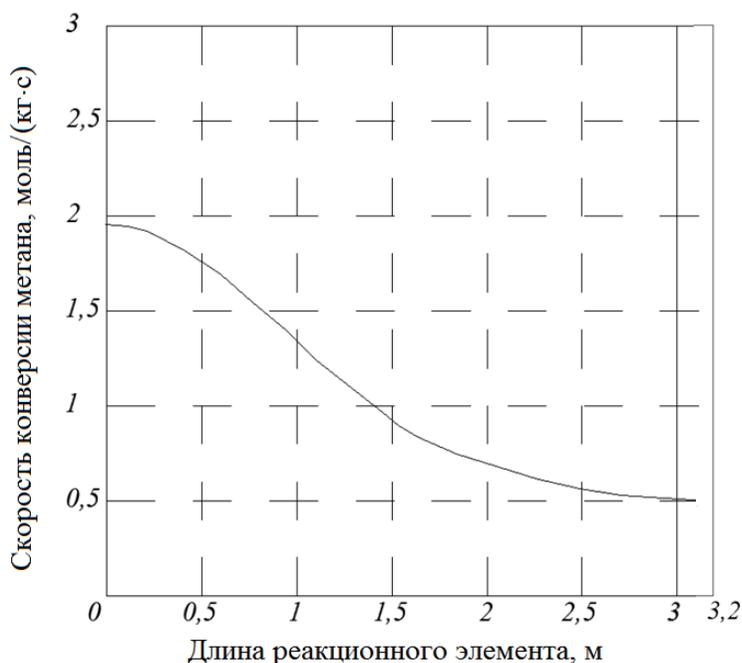


Рис. 3. Изменение скорости реакции конверсии метана по длине реакционного элемента

При прохождении реакционной смеси через реакционный элемент происходит изменение состава реакционной смеси. Степень конверсии метана определяет количество физической теплоты дымовых газов, трансформированной в химическую энергию конвертированного газа – нового синтетического топлива. Поэтому особенно важно знать изменение степени конверсии метана по длине реакционного элемента.

В соответствии с рис. 4 можно проследить, что на начальном участке реакционного элемента степень конверсии возрастает быстрее, чем на конечном участке. Это объясняется тем, что скорость конверсии метана на начальном участке гораздо больше, чем на конечном.

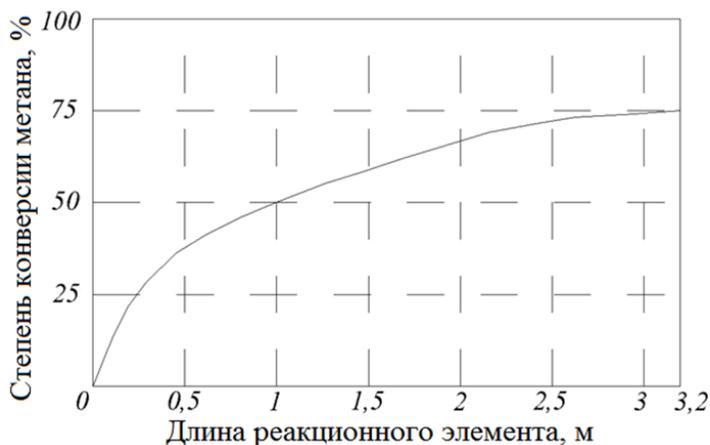


Рис. 4. Изменение степени конверсии метана по длине реакционного элемента

Распределение температур греющих дымовых газов, каталитической вставки и реакционной смеси по длине реакционного элемента, полученные из системы уравнений (4) – (6) представлены на рис. 5.

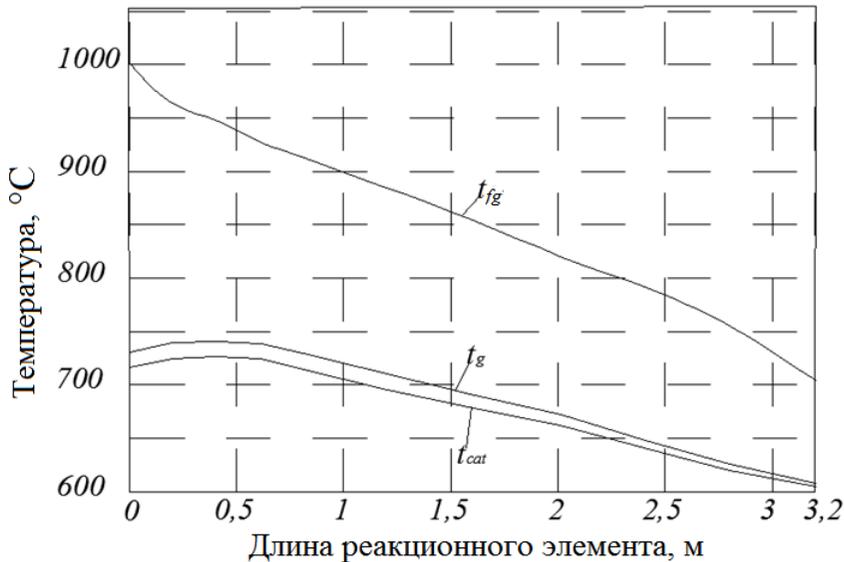


Рис. 5. Распределение температур греющих дымовых газов, каталитической вставки и реакционной смеси по длине реакционного элемента

Рис. 5 показывает, что на начальном участке реакционного элемента (0; 0,5) м происходит незначительный рост температуры реакционной смеси и каталитической вставки. Объясняется это высокой разностью температур между греющими дымовыми газами и реакционной смеси, и каталитической вставки. Далее температуры каталитической вставки и реакционной смеси равномерно снижаются до значений 608 и 603 °C соответственно. Температура греющих дымовых газов изменяется с 1000 °C на входе до 708 °C на выходе из реакционного элемента.

Правильность расчетов распределения температуры проверялась на основании составленного уравнения теплового баланса для всего реакционного элемента в целом и на элементарных участках (Δz) в частности. В общем виде интегральное уравнение теплового баланса для реакционного элемента имеет вид

$$Q_{in} = Q_{out} + Q_{conv}, \quad (13)$$

где Q_{in} — входящее в реакционный элемент тепло, Дж;
 Q_{out} — выходящее из реакционного элемента тепло, Дж;
 Q_{conv} — количество теплоты, трансформированное в химическую энергию, Дж.

Каждое из слагаемых выражения (12) определяется как

$$Q_{in} = t_g \cdot G_g \cdot c_{pg}; \quad (14)$$

$$Q_{out} = Q_{out(fg)} + Q_{out(sf)} = t_{fg} \cdot G_{fg} \cdot c_{pfg} + t_{sf} \cdot G_{sf} \cdot c_{psf}, \quad (15)$$

где t_{sf} , G_{sf} , c_{psf} — температура (°C), расход (кг/с) и теплоемкость Дж/(кг·°C) синтетического топлива соответственно;

$$Q_{conv} = \Delta H_{conv} \cdot \Delta \chi_{CH_4}, \quad (16)$$

где ΔH_{conv} – тепловой эффект общей реакции конверсии метана (7) – (9), Дж;

$\Delta \chi_{CH_4}$ – изменение степени конверсии метана на участке Δz .

Невязка теплового баланса оценивалась по выражению

$$\varepsilon = \left| \frac{(Q_{out} - Q_{conv}) - Q_{in}}{Q_{in}} \right|. \quad (17)$$

Для реакционного элемента в целом величина невязки теплового баланса составила 3,6 %. Также тепловой баланс проверялся выборочно для некоторых участков реакционного элемента. Во всех случаях был получен удовлетворительный результат.

Выводы

1. Произведено математическое моделирование процессов, протекающих в термохимическом реакторе, которые включают в себя процессы тепломассообмена и химического реагирования.

2. Разработано математическое описание процесса конверсии метана в реакционном элементе термохимического реактора. С помощью математической модели произведены численные расчеты процессов тепломассообмена при каталитической конверсии метана. Определено распределение скорости конверсии метана и степень конверсии метана по длине реакционного элемента, а также получено распределение температур реакционной смеси, греющих дымовых газов и каталитической вставки по длине реакционного элемента.

3. С помощью математической модели установлено, что степень конверсии метана $\chi_{CH_4} = 0,75$ достигается при длине реакционного элемента $\sim 3,2$ м для следующих начальных параметров: $t_{fg} = 1000$ °C; $t_{CH_4} = 20$ °C; $CH_4:H_2O:CO_2:N_2 = 1 : 0,67 : 0,33 : 2,51$; $u = 2$ м/с; катализатор ГИАП-3 ($NiO \approx 10$ %), $d_{re} = 0,06$ м; $d_{cat} = 0,04$ м. Невязка теплового баланса по всей длине реакционного элемента составила 3,6 %.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Данилов О.Л., Мунц В.А. Использование вторичных энергетических ресурсов. – Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2008. – 154 с.
2. Коваль П.И. Физико-химический анализ и оптимизация технологии крупнотоннажного производства метанола: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Томск: Томский политехн. ун-т, 1997. – 20 с.
3. Olmsted J.H., Grimes P.G. Heat engine efficiency enhancement through chemical recovery of waste heat // Proceedings of 7th International Energy Conversion Engineering Conference. – 1972. – P. 241-248.
4. Пащенко Д.И. Повышение энергетической эффективности высокотемпературных теплотехнологических установок за счет термохимической регенерации теплоты: Дис. ... канд. техн. наук. – Самара: Самарский гос. техн. ун-т, 2011. – 142 с.
5. Щелоков А.И., Пащенко Д.И. Производство и использование синтез-газа в системах термохимической регенерации теплоты // Альтернативная энергетика и экология. – 2009. – № 12(80). – С. 10-14.
6. Пащенко Д.И. Сравнительная оценка энергетической эффективности применения термохимической регенерации теплоты дымовых газов // Промышленная энергетика. – 2010. – № 11. – С. 8-10.

Статья поступила в редакцию 7 декабря 2016 г.

MATHEMATIC SIMULATION OF HEAT AND MASS TRANSFERPROCESSIN THE REACTION ELEMENT OF THERMOCHEMICAL HEAT RECOVERY SYSTEM

D.I. Pashchenko, O.L. Chastikova, A.A. Mihedov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The paper deals with the most common causes of reducing the efficiency of high temperature thermal technology installations and ways of its increase. One of the ways of heat regeneration - thermochemical regeneration was introduced. A diagram of the reactionary element of thermochemical heat regenerationsystem was shown and as well as the way of its works. The system of differential equations for non-stationary process in a thermochemical reactor was considered and assumptions were made for them. Analysis of chemical kinetics equations was made, and the factors influencing the course of the mechanism of methane conversion were considered. The paper examines numerical results of the simulation showing the temperature distribution of the heating flue gases on the length of the reaction element, the rate and extent of methane conversion, and average value of heat imbalance.

Keywords: energy saving, generation of heat, the thermochemical reactor, the conversion of natural gas, mathematical simulation, material and heat balance, heat and mass transfer.

*Dmitry I. Pashchenko (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Olga L. Chastikova, Student.
Alexander A. Mihedov, Student.*