

Информационные технологии

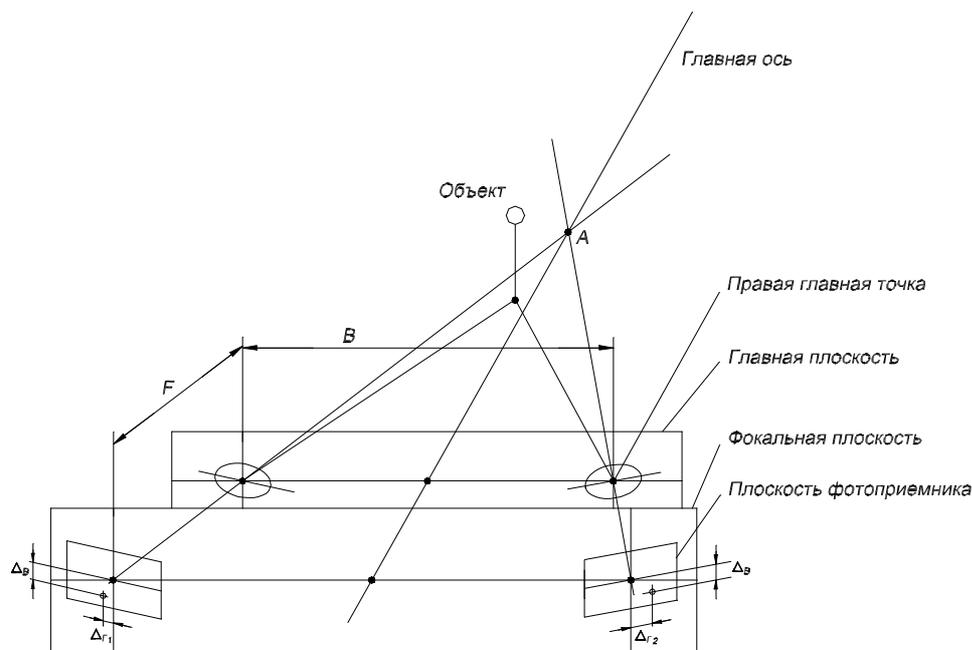
УДК 621.391.2

Ф.Ф. Буканов, И.Н. Заботин

РАСЧЕТ КООРДИНАТ ПОЛОЖЕНИЯ НАБЛЮДАЕМОЙ ТОЧКИ В ПРОСТРАНСТВЕ

В обычном изображении трёхмерного пространства информация о расстоянии до различных элементов сцены проявляется только в виде косвенных признаков: через относительные размеры объектов, затенение одних объектов другими, различную освещённость и т.д. Один из способов получения информации о глубине состоит в регистрации объекта с различных точек наблюдения, или стереосъёмке. В этом случае точки сцены дают изображения, относительное положение которых зависит от расстояния до точки наблюдения.

Для нахождения выражений, позволяющих выполнять расчет положения наблюдаемой точки в пространстве, сначала необходимо рассмотреть схему оптической системы стереоскопического датчика и ввести его систему координат.

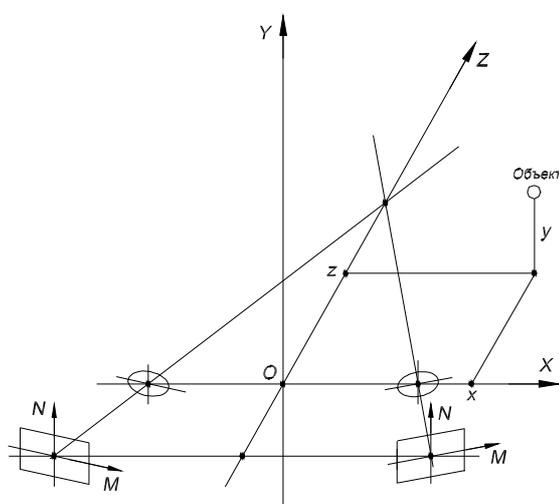


Р и с. 1. Оптическая система стереоскопического датчика изображения

На рис. 1 показана схема оптической системы датчика стереоизображения. Датчик состоит из двух одинаковых оптических систем, формирующих изображение объекта в фокальной плоскости. Оптические оси этих систем в общем случае расположены под углом друг к другу и пересекаются в точке A , находящейся в передней полусфере наблюдаемого пространства. Объективы оптических систем расположены в главной плоскости датчика, проходящей вертикально через центры линз. Точку пересечения оптической оси правого канала с главной плоскостью будем называть правой главной точкой стереосистемы, соответственно, точку пересечения оптической оси левого канала с главной плоскостью – левой главной точкой. На расстоянии F от главной плоскости находится фокальная плоскость стереосистемы, которая также расположена вертикально и параллельна главной плоскости. В фокальной плоскости находятся центральные точки фотоприемников – это точки пересечения фокальной плоскости и оптических осей каналов стереосистемы. В общем случае, когда оптические оси стереосистемы пересекаются, плоскости фотоприемников не параллельны фокальной плоскости и пересекаются с ней вдоль вертикальных прямых, проходящих через центральные точки фотоприемников.

Стереосистема имеет базис наблюдения B – это расстояние между главными точками системы. Через середину базисного отрезка и через точку пересечения оптических осей A проходит прямая, которую будем называть главной осью стереосистемы. Изображения объекта наблюдения формируются в плоскостях фотоприемников соответствующих каналов. Эти изображения смещены относительно центров фотоприемников как по горизонтали, так и по вертикали. Вертикальный сдвиг в каналах определяется положением точки выше или ниже горизонтальной плоскости, проходящей через главную ось, а горизонтальные сдвиги определяются положением объекта относительно оптических осей каналов. Именно горизонтальные сдвиги имеют значение при определении глубины расположения объекта в пространстве. Эти сдвиги в каналах могут отличаться как по модулю, так и по знаку. Если наблюдаемый объект находится в точке A , сдвиги изображений, как вертикальные, так и горизонтальные, равны нулю.

Для дальнейшего анализа необходимо ввести систему координат стереоскопического датчика. Традиционно в системах трехмерной графики принято обозначать глубину расположения объекта координатой Z , поэтому расположим (рис. 2) ось Z горизонтально, совместив ее с главной осью стереосистемы. Ось Z будем называть осью глубин, или осью продольных координат. Оси X и Y расположим традиционным образом – ось X горизонтально слева направо, ось Y вертикально снизу вверх. Начало координат будет находиться в середине базисного отрезка. Из рис. 2 видно, что координатная плоскость XOY совпадает с главной плоскостью стереосистемы. Плоскость XOY будем называть плоскостью поперечных координат.



Р и с. 2. Система координат стереоскопического датчика

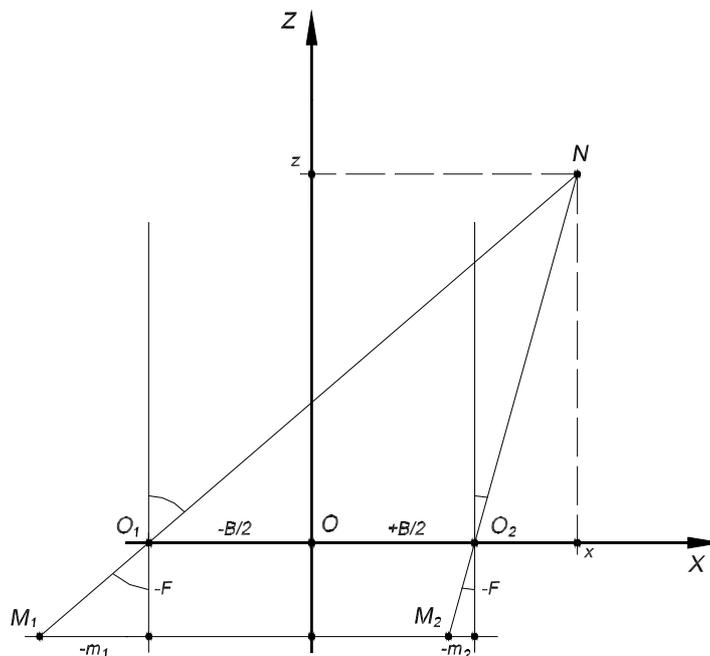
Для описания положения изображений объекта необходимо ввести дополнительные координатные системы для фотоприемников. Так как фотоприемник является плоским, введем двумерные системы координат фотоприемников, обозначив их оси буквами M и N .

Для упрощения анализа примем, что оптические оси каналов стереосистемы расположены параллельно, т.е. точка их пересечения A бесконечно удалена от датчика (рис. 3).

Расчет координат объекта целесообразно начать с анализа на плоскости, т.е. в двумерном пространстве. В этом случае решение сводится к нахождению глубины Z расположения наблюдаемого точечного объекта относительно главной плоскости и к определению поперечного смещения X этого объекта относительно главной оси стереосистемы по известным горизонтальным сдвигам изображений объекта в правом и левом каналах.

Решение выполняется в плоскости XOZ . При этом главная плоскость системы отображается на плоскости XOZ в виде прямой, совпадающей с осью горизонтальных координат OX , главная ось совпадает с осью глубин OZ (рис. 3).

Строго говоря, различные точки пространства предметов отображаются оптической системой в пространстве изображений на различных расстояниях от фокальной плоскости. Однако если расстояние между фотоприёмником и наблюдаемой сценой значительно превышает фокусное расстояние оптической системы, можно считать, что изображение строится в её фокальной плоскости. В этом случае изображение трехмерного объекта получается проектированием его в фокальную плоскость через единственную точку – оптический центр [1]. На рис. 3 показан точечный объект N , координаты которого необходимо определить. Оптические системы правого и левого каналов формируют изображения объекта, смещённые относительно точек пересечения фокальной плоскости и оптических осей на различное расстояние. Согласно принятому на рис. 3 расположению объекта относительно камеры сдвиги изображений объекта в обоих каналах имеют отрицательные знаки и соответственно равны $-m_1$ и $-m_2$.



Р и с. 3. Стереоскопическая система с параллельными осями

Фокальный отрезок камеры, т.е. расстояние между главной и фокальной плоскостями, отсчитывается от начала координат и также имеет отрицательный знак ($-F$). Углы, под которыми объект виден в левом и правом каналах (горизонтальные углы наблюдения), отсчитываются от соответствующих оптических осей и обозначены как b_1 и b_2 . Оба угла имеют положительный знак.

Решение начнем с определения глубины расположения объекта, т.е. координаты Z . Как видно из рис. 3, треугольники M_1NM_2 и O_1NO_2 подобны. Из подобия треугольников следует, что соотношение их высот равно соотношению оснований. Тогда с учетом знаков можно записать выражение

$$\frac{Z + |F|}{Z} = \frac{B + (m_2 - m_1)}{B}. \quad (1)$$

Преобразовав данное равенство, получим

$$Z = \frac{B|F|}{m_2 - m_1}. \quad (2)$$

Величина $(m_2 - m_1)$ в стереоскопии носит название линейного параллакса и обозначается буквой p . Линейный параллакс характеризует взаимное смещение изображений одних и тех же точек объекта в каналах стереосистемы. Часто в литературе для обозначения линейного параллакса используется термин «диспаратность». Величины m_1 , m_2 и p в стереоскопических расчетах играют важнейшую роль, так как именно они являются той первичной информацией, которую регистрирует камера.

Имея в виду, что стереосистема позволяет наблюдать только объекты, которые находятся в передней полусфере и что координата Z всегда положительна, а фокальный отрезок всегда отрицателен, можно убрать знак абсолютной величины при F и записать окончательное выражение:

$$Z = -\frac{BF}{p}. \quad (3)$$

Из выражения (3) следует важный вывод, заключающийся в том, что при неизменных значениях стереоскопического базиса и фокусного расстояния все точки, имеющие одинаковый линейный параллакс, лежат в одной плоскости, параллельной главной плоскости системы и удаленной от нее на расстояние Z . И наоборот, все точки, удаленные от главной плоскости на одинаковое расстояние Z , имеют одну и ту же величину линейного параллакса p независимо от их поперечных координат X и значений сдвигов m_1 , m_2 [2].

Величины сдвигов m_1 и m_2 показывают, насколько смещены изображения объектов в каналах стереосистемы относительно оптических осей, т.е. характеризуют горизонтальные углы, под которыми наблюдается объект из главных точек системы. Очевидно, эти смещения могут быть как положительными, так и отрицательными, в зависимости от того, слева или справа от оптической оси расположен объект. В случае, когда наблюдаемая точка лежит на оси, сдвиг m равен нулю.

Для нахождения поперечной координаты X наблюдаемого объекта необходимо найти горизонтальную координату точки пересечения двух прямых M_1N и M_2N либо найти координату X точки пересечения любой из этих прямых с плоскостью, параллельной главной плоскости и находящейся от нее на известном расстоянии Z .

Составим уравнения прямых для M_1N и M_2N , пользуясь углами, под которыми виден объект из главных точек системы:

$$Z = \left(X + \frac{B}{2}\right) \operatorname{tg}(90 - \beta_1); \quad Z = \left(X - \frac{B}{2}\right) \operatorname{tg}(90 - \beta_2). \quad (4)$$

Преобразуем эти уравнения:

$$Z = X \operatorname{ctg} \beta_1 + \frac{B}{2} \operatorname{ctg} \beta_1; \quad Z = X \operatorname{ctg} \beta_2 - \frac{B}{2} \operatorname{ctg} \beta_2. \quad (5)$$

Теперь выразим величину X :

$$X = \frac{Z}{\operatorname{ctg} \beta_1} - \frac{B}{2}; \quad X = \frac{Z}{\operatorname{ctg} \beta_2} + \frac{B}{2}. \quad (6)$$

Таким образом, получаем, что координата X наблюдаемого объекта может быть найдена через известную координату Z с использованием одного из уравнений (6) путем подстановки в уравнение угла наблюдения объекта для соответствующего канала. Углы наблюдения, вообще говоря, изначально неизвестны, и перед подстановкой в уравнения их необходимо рассчитать.

$$\operatorname{ctg} \beta_1 = \frac{F}{m_1}; \quad \operatorname{ctg} \beta_2 = \frac{F}{m_2}. \quad (7)$$

Теперь можно записать выражения для расчета координаты X только через величины сдвигов и линейного параллакса, пользуясь формулой (3):

$$X = \left(-\frac{BF}{p}\right) \frac{m_1}{F} - \frac{B}{2}; \quad X = \left(-\frac{BF}{p}\right) \frac{m_2}{F} + \frac{B}{2}. \quad (8)$$

Теперь, выполнив окончательные преобразования, получим следующие выражения для расчета координаты X :

$$X = -B \left(\frac{m_1}{p} + \frac{1}{2}\right); \quad (9)$$

$$X = -B \left(\frac{m_2}{p} - \frac{1}{2}\right). \quad (10)$$

Перейдем теперь к расчету Y – вертикальной координаты объекта, т.е. рассмотрим решение стереоскопической задачи в трехмерном пространстве. Все выражения для расчета координат X и Z , приведенные выше, справедливы и для трехмерного пространства, так как горизонтальные сдвиги m_1 и m_2 не зависят от высоты расположения точки относительно плоскости XOZ .

В трехмерном случае изображения объекта в каналах помимо горизонтальных сдвигов будут иметь вертикальные сдвиги n_1 и n_2 . Нетрудно заметить, что вертикальные сдвиги в обоих каналах всегда равны по модулю и по знаку. Кроме того, если объект расположен выше плоскости XOZ , вертикальный сдвиг отрицательный, а если ниже – положительный. Для простоты расчета будем вести речь просто о вертикальном сдвиге без указания его принадлежности к конкретному каналу:

$$n = n_1 = n_2. \quad (11)$$

Для нахождения координаты Y обратимся к рис. 4. Из подобия треугольников NON_0 и MOM_0 можно записать следующее соотношение:

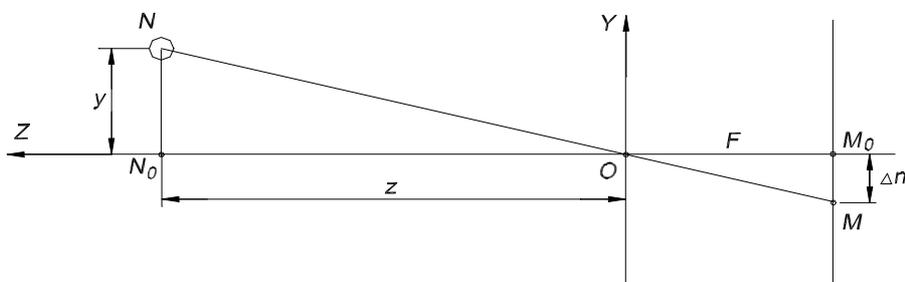
$$\frac{-n}{Y} = \frac{-F}{Z}. \quad (12)$$

Выразив отсюда Y , получим окончательное выражение для расчета:

$$Y = \frac{nZ}{F}. \quad (13)$$

Для получения правильного результата величины, входящие в это выражение, необходимо брать с учетом знака.

Таким образом, видно, что координата Y (высота) изменяется пропорционально значению вертикального сдвига изображения.



Р и с. 4. Расчет вертикальной координаты объекта

Проведенный анализ стереосистемы позволил получить выражения для расчета координат X , Y , Z точек объекта в пространстве, пользуясь первичной информацией – вертикальными и горизонтальными смещениями изображений заданных точек относительно оптических осей стереоканалов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Грузман И.С., Киричук В.С., Косых В.П. Цифровая обработка изображений в информационных системах. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002.
2. Янишин В.В. Анализ и обработка изображений: принципы и алгоритмы. М.: Машиностроение, 1995.
3. Мамчев Г.В. Стереотелевизионные устройства отображения информации. М.: Радио и связь, 1983.

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2006 г.

УДК 681.518

С.Ю. Боровик, Ю.В. Маринина, Ю.Н. Секисов

МОДЕЛЬ КЛАСТЕРНОГО ОДНОВИТКОВОГО ВИХРЕТОКОВОГО ДАТЧИКА НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ¹

Приводится описание модели электромагнитного взаимодействия конструкций кластерного одновиткового вихретокового датчика с чувствительными элементами в виде отрезков проводников и электропроводного объекта (лопатки/лопасти газотурбинного двигателя). Модель построена на основе закона Био-Савара и модифицированного метода конечных элементов. Для заданных геометрических и электрофизических параметров чувствительных элементов и имитатора лопатки (лопасти) с помощью модели получены семейства функций преобразования, представляющих зависимость индуктивности от координат смещений имитатора.

Введение

Опыт практического применения систем сбора и обработки информации о смещениях лопаток (лопастей) винтовентиляторов, компрессоров и турбин газотурбинных двигателей (ГТД) с использованием одновитковых вихретоковых датчиков (ОВТД) с чувствительными элементами (ЧЭ) в виде отрезка проводника [1, 2], включенных в измерительные цепи с импульсным питанием, подтверждает ряд положительных качеств датчиков и, прежде всего, обеспечение высокого быстродействия и достаточной точности в экстремальных условиях применения [2]. Реализованные в системах методы измерения предполагают объеди-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №05-08-50185а).

нение ОВТД в кластеры, число датчиков в которых определяется количеством измеряемых координат [2-4].

Основным недостатком применения кластеров ОВТД является необходимость выполнения соответствующего числа установочных отверстий, что негативно влияет на прочность статора (статорной оболочки) ГТД. Уменьшить число установочных отверстий с сохранением требуемой точности измерения позволяет применение перспективных кластерных ОВТД (КОВТД), представляющих собой единую конструкцию, которая включает несколько ЧЭ, расположенных в торцевой части цилиндрического корпуса [5-7].

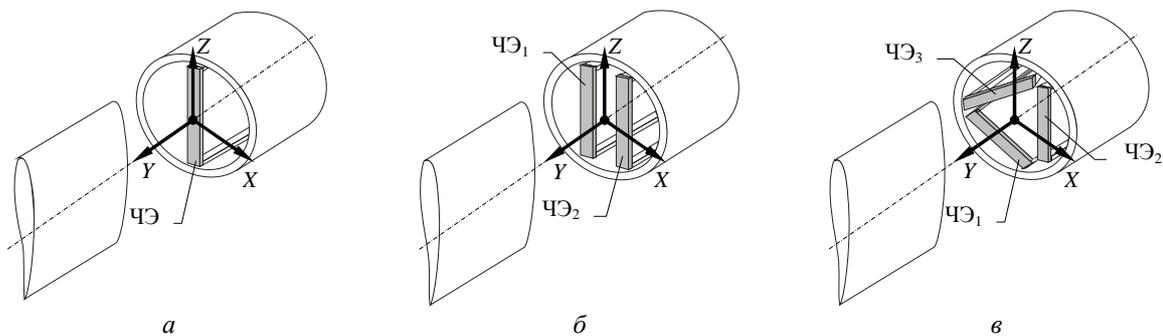
Информационный параметр ОВТД - эквивалентная индуктивность ЧЭ датчика (для КОВТД - эквивалентные индуктивности каждого из ЧЭ) имеет сложную функциональную связь с геометрическими параметрами датчика и объекта, электрофизическими свойствами материалов датчика и объекта, количеством и топологией размещения ЧЭ в корпусе датчика, направлением токов возбуждения в ЧЭ и другими факторами.

До недавнего времени исследования характеристик датчиков проводились экспериментально. Трудоемкость проведения таких экспериментов очень высока даже для ОВТД с одним ЧЭ. Для КОВТД трудоемкость экспериментальных исследований возрастает в разы. Все это приводит к необходимости поиска иных подходов к исследованию характеристик датчиков и, в том числе, компьютеризации исследования процессов, протекающих в КОВТД и объекте.

В работе [8] рассматривалась модель электромагнитного взаимодействия ОВТД с одним ЧЭ с имитатором объекта, основанная на использовании законов Био-Савара в сочетании с модифицированным методом конечных элементов. Создание КОВТД, объединяющих в своей конструкции несколько ЧЭ, выявило ряд существенных особенностей датчиков и, в частности, наличие взаимного влияния ЧЭ. В этой связи необходимым явилась разработка новой модели электромагнитного взаимодействия датчика и объекта. В настоящей статье приводится описание такой модели, а также полученные с ее помощью основные рабочие характеристики существующих КОВТД – семейства функций преобразования (ФП)¹.

Модель электромагнитного взаимодействия КОВТД и объекта

В [9] рассмотрены основные варианты размещения ЧЭ в КОВТД. Там же отмечается, что число таких вариантов может быть большим, но с учетом практической целесообразности и конструктивно-технологических ограничений, в существующих датчиках корпус делают цилиндрической формы, а число ЧЭ в датчике не превышает трех. На рис. 1 схематично показано несколько вариантов пространственного размещения датчиков с одним (рис. 1, а)², двумя (рис. 1, б) и тремя (рис. 1, в) ЧЭ по отношению к объекту (торцу лопатки (лопасти) ГТД).



Р и с. 1. Пространственное размещение КОВТД с одним (а), двумя (б) и тремя (в) ЧЭ

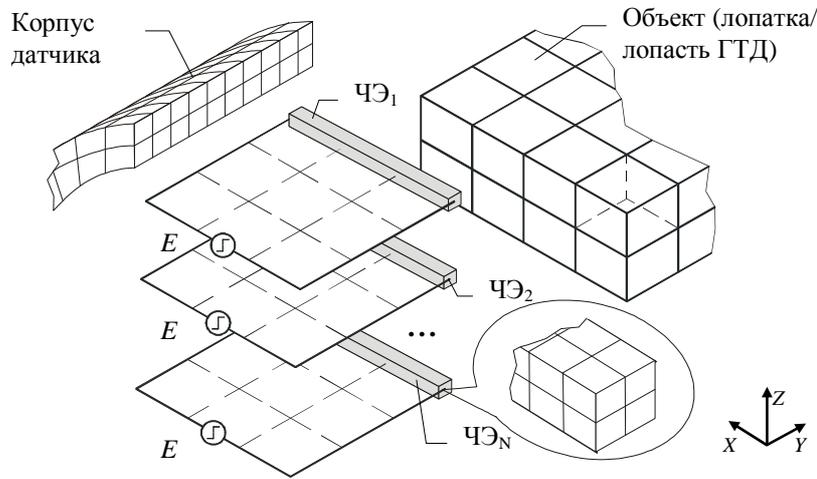
Как уже отмечалось, датчики включаются в измерительные цепи с импульсным питанием, реализующие метод «первой производной» [2]. Тогда в заданный момент времени на каждый ЧЭ КОВТД от индивидуальных источников питания одновременно подается импульс напряжения амплитудой E . Скачок напряжения вызывает в цепях ЧЭ нарастающие токи, которые создают в окружающем пространстве первичные электромагнитные поля. Поля ЧЭ возбуждают вихревые токи в объекте, которые создают вторичное электромагнитное поле. Оно взаимодействует с полями ЧЭ, в результате изменяются информационные параметры ЧЭ – эквивалентные индуктивности. Различная пространственная ориентация ЧЭ относительно объекта позволяет определить координаты смещения объекта.

¹ Функция преобразования КОВТД представляет собой зависимость эквивалентной индуктивности каждого ЧЭ, приведенной к выходу соответствующего согласующего трансформатора, от координат смещений.

² В работе [9] этот вариант КОВТД назван «вырожденным» датчиком.

Необходимо также отметить, что поля, создаваемые ЧЭ, взаимодействуют между собой, а также с электропроводными элементами конструкции самого датчика (в частности, с корпусом и собственным проводником ЧЭ). Следует ожидать, что влияние указанных видов взаимодействия может существенно влиять на величину эквивалентных индуктивностей ЧЭ и, следовательно, на результаты измерения.

На рис. 2 условно показаны элементы электромагнитного взаимодействия. Здесь же продемонстрировано разбиение ЧЭ, корпуса датчика и объекта на конечные элементы.



Р и с. 2. Разбиение элементов конструкции датчика и объекта на конечные элементы

Объект имитируется пластиной прямоугольной формы из немагнитного электропроводного материала, а ЧЭ КОВТД - прямолинейными проводниками прямоугольного сечения (сечение проводников может быть различной формы, например, круглым). При этом не накладываются ограничения на число ЧЭ.

Чувствительные элементы КОВТД являются частью электрических контуров с заданными геометрическими размерами, в которые включены источники импульсного напряжения E . Проводники контура характеризуют токоподводящие электроды к ЧЭ.

Имитатор объекта, корпус и ЧЭ разделены на конечные элементы путем разбиения с равномерным шагом по длине, ширине и высоте. Токоподводящие проводники ЧЭ разбиты на конечные элементы длины, а площади, охватываемые контурами ЧЭ, разбиты на конечные элементы поверхности.

Далее производится замена конечных элементов их электрофизическими эквивалентами. Так, элемент линейного проводника заменяется тонкой проводящей нитью, проходящей через центр симметрии проводника. При этом пространственное положение электрофизического эквивалента соответствует положению конечного элемента, а омическое сопротивление нити – величине его сопротивления.

Конечный элемент тонкой электропроводной пластины заменяется прямоугольным контуром из электропроводящих тонких нитей, проходящих по периметру конечного элемента. Эквивалентное сопротивление нитей находится из условия, согласно которому электропроводность нити в направлении длины или ширины равна половине электропроводности пластины в соответствующем направлении. Электрофизический эквивалент конечного элемента сохраняет пространственное положение реального элемента.

Конечный элемент объема заменяется элементом из тонких проводящих нитей, проходящих по ребрам конечного элемента. Эквивалентное сопротивление нитей находится из условия, что электропроводность нити в направлении длины, ширины и высоты равна четверти электропроводности конечного элемента в соответствующем направлении. Электрофизический эквивалент конечного элемента сохраняет пространственное положение реального элемента.

Электрофизический эквивалент элемента конструкции складывается из электрофизических эквивалентов соответствующих конечных элементов. При этом совпадающие нити объединяются в одну, а омическое сопротивление объединенной нити вычисляется с учетом количества объединяемых или последовательно соединенных нитей.

На рис. 3 представлена схема процесса электромагнитного взаимодействия ЧЭ КОВТД с имитатором объекта. На схеме ЧЭ корпус датчика и имитатор объекта замещены соответствующими элементами из бесконечно тонких нитей с сохранением размеров и пространственного положения в системе координат.

Каждый проводник схемы рис. 3 является элементом тока (ЭТ). Соединение проводников в точке образует узел, а замкнутое соединение проводников – контур. В окружающем пространстве каждый ЭТ создает магнитное поле, величина индукции которого определяется по закону Био-Савара:

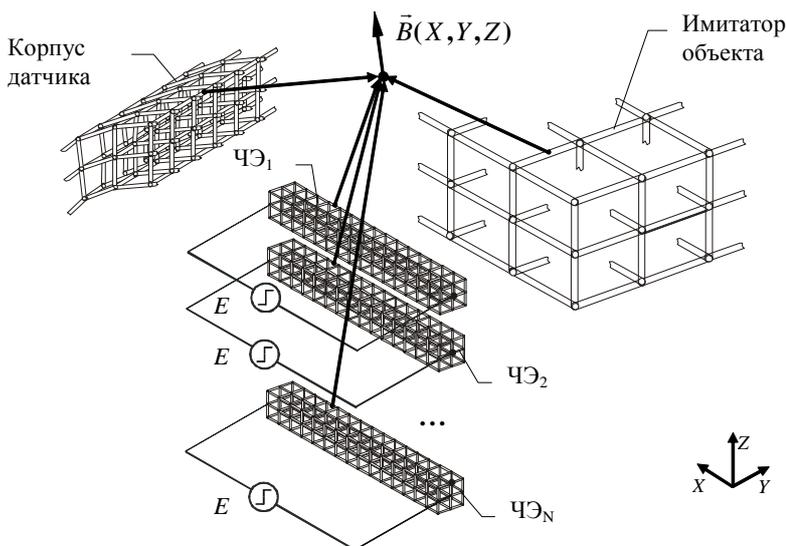
$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot l}{r^2} \cdot [\lambda^0 r^0] \quad (1)$$

где μ – магнитная проницаемость среды; i , l , λ^0 – соответственно ток, длина и единичный вектор направления ЭТ; r , r^0 – соответственно расстояние от центра элемента тока до точки, в которой определяется индукция, и единичный вектор направления.

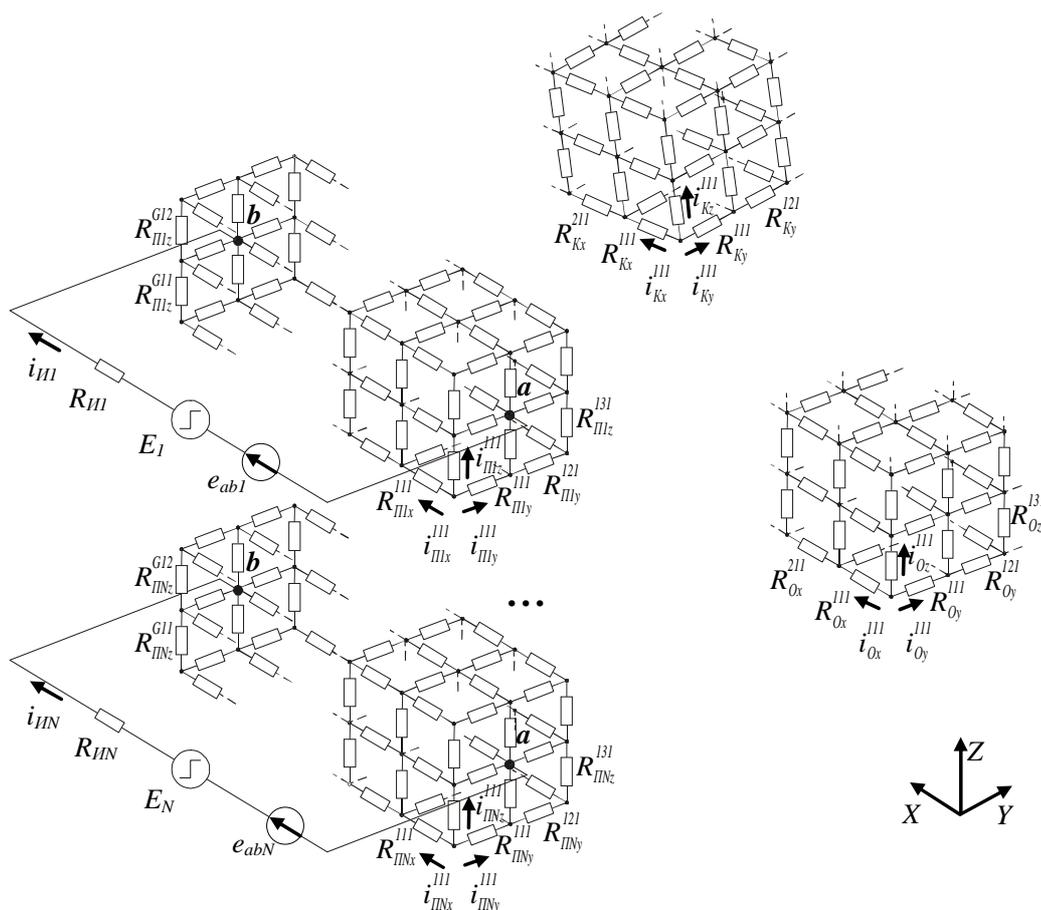
Индукция в произвольной точке пространства $\vec{B}(X, Y, Z)$ находится как векторная сумма элементарных индукций от всех J токов модели:

$$\vec{B} = \sum_{j=1}^J d\vec{B}, \text{ что дает возможность оп-}$$

ределить величину потока индукции для элементарных площадок (ΔS), а также магнитный поток ($\Phi = \vec{B} \cdot \Delta \vec{S}$), потоко-сцепление ($\Psi = \Phi$) и электродвижущую силу ($e = d\Psi/dt$) для любого из контуров модели.



Р и с. 3. Схема взаимодействия КОВТД с объектом



$$R_{\bar{0}} = 4\rho \frac{l_X}{l_Y \cdot l_Z}; \quad R_Y = 4\rho \frac{l_Y}{l_X \cdot l_Z}; \quad R_Z = 4\rho \frac{l_Z}{l_X \cdot l_Y}, \quad (2)$$

где l_X, l_Y, l_Z – размеры конечного элемента в направлении осей X, Y, Z , ρ – удельное сопротивление металла.

На основе законов Кирхгофа для эквивалентной электрической схемы (рис. 4) может быть составлена система уравнений для контуров (с учетом ЭДС индукции) и для узлов¹. Система содержит $N \cdot (GL(M+1) + GM(L+1) + ML(G+1)) + PQ(S+1) + PS(Q+1) + QS(P+1) + UV(W+1) + UW(V+1) + VW(U+1)$ уравнений контуров и $(G+1)(L+1)(M+1) + (P+1)(Q+1)(S+1) + (U+1)(V+1)(W+1) + 1$ уравнений узлов, причем общее число уравнений равно числу неизвестных токов, где N – число ЧЭ КОВТД; G, L, M – число разбиений ЧЭ на конечные элементы соответственно по X, Y, Z ; P, Q, S – число разбиений корпуса датчика на конечные элементы соответственно по X, Y, Z ; U, V, W – число разбиений имитатора объекта на конечные элементы соответственно по X, Y, Z .

Таким образом, математическая модель электромагнитного взаимодействия ЧЭ, корпуса датчика и имитатора объекта, представленная цепями с сосредоточенными параметрами, имеет вид следующей системы уравнений.

Контур ЧЭ (плоскость XY)²:

$$\begin{aligned} i_{\bar{E}j} R_{\bar{E}j} + i_{abj}^1 R_{abj}^1 + i_{abj}^2 R_{abj}^2 + \dots + i_{abj}^G R_{abj}^G + e_{abj} &= E_j, \\ i_{\bar{I}jx}^{111} R_{\bar{I}jx}^{111} - i_{\bar{I}jx}^{121} R_{\bar{I}jx}^{121} - i_{\bar{I}jy}^{111} R_{\bar{I}jy}^{111} + i_{\bar{I}jy}^{211} R_{\bar{I}jy}^{211} + e_{\bar{I}jxy}^{111} &= 0, \\ i_{\bar{I}jx}^{211} R_{\bar{I}jx}^{211} - i_{\bar{I}jx}^{221} R_{\bar{I}jx}^{221} - i_{\bar{I}jy}^{211} R_{\bar{I}jy}^{211} + i_{\bar{I}jy}^{311} R_{\bar{I}jy}^{311} + e_{\bar{I}jxy}^{211} &= 0, \\ \dots & \\ i_{\bar{I}jx}^{g\bar{m}} R_{\bar{I}jx}^{g\bar{m}} - i_{\bar{I}jx}^{g(L+1)\bar{m}} R_{\bar{I}jx}^{g(L+1)\bar{m}} - i_{\bar{I}jy}^{g\bar{m}} R_{\bar{I}jy}^{g\bar{m}} + i_{\bar{I}jy}^{(g+1)\bar{m}} R_{\bar{I}jy}^{(g+1)\bar{m}} + e_{\bar{I}jxy}^{g\bar{m}} &= 0, \\ \dots & \\ i_{\bar{I}jx}^{GLM} R_{\bar{I}jx}^{GLM} - i_{\bar{I}jx}^{G(L+1)M} R_{\bar{I}jx}^{G(L+1)M} - i_{\bar{I}jy}^{GLM} R_{\bar{I}jy}^{GLM} + i_{\bar{I}jy}^{(G+1)LM} R_{\bar{I}jy}^{(G+1)LM} + e_{\bar{I}jxy}^{GLM} &= 0. \end{aligned}$$

Контур корпуса КОВТД (плоскость XY)²:

$$\begin{aligned} i_{\bar{E}x}^{111} R_{\bar{E}x}^{111} - i_{\bar{E}x}^{121} R_{\bar{E}x}^{121} - i_{\bar{E}y}^{111} R_{\bar{E}y}^{111} + i_{\bar{E}y}^{211} R_{\bar{E}y}^{211} + e_{\bar{E}xy}^{111} &= 0, \\ i_{\bar{E}x}^{211} R_{\bar{E}x}^{211} - i_{\bar{E}x}^{221} R_{\bar{E}x}^{221} - i_{\bar{E}y}^{211} R_{\bar{E}y}^{211} + i_{\bar{E}y}^{311} R_{\bar{E}y}^{311} + e_{\bar{E}xy}^{211} &= 0, \\ \dots & \\ i_{\bar{E}x}^{pqs} R_{\bar{E}x}^{pqs} - i_{\bar{E}x}^{p(q+1)s} R_{\bar{E}x}^{p(q+1)s} - i_{\bar{E}y}^{pqs} R_{\bar{E}y}^{pqs} + i_{\bar{E}y}^{(p+1)qs} R_{\bar{E}y}^{(p+1)qs} + e_{\bar{E}xy}^{pqs} &= 0, \\ \dots & \\ i_{\bar{E}x}^{PQS} R_{\bar{E}x}^{PQS} - i_{\bar{E}x}^{P(Q+1)S} R_{\bar{E}x}^{P(Q+1)S} - i_{\bar{E}y}^{PQS} R_{\bar{E}y}^{PQS} + i_{\bar{E}y}^{(P+1)QS} R_{\bar{E}y}^{(P+1)QS} + e_{\bar{E}xy}^{PQS} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Контур имитатора объекта (плоскость XY)²:

$$\begin{aligned} i_{\bar{I}x}^{111} R_{\bar{I}x}^{111} - i_{\bar{I}x}^{121} R_{\bar{I}x}^{121} - i_{\bar{I}y}^{111} R_{\bar{I}y}^{111} + i_{\bar{I}y}^{211} R_{\bar{I}y}^{211} + e_{\bar{I}xy}^{111} &= 0, \\ i_{\bar{I}x}^{211} R_{\bar{I}x}^{211} - i_{\bar{I}x}^{221} R_{\bar{I}x}^{221} - i_{\bar{I}y}^{211} R_{\bar{I}y}^{211} + i_{\bar{I}y}^{311} R_{\bar{I}y}^{311} + e_{\bar{I}xy}^{211} &= 0, \\ \dots & \\ i_{\bar{I}x}^{uvw} R_{\bar{I}x}^{uvw} - i_{\bar{I}x}^{u(v+1)w} R_{\bar{I}x}^{u(v+1)w} - i_{\bar{I}y}^{uvw} R_{\bar{I}y}^{uvw} + i_{\bar{I}y}^{(u+1)vw} R_{\bar{I}y}^{(u+1)vw} + e_{\bar{I}xy}^{uvw} &= 0, \\ \dots & \\ i_{\bar{I}x}^{UVW} R_{\bar{I}x}^{UVW} - i_{\bar{I}x}^{U(V+1)W} R_{\bar{I}x}^{U(V+1)W} - i_{\bar{I}y}^{UVW} R_{\bar{I}y}^{UVW} + i_{\bar{I}y}^{(U+1)VW} R_{\bar{I}y}^{(U+1)VW} + e_{\bar{I}xy}^{UVW} &= 0. \end{aligned}$$

¹ Дифференциальные уравнения для контуров и алгебраические уравнения для узлов.

² Аналогичный вид имеют уравнения контуров в плоскостях XZ и YZ .

Узлы ЧЭ:

$$\begin{aligned}
 & -i_{Ijx}^{111} - i_{Ijy}^{111} - i_{Ijz}^{111} = 0, \\
 & -i_{Ej} + i_{Ijy}^{(g-1)(l-1)(m-1)} + i_{Ijz}^{(g-1)(l-1)(m-1)} - i_{ab}^1 - i_{Ijy}^{glm} - i_{Ijz}^{glm} = 0, \\
 & \dots \\
 & i_{Ijx}^{(g-1)(l-1)(m-1)} + i_{Ijy}^{(g-1)(l-1)(m-1)} + i_{Ijz}^{(g-1)(l-1)(m-1)} - i_{Ijx}^{glm} - i_{Ijy}^{glm} - i_{Ijz}^{glm} = 0, \\
 & \dots \\
 & i_{Ej} + i_{ab}^G + i_{Ijy}^{(g-1)(l-1)(m-1)} + i_{Ijz}^{(g-1)(l-1)(m-1)} - i_{Ijy}^{glm} - i_{Ijz}^{glm} = 0, \\
 & \dots \\
 & i_{Ijx}^{(G-1)(L-1)(M-1)} + i_{Ijy}^{(G-1)(L-1)(M-1)} + i_{Ijz}^{(G-1)(L-1)(M-1)} - i_{Ijx}^{GLM} - i_{Ijy}^{GLM} - i_{Ijz}^{GLM} = 0.
 \end{aligned}$$

Узлы корпуса КОВТД:

$$\begin{aligned}
 & -i_{Ex}^{111} - i_{Ey}^{111} - i_{Ez}^{111} = 0, \\
 & \dots \\
 & i_{Ex}^{(p-1)(q-1)(s-1)} + i_{Ey}^{(p-1)(q-1)(s-1)} + i_{Ez}^{(p-1)(q-1)(s-1)} - i_{Ex}^{pqs} - i_{Ey}^{pqs} - i_{Ez}^{pqs} = 0, \\
 & \dots \\
 & i_{Ex}^{(P-1)(Q-1)(S-1)} + i_{Ey}^{(P-1)(Q-1)(S-1)} + i_{Ez}^{(P-1)(Q-1)(S-1)} - i_{Ex}^{PQS} - i_{Ey}^{PQS} - i_{Ez}^{PQS} = 0.
 \end{aligned}$$

Узлы имитатора объекта:

$$\begin{aligned}
 & -i_{Ix}^{111} - i_{Iy}^{111} - i_{Iz}^{111} = 0, \\
 & \dots \\
 & i_{Ix}^{(u-1)(v-1)(w-1)} + i_{Iy}^{(u-1)(v-1)(w-1)} + i_{Iz}^{(u-1)(v-1)(w-1)} - i_{Ix}^{uvw} - i_{Iy}^{uvw} - i_{Iz}^{uvw} = 0, \\
 & \dots \\
 & i_{Ix}^{(U-1)(V-1)(W-1)} + i_{Iy}^{(U-1)(V-1)(W-1)} + i_{Iz}^{(U-1)(V-1)(W-1)} - i_{Ix}^{UVW} - i_{Iy}^{UVW} - i_{Iz}^{UVW} = 0.
 \end{aligned}$$

В уравнениях приняты следующие индексы: первый нижний буквенный индекс определяет принадлежность элементу модели (I – цепь источника напряжения, I_j – проводник ЧЭ, O – имитатор объекта, K – корпус датчика); второй нижний индекс для токов и сопротивлений соответствует направлению оси (X, Y или Z), а для ЭДС двойной буквенный нижний индекс соответствует плоскости, в которой находится контур; верхний цифровой индекс обозначает порядковый номер элементов в направлении осей XYZ .

С целью упрощения в контуре, содержащем источник питания, нижние индексы для токов и сопротивлений эквивалентной схемы заменены обозначением ab_j (точки подключения j -того источника питания, рис. 4), а верхний индекс отражает порядковый номер элемента. При этом, например, для ЧЭ₁ (рис. 4) $i_{ab1}^1 = -i_{I1x}^{122}$, $i_{ab1}^2 = -i_{I1x}^{222}$..., а $R_{ab1}^1 = R_{I1x}^{122}$, $R_{ab1}^2 = R_{I1x}^{222}$...

Система уравнений (3) позволяет найти все токи модели, их изменение во времени, а также обеспечивает определение магнитной индукции в любой точке пространства и величины эквивалентной индуктивности каждого ЧЭ КОВТД ($L_{Эj} = \Psi_{Ij}/i_{Ij}$). Изменяя величину смещений объекта по осям X, Y, Z , представленная модель дает возможность получить семейства функций преобразования для каждого ЧЭ КОВТД.

Результаты применения модели

Модель (3) была использована для получения ФП КОВТД. В ней не учитывалось влияние корпуса датчика, а объект имитировался тонкой пластиной. Напряжение питания источников в токозадающих контурах для всех вариантов конструкции КОВТД выбиралось равным 2В.

В таблице приведены основные параметры КОВТД и имитатора объекта, для которых проводилось моделирование. Здесь $l_{ЧЭ}$ – длина ЧЭ КОВТД, $l_{ТВ}$ – длина токозадающего контура, $l_{л}, w_{л}, h_{л}$ – соответственно длина, ширина и толщина имитатора. Для материала ЧЭ и имитатора были приняты следующие электрофизические характеристики: $\mu=1.2566 \cdot 10^{-6}$ Гн/м, $\rho=1.75 \cdot 10^{-6}$ Ом·м.

На рис. 5 представлены ФП КОВТД с одним ЧЭ в виде зависимости $L(X, Y)$. При $X=const$ ФП может быть выражена зависимостью индуктивности от радиального смещения (зазора) [2]. На рис. 6, 7 представ-

лены семейства ФП для КОВТД с двумя и тремя ЧЭ, причем на рис. 7 приведено семейство ФП для двух значений углов поворота (φ) имитатора относительно оси Y системы отсчета.

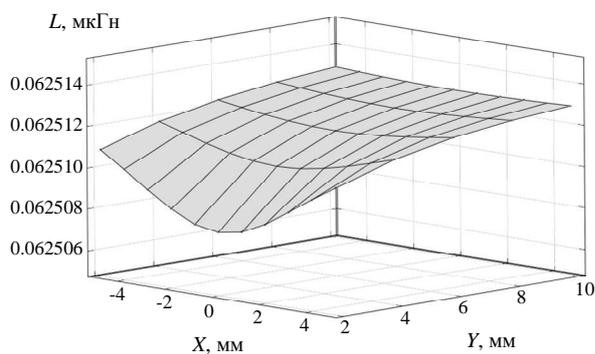
Параметры КОВТД и имитатора объекта

КОВТД				Имитатор объекта	
Число ЧЭ	Размещение ЧЭ	Размеры	Материал ЧЭ	Размеры	Материал имитатора
1		$l_{ЧЭ}=39$ мм, $l_{ТВ}=24$ мм	Медь	$l_{И}=60$ мм, $w_{И}=45$ мм, $h_{И}=3$ мм	Медь
2		$l_{ЧЭ1}=l_{ЧЭ2}=36.8$ мм, $l_{ТВ}=24$ мм	Медь	$l_{И}=60$ мм, $w_{И}=45$ мм, $h_{И}=3$ мм	Медь
3		$l_{ЧЭ1}=l_{ЧЭ2}=33.8$ мм, $l_{ЧЭ3}=33.8$ мм, $l_{ТВ}=24$ мм	Медь	$l_{И}=60$ мм, $w_{И}=45$ мм, $h_{И}=3$ мм	Медь

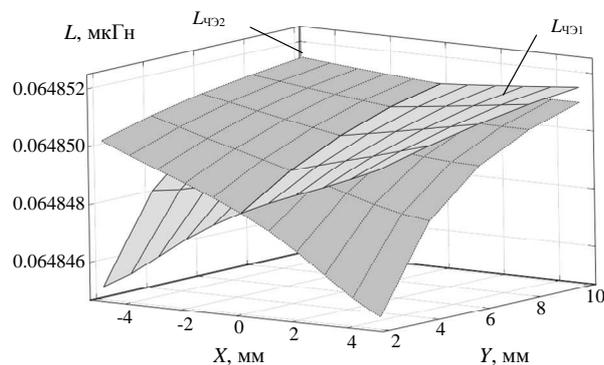
Характер изменения ФП (рис. 5, 6, 7) соответствует экспериментальным данным, полученным при градуировке макетов КОВТД с близкими геометрическими параметрами.

Заключение

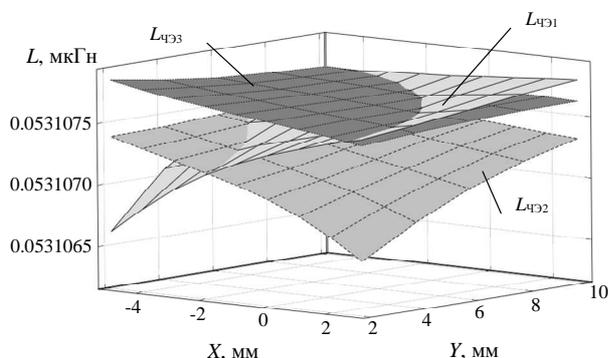
Разработана модель электромагнитного взаимодействия ЧЭ КОВТД с имитатором объекта, учитывающая взаимное влияние ЧЭ. С помощью модели рассчитаны ФП для датчика с одним ЧЭ и семейства ФП – для КОВТД с двумя и тремя ЧЭ. Характер изменения ФП соответствует экспериментальным данным, полученным при градуировке макетов датчиков.



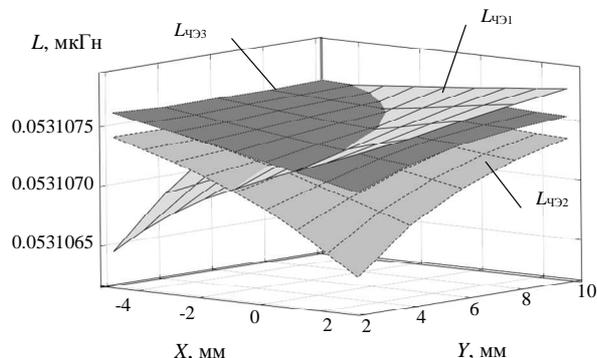
Р и с. 5. Функция преобразования КОВТД с одним ЧЭ



Р и с. 6. Функции преобразования КОВТД с двумя ЧЭ



а



б

Р и с. 7. Функции преобразования КОВТД с тремя ЧЭ для $\varphi=0$ град (а) и $\varphi=15$ град (б)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Райков Б.К., Секисов Ю.Н., Скобелев О.П., Хрутин А.А. Вихретоковые датчики зазоров с чувствительными элементами в виде отрезка проводника // Приборы и системы управления. 1996. №8. С. 27-30.

2. Методы и средства измерений многомерных перемещений элементов конструкций силовых установок / Под ред. Ю.Н. Секисова, О.П. Скобелева; Самара: Самарский научный центр РАН, 2001. 188 с.
3. Боровик С.Ю., Секисов Ю.Н., Скобелев О.П., Тулунова В.В. Измерение и вычисление координатных составляющих многомерных перемещений торцов лопаток в процессе вращения ротора // Автометрия. 2001. №2. С. 103-111.
4. Секисов Ю.Н., Скобелев О.П. Измерение составляющих многокоординатных смещений элементов конструкций силовых установок с моделированием неизмеряемых составляющих (концепция и реализующие ее методы измерения) // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. №7. С. 29-35.
5. Беленький Л.Б., Райков Б.К., Секисов Ю.Н., Скобелев О.П. Одновитковые вихретоковые датчики: от кластерных композиций к кластерным конструкциям // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Тр. VI Междунар. конф., Самара, Россия, 14-17 июня 2004. Самара: Самарский научный центр РАН, 2004. С. 437-443.
6. Райков Б.К. Кластерный вихретоковый датчик для измерения смещений торцов лопастей винтовентилятора по трем координатам // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Тр. VII Междунар. конф., Самара, Россия, 27 июня - 01 июля 2005. Самара: Самарский научный центр РАН, 2005. С. 175-180.
7. Райков Б.К. Модульные конструкции кластерных одновитковых вихретоковых датчиков. Особенности работы при последовательном и параллельном опросе модулей // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Тр. VIII Междунар. конф., Самара, Россия, 24-28 июня 2006. Самара: Самарский научный центр РАН, 2006. С. 240-245.
8. Секисов Ю.Н. Методы и средства измерений многомерных перемещений элементов конструкций силовых установок // Автореферат дис. ... д-ра техн. наук. Самара, 1999. 32 с.
9. Боровик С.Ю., Секисов Ю.Н., Скобелев О.П. Методы получения информации о многокоординатных смещениях торцов лопаток и лопастей в газотурбинных двигателях // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Тр. VIII Междунар. конф., Самара, Россия, 24-29 июня 2006. Самара: Самарский научный центр РАН, 2006. С. 232-239.

Статья поступила в редакцию 30 ноября 2006 г.

УДК 004.056.55

М.Б. Золотарев, В.К. Морозов

АЛГОРИТМЫ ПРОВЕРКИ НА ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ЧИСЕЛ К МНОЖЕСТВУ ПРОСТЫХ

В данной статье рассматриваются закономерности распределения простых чисел на числовой оси и их возможное применение в современных системах шифрования данных, в частности RSA, а также в других способах кодирования информации.

Введение

В настоящее время активно развивается так называемая интеграция различных сфер человеческой деятельности в Интернет, и многие из этих нововведений требуют обеспечения защиты от несанкционированного получения доступа третьими лицами. Например, сегодня уже существует возможность передачи налоговых деклараций в соответствующий государственный орган через Интернет. Понятно, что данные должны быть защищены от незаконного прочтения или копирования. Это требование выполняется путем шифрования данных специальными алгоритмами, каждый из них характеризуются своей криптостойкостью. Существует очень большое количество методов шифрования: UUE, AES, RSA, IDEA,... Остановимся на популярном алгоритме, использующем открытый ключ – RSA (создатели: Рон Ривест, Ади Шамир и Леонард Адлеман). Криптостойкость алгоритма RSA основывается на недоказанном математическом предположении о сложности разложения больших чисел на множители (факторизации).

RSA используется в самых различных программных продуктах, например, в операционных системах от Microsoft, Apple, Novell, входит в состав сетевых протоколов для защищенного соединения в Интернете (SSL, S/MIME, S/WAN) и различных программ для шифрования данных (PGP). В аппаратном криптографическом оборудовании Zaxus, сетевых платах Ethernet также использовался RSA-алгоритм. На момент конца 2000 г. технологии с применением алгоритма RSA были лицензированы более чем 700 компаниями [1]. Для его использования необходимо сгенерировать два достаточно больших простых числа p и q , затем найти их произведение (N). После этого подбирается e , большее 1, но меньшее $\phi=(p-1)*(q-1)$ и не имеющее с ϕ общих делителей, кроме единицы. Далее генерируется d , удовлетворяющее условию $e*d = 1 \pmod{\phi}$. Затем числа p и q могут быть уничтожены. Таким образом, для того чтобы зашифровать сообщение, необходимо вычислить $Y=X^e \pmod{N}$, где X – исходное число, Y – шифр. Для декодирования необходимо знать N (открытый ключ) и d (секретный ключ): $X=Y^d \pmod{N}$. Секретный ключ можно вычислить, разложив на множители N . Поэтому для надежной защиты длина N должна быть не менее 512 бит, а лучше – более 1024 бит. Однако разложение на множители числа N можно значительно упростить, если в качестве перебираемых делителей использовать только простые числа. В этой связи представляет интерес разработка методов и алгоритмов для генерирования простых чисел и проверки конкретных чисел на принадлежность множеству простых.

Обоснование необходимости поиска новых методов работы с простыми числами

Перспективная задача: исследовать возможность создания устройства для генерации простых чисел, изучить методики вывода формулы простого числа.

Авторами решалась задача исследования возможности создания устройств для генерации простых чисел. В настоящее время она в полной мере не решена.

“Имеются два главных факта о распределении простых чисел... Первый: простые числа... являются самыми капризными и упрямыми из всех объектов, вообще изучаемых математиками ...и никто не может предсказать, где взойдет ещё одно простое, а, увидев число, – определить, простое оно или нет. Другой факт озадачивает ещё больше, так как он состоит в прямо противоположном утверждении, а именно: простые числа демонстрируют удивительную регулярность, они подчиняются законам, и притом с почти педантичной точностью” [2].

“Долгое время математикам не удавалось обнаружить какой-либо систематичности в распределении простых чисел – несмотря на усилия таких светил, как Пьер Ферма, Бернард Риман, Джордж Харди и Пол Эрдос. Новое видение простых чисел не противоречит представлению о том, что их появление носит, в общем-то, случайный характер...” [3].

Для проверки чисел на простоту разработано несколько методов, но они либо громоздки, либо не дают стопроцентной уверенности, так как основаны на недоказанной гипотезе Римана (например, алгоритм Миллера или предложенный в совместной работе алгоритм Адлемана, Померанца и Рамели, которые требуют выполнения определенных условий, усложняющих процедуру, и др.). Все они применяются на практике. Такая проверка используется в том случае, когда необходимо отсеять простые числа от составных при генерации больших простых чисел, например, в процессе применения кода RSA.

Предпринималось множество попыток вывода рекуррентной формулы простого числа; в лучшем случае они заканчивались генерацией математического выражения с большим количеством параметров, которые необходимо задавать в различных сочетаниях, что равносильно перебору возможных вариантов.

Существующее разнообразие методов говорит о том, что ни один из них не удовлетворяет предъявляемым требованиям.

Известен метод «решето Эратосфена», заключающийся в отсеивании составных чисел из натурального ряда по определенному принципу. Отсеиваются единица и те числа, которые делятся хотя бы на одно из простых чисел, меньших данного числа, – первым числом, делящимся только на себя и единицу, является число 2, следующее неотсеянное число – простое. Авторами предлагается алгоритм выявления простых чисел, который включает в себя вычеркивание простых и составных из арифметических прогрессий.

Математическое обоснование алгоритмов

Обоснуем алгоритм №1

Утверждение 1: число $A > 49$ является простым, если оно принадлежит арифметической прогрессии $6n \pm 1$, где n – натуральное число, принимающее значения $n = (1, 2, 3, \dots)$, и не существует делителей составных чисел C_n ($C_n < A$), принадлежащих той же арифметической последовательности, что и A , причем эти делители для каждого составного числа определяются по формуле $d_n = n_A - n_C$.

Используя символику, принятую в теории чисел, утверждение можно сформулировать так: если сравнение $6 \cdot (n_A - d_n) \pm 1 \equiv 0 \pmod{d_n}$ не имеет решений для произвольных целых n , то число $(6n_A \pm 1)$ простое.

Доказательство корректности алгоритма. Запишем последовательность $6n \pm 1$ в следующем виде:

$C = 6(n_A - d_n) \pm 1$, где $d_n = (1; 2; 3; 4; \dots)$; получим убывающую последовательность, в которой старший член равен A . Раскроем скобки и упростим: $C_n = 6n_A \pm 1 - 6d_n = A - 6d_n$.

Очевидно, что C_n делится на d_n в том и только в том случае, если A делится на d_n . И наоборот, если C_n делится на d_n , то и A делится на d_n . Тогда, последовательно проверяя делимость C_n на все предполагаемые делители d_n , можно определить, простое число A или составное. Очевидно, что при $A > 49$ хотя бы один из делителей числа A (если таковые есть) меньше либо равен квадратному корню из A . Следовательно, хотя бы один из делителей числа A попадет в ряд d_n . Если ни один из d_n не является делителем C_n , то число A простое. Утверждение 1 доказано.

Чтобы практически применить методику и решить, является ли число $A = 6n \pm 1$ простым, необходимо построить числовую последовательность $C_n = A - 6d_n$ и для каждого составного C_n с номером d_n проверить, является ли d_n делителем C_n , а следовательно, и делителем A .

Примечание: считаем, что все простые числа, меньшие A , уже выявлены предлагаемым в этой статье или другим способом и из проверяемых на делимость дробей исключаются.

Пример.

Проверим, является ли число 65 простым:

$$\frac{5}{10}; \frac{11}{9}; \frac{17}{8}; \frac{23}{7}; \frac{29}{6}; \frac{35}{5}; \frac{41}{4}; \frac{47}{3}; \frac{53}{2}; \frac{59}{1}; \frac{65}{1}$$

В данной последовательности дробей все числители, за исключением 35, представлены простыми и не проверяются. Поэтому для проверки на простоту числа 65 достаточно выяснить делимость числа 35 на 5. Данный алгоритм легко программируется и может использоваться для нахождения простых чисел.

Описание алгоритма №2

Утверждение 2: если имеется последовательность чисел натурального ряда, отличающихся друг от друга на единицу, и мы нумеруем их нечетными числами (множество D) в обратном порядке:

$$\frac{a-4}{9}; \frac{a-3}{7}; \frac{a-2}{5}; \frac{a-1}{3}; \frac{a}{1}, \text{ m.e. } \frac{(a-n+1) - \text{множество C или } c_n}{(2n-1) - \text{множество D или } d_n},$$

и если выполняется условие неделимости без остатка каждого числа n множества C на присвоенный номер (d_n), то число $A = 2a + 1$ – простое.

Введем обозначение: $\gamma = \frac{c_n}{d_n}$.

Множество C представлено выражением $(\frac{A-1}{2} + 1 - n)$, а множество D представлено последовательностью $d_n = 2n - 1$.

Пример.

$$\frac{23}{21}; \frac{24}{19}; \frac{25}{17}; \frac{26}{15}; \frac{27}{13}; \frac{28}{11}; \frac{29}{9}; \frac{30}{7}; \frac{31}{5}; \frac{32}{3}; \frac{33}{1},$$

так как все дроби не делятся без остатка, то, следовательно: $2 * 33 + 1 = 67$ – простое.

Доказательство корректности алгоритма.

Запишем аналитически условие проверки неделимости: $\gamma_n = \frac{c_n}{d_n} = \frac{\frac{A-1}{2} + 1 - n}{2n-1}$. Выполнив арифметические преобразования, получим

$$A = (2n-1) * (2\gamma_n + 1). \quad (1)$$

Если n – целое, и хотя бы для одного n γ_n – целое число для данного A, то имеем формулу составного числа. Если γ_n не является целым для каждого n, то число A – простое.

Подставляя в (1) вместо γ_n его аналитическое выражение, можем получить тождество

$$A = (2n-1) * \left(\frac{A - (2n-1)}{2n-1} + 1 \right). \quad (2)$$

Здесь второй множитель $(\frac{A - (2n-1)}{2n-1} + 1)$ может принимать дробные или целые значения при различных целочисленных n. Значит, является ли A целым, зависит от делимости дроби

$$\frac{A - (2n-1)}{2n-1}. \quad (3)$$

В числителе выражения (3) обнаруживаем убывающую последовательность – арифметический ряд четных чисел $2 * r$ (так как имеем разность двух нечетных чисел). Разделив дробь (3) на число 2 (нас не интересуют четные делители), получаем последовательность дробей, удовлетворяющую условиям утверждения 2, где числитель $r = n_A - n + 1$, что нетрудно проверить.

В зависимости от того, принимает выражение (3) для всех интересующих нас n дробные или целые значения, мы можем делать выводы о делимости числа A и принадлежности его к составным или простым числам.

Так как в основу доказательства положено тождество и его дальнейшее структурирование, то утверждение 2 следует считать доказанным. Следует отметить, что делимость на присвоенные номера $(2n-1)$ имеет смысл проводить до условия $2(2n-1) \geq A - (2n-1)$. Необходимо также проверить, не выполняется ли равенство $(2n-1) = A - (2n-1)$. Последнее условие также учитывается при проверке на делимость и соответствует найденному целочисленному делителю $(2n-1)$.

Таким образом, достаточно исследовать дроби для $\gamma \approx (1, 2, \dots, \gamma_n)$, чтобы выяснить, в каком случае γ_n может является целым числом.

Будем называть ряд дробей $\frac{A-(2n-1)}{2n-1}$ характеристическим рядом натурального числа, или множеством Γ (гамма) к примеру для числа 13:

$$\frac{2}{9}; \frac{3}{7}; \frac{4}{5}; \frac{5}{3}; \frac{6}{1}.$$

Рассмотрим последовательности чисел натурального ряда, составленные из числителей дробей характеристического ряда, как ограниченные множества, для которых выполняются условия, приведенные в алгоритме №2.

Они распределяются среди множества натуральных чисел, с небольшой оговоркой – так же, как и простые числа.

Из утверждения видно, что делимость каждого последующего члена арифметической прогрессии определяется свойствами делимости предыдущих членов. В этом смысле можно говорить об особом типе рекуррентности – рекуррентности свойства делимости. Но, с другой стороны, делимость числа зависит от присвоенного ему номера d_n , поскольку γ_n зависит от n в формуле (1) и этот номер математически меняет условия проверки делимости предыдущих членов последовательности c_n на единицу при увеличении проверяемого A на единицу ($A+1$), так как среди множества C появляется $c_1=A$, которому присваивается $d_1 = 1$ и происходит смещение всех номеров на единицу. Этим определяется обратная связь в рекуррентной зависимости характеристических дробей от проверяемого числа.

Известно, что принцип обратной связи между простыми и составными числами уже исследовался с применением других методик [3].

Заключение

Данная работа, возможно, откроет направление для нового подхода к выводу рекуррентной формулы простого числа на основе выявленной рекуррентности свойств делимости старших членов в различных арифметических прогрессиях и их зависимости от делимости предшествующих членов, позволит изучать простые и составные числа путем анализа их характеристических рядов.

Если остановиться на вероятностных методах, то, исследуя процесс формирования характеристических рядов с необходимыми свойствами, можно будет понять закономерности распределения простых чисел на числовой оси и, возможно, вывести формулу этого распределения. Уже сейчас можно сказать, что простые числа встречаются все реже с ростом самих чисел вследствие того, что вероятность формирования соответствующих характеристических рядов все возрастающей длины уменьшается. Представленная методика открывает возможности исследования различных алгоритмов работы с простыми числами в рамках RSA и в других приложениях кодирования информации и числовых преобразований.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алгоритм шифрования RSA – описание и общие вопросы [электронный ресурс] / Электрон. дан. – Режим доступа: <http://kiev-security.org.ua/box/1/81.shtml>, свободный – Загл. с экрана.
2. Цагир Д. Первые пятьдесят миллионов простых чисел // Живые числа. М: Мир, 1985.
3. Баяндин А.В. К вопросу о количественном содержании простых чисел-близнецов в натуральном ряде чисел. Новосибирск: ИфиПР СО РАН, 2004.

Статья поступила в редакцию 7 февраля 2007 г.

УДК 004.771 + 004.388

С.М. Крылов, М.В. Сараев, В.Н. Толчев

ЛАБОРАТОРИЯ РЕАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ С ДИСТАНЦИОННЫМ ДОСТУПОМ

В статье рассматривается структура аппаратно-программного комплекса для интернет-лаборатории реальной электроники на основе многофункциональной программируемой аналого-цифровой "системы на кристалле" типа PSoC. Лаборатория может использоваться для проведения дистанционных лабораторных работ и экспериментов с реальным оборудованием, что гарантирует достоверность получаемых результатов - в отличие от экспериментов с виртуальными моделями, используемыми в традиционных системах компьютерного моделирования.

В последнее время дистанционные формы обучения с использованием интернет-технологий получили широкое распространение. Важное место в таких системах занимает возможность проведения с их помо-

щью дистанционных лабораторных практикумов по различным инженерным дисциплинам, значительно повышающих качество обучения.

С другой стороны, необходимым условием высокого качества обучения по таким дисциплинам, как электроника, схемотехника, аналоговые интерфейсы, периферийные устройства, микропроцессорные системы является проведение лабораторных работ и экспериментов, максимально соответствующих реальным условиям. Использование программ-эмуляторов позволяет значительно расширить количество и сложность изучаемых устройств. Однако такие программы не могут полностью заменить эксперименты с реальным оборудованием, так как не учитывают абсолютно всех особенностей моделируемых элементов и их взаимодействия. Вследствие этого в некоторых случаях студенты могут получить недостоверные результаты и сформировать неверное представление об изучаемых схемах.

В 2006 г. на кафедре ВТ СамГТУ закончена разработка дистанционного аппаратно-программного комплекса для системы удалённого доступа к измерительно-испытательному стенду через глобальную сеть Internet [1]. Система обеспечивает доступ для любого зарегистрированного пользователя, подключенного через персональный компьютер к сети Internet, к реальным аппаратным ресурсам "программируемой системы на кристалле" (PSoC) типа CY8C27443 фирмы Cypress Microsystems [2], которая подключается через специальный адаптер и USB-интерфейс [3] к компьютеру-серверу.

Основным недостатком реализованной системы является необходимость установки на компьютер пользователя специальной программы, которая обеспечивает обмен данными между серверной и пользовательской машинами. Кроме того, данная система разработана под операционную систему Microsoft Windows NT, что накладывает определенные ограничения на возможности использования лабораторного стенда с удаленным доступом. Для устранения этих недостатков были рассмотрены перспективы создания системы удаленного доступа, работающей в бесплатно распространяемой UNIX-подобной среде [4], во-первых - для уменьшения её зависимости от коммерческой операционной системы Microsoft Windows, и во-вторых (одновременно) - для устранения необходимости в специальной пользовательской программе. Очевидно, что разработка двух различных версий дистанционной системы обучения не является оптимальным решением, так как возникает необходимость вести параллельную работу в двух направлениях. Последнее обстоятельство значительно снижает экономическую эффективность разработки в целом и качество программного обеспечения. Кроме того, данный подход только увеличивает количество операционных систем, под управлением которых возможна работа создаваемого программного обеспечения, но не обеспечивает полной независимости от установленной на сервере операционной системы.

В целях снятия указанных ограничений была поставлена задача разработки новой версии системы удаленного доступа к лабораторному стенду, отвечающая следующим требованиям:

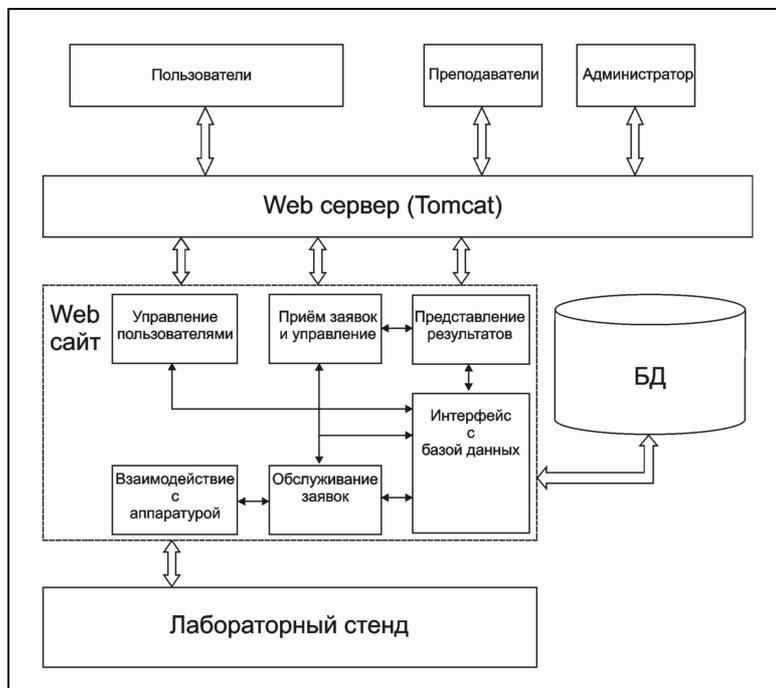
- 1) система должна быть кроссплатформенной;
- 2) система должна в минимальной степени зависеть от программного обеспечения, установленного на сервере;
- 3) доступ к системе должен обеспечиваться с любого компьютера, подключенного к Интернету (как вариант - к локальной сети);
- 4) на компьютере клиента не должно устанавливаться дополнительное программное обеспечение для доступа к системе.
- 5) взаимодействие удаленных пользователей с лабораторным стендом осуществляется через соответствующий web-сайт.

Поскольку web-сайт разрабатываемой системы представляет собой её часть, он также должен создаваться как кроссплатформенное приложение. В качестве основы для его реализации предполагалось использовать языки PHP или Java. Дальнейший анализ показал, что разработка сайта на PHP нецелесообразна из-за неполной поддержки этим языком объектно-ориентированного подхода [6]. Последнее затрудняет создание приложений со сложной разветвленной логикой. Кроме того, использование PHP не позволяет создать программное обеспечение, полностью независимое от операционной системы.

Технология Java является наиболее приспособленной для создания эффективных приложений, ориентированных на работу в сети [7]. При использовании языка Java возможно создание четко структурированных приложений, что позволяет сосредоточить внимание разработчика на реализации логики, а не на технических деталях организации взаимодействия различных частей системы. Технология Java также обеспечивает возможность создания web-сайта и модуля взаимодействия с PSoC на одном языке программирования, что повышает их совместимость и упрощает организацию взаимодействия. Таким образом, проведенный анализ позволил сделать выбор в пользу языка Java как основы для разработки системы. Разработанные на Java приложения могут быть легко развернуты на любом компьютере и не требуют перекомпиляции при переходе с одной операционной системы на другую. Единственным условием является наличие на сервере установленного интерпретатора Java.

По основным выполняемым функциям в структуре сайта можно выделить следующие подсистемы (см. рисунок):

- подсистема регистрации и взаимодействия с пользователями;
- подсистема приема заявок на проведение экспериментов и управления ими;
- подсистема просмотра результатов экспериментов;
- подсистема взаимодействия с базой данных;
- подсистема обслуживания заявок на проведение экспериментов;
- подсистема взаимодействия с аппаратной частью.



Структура системы

Доступ к различным частям сайта разграничен с учетом прав, установленных для различных групп пользователей. Незарегистрированные пользователи имеют самый низкий приоритет, им не разрешено выполнять эксперименты или разрешено выполнять ограниченное их количество (в зависимости от политики, установленной администратором системы), если оборудование не используется зарегистрированными пользователями.

Зарегистрированные пользователи могут принадлежать к одной из трех групп: студенты, преподаватели, администраторы. Студенты могут выполнять большее количество экспериментов в любое или только в отведенное время (в зависимости от политики администрации). Преподаватели имеют доступ к проведению экспериментов в неограниченном количестве, а также получают доступ к результатам экспериментов пользователей и к заданию времени выполнения студентами экспериментов. Администраторы имеют неограниченный доступ ко всем возможностям системы.

После поступления новой заявки на проведение эксперимента она сохраняется в базе данных, для того чтобы в дальнейшем можно было повторить эксперимент или просмотреть его результаты через длительный промежуток времени. После сохранения заявки выполняется обращение к подсистеме их обслуживания. В зависимости от загрузки лабораторного стенда эксперимент выполняется либо сразу и пользователь тут же получает его результаты, либо - если стенд занят - пользователю выдается сообщение о постановке заявки в очередь и о том, что заявка будет выполнена после освобождения оборудования. Так как заявки от всех групп пользователей выполняются на одной и той же аппаратуре, возможно возникновение длинных очередей на обслуживание. Поэтому существует необходимость управлять очередью заявок. Для решения этой проблемы введено понятие приоритета доступа к лабораторному стенду. Каждой группе пользователей администратор системы устанавливает свой приоритет, в соответствии с которым подсистема обслуживания заявок выбирает заявки для исполнения на лабораторном стенде. По умолчанию приоритет выставляется следующим образом: незарегистрированные пользователи имеют низший приоритет, зарегистрированные пользователи имеют более высокий приоритет, преподаватели и администраторы имеют самый высокий приоритет доступа к оборудованию. Данный подход не способствует разгрузке аппаратуры и сокращению длины очередей, однако позволяет сократить время ожидания выполнения экспериментов для зарегистрированных пользователей, сделав тем самым работу с лабораторным стендом более удобной.

Выделение различных функциональных элементов системы в отдельные подсистемы позволяет сделать работу сайта более гибкой и организовать ее оптимальным образом. Так, выделение отдельных подсистем приема и обслуживания заявок делает их независимыми друг от друга. Прием новых заявок и просмотр результатов уже выполненных экспериментов возможен даже при неработоспособном лабораторном стенде. Могут также выполняться уже принятые заявки при отсутствии связи с сайтом через Интернет. Организация сайта в виде взаимодействующих подсистем позволяет с легкостью их изменять, не изменяя логики работы сайта в целом. Кроме того, становятся доступными следующие возможности: различная интерпретация результатов экспериментов (в виде бинарных файлов, в виде графиков, в виде текста и т.п.), быстрый переход с использования одной СУБД на другую, использование нескольких лабораторных стендов для проведения экспериментов.

В системе предусмотрено подключение дополнительных модулей к сайту и дальнейшее наращивание его функциональных возможностей. Планируется создание модуля, позволяющего распределять студентов по учебным группам и выделять каждой группе определенный промежуток времени для доступа к системе (или задавать приоритет для доступа). Возможно создание модуля, позволяющего организовывать лабораторные работы по группам и автоматически контролировать их выполнение.

Для хранения данных об учетных записях пользователей и об экспериментах, выполняемых на лабораторном стенде, используется база данных. Она тоже должна в минимальной степени зависеть от операционной системы, установленной на сервере. При выборе СУБД предпочтение было отдано свободно-распространяемой объектно-реляционной системе управления базами данных с открытым исходным кодом PostgreSQL [5]. PostgreSQL является базой данных, альтернативой коммерческим СУБД (таким как Oracle Database, Microsoft SQL Server, IBM DB2 и СУБД производства Sybase).

Сильными сторонами PostgreSQL считаются:

- поддержка БД практически неограниченного размера;
- мощные и надёжные механизмы транзакций и репликации;
- расширяемая система встроенных языков программирования: изначально поддерживаются SQL, PL/pgSQL, PL/Perl, PL/Python и PL/Tcl, имеется также поддержка загрузки Си-совместимых модулей;
- поддержка со стороны многих языков программирования: C/C++, Java, Perl, Python, Ruby, ECPG, Tcl, PHP и других.

Основные курсы лабораторных работ в системе реализуются с помощью так называемого "базового проекта", содержащего в себе минимально необходимый набор генерирующих и измерительных модулей. Базовый проект предоставляется пользователям через Интернет. На его основе создается нужная конфигурация лабораторного стенда путём подключения входов и выходов изучаемых устройств соответственно к нужным выходам генерирующих и нужным входам измерительных модулей. Возможны несколько режимов работы генерирующих и измерительных модулей, которые задаются пользователем.

После создания текущей версии проекта с помощью оболочки PSoC-Designer на стороне пользователя генерируется загрузочный файл и отправляется на сервер для программирования PSoC.

Обмен данными между компьютером-сервером и PSoC выполняется через USB-порт. Для этого используется USB-контроллер FT245BM [3] фирмы FTDI Chip. FT245BM – двунаправленный, параллельный FIFO трансивер с возможностью питания через разъем USB порта. Он позволяет передавать данные со скоростью до 1Мб/сек в синхронном и асинхронном режимах и требует малого количества дополнительных внешних компонентов. На "выходе" FT245BM содержит 8-разрядный порт параллельного ввода-вывода данных и 4 сигнала синхронизации приема и передачи данных через параллельный порт.

В процессе программирования PSoC USB-контроллер FT245BM используется в асинхронном режиме. Вывод D0 (подключенные к входу SDATA PSoC) переключается из режима вывода в режим ввода в соответствии с алгоритмом ISSP [2]. Переключение режима порта ввода-вывода выполняется серверной частью программного обеспечения.

Обмен данными с уже запрограммированным и запущенным для проведения эксперимента PSoC происходит в синхронном режиме по 4-разрядной шине. Для этого используются 4 старших разряда (D4 – D7) параллельного порта микросхемы FT245BM и выходы P1[4] – P1[7] микроконтроллера PSoC соответственно. Вывод D3 (P1[3]) используется для передачи служебных данных (бита контроля чётности 4-х передаваемых через P1[4] – P1[7] битов, режим работы – дополнение до нечётного числа единиц в битах P1[4] – P1[7]).

При приеме данных эксперимента от PSoC они интерпретируются в соответствии с режимом, заданным пользователем, и в виде готовых графиков отсылаются на его компьютер.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Крылова А.С., Крылов С.М., Лисицын А.С., Теленков В.Ю., Хлопотов И.А. Экспериментальный лабораторный стенд с удалённым доступом // Вестник Самар. гос. техн. ун-та, 2006. Вып. 40. С.191-194.

2. PSoC® Mixed-Signal Array Final Data Sheet. Cypress, 2006. [Http://www.cypress.com](http://www.cypress.com)
3. FT245BM USB FIFO (USB - Parallel) I.C.- Future Technology Devices Intl. Ltd., 2005. [Http://www.ftdichip.com](http://www.ftdichip.com)
4. Крылов С.М, Сараев М.В. Реализация лабораторий с дистанционным доступом в UNIX-подобной операционной среде // Компьютерные технологии в науке, практике и образовании: Тр. V Всероссийск. межвуз. науч.-практ. конф. Самара: Сам-ГТУ, 2006. С. 34-36.
5. Информационный ресурс <http://www.postgresql.org/about/>
6. Информационный ресурс <http://ru2.php.net/manual/ru/language.oop5>.
7. Информационный ресурс <http://java.com/ru/about/>

Статья поступила в редакцию 1 марта 2007 г.

УДК 621.317.33

В.С. Мелентьев, А.В. Цапаев

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Рассматриваются вопросы применения методики оценки влияния погрешностей, обусловленных отклонением модели от реального переходного процесса в измерительной цепи, на погрешность результата измерения параметров электрических цепей аппроксимационными методами.

В настоящее время получили распространение аппроксимационные методы, основанные на определении параметров линейных электрических цепей (ПЭЦ) по мгновенным значениям переходного процесса, возникающего при подключении к измерительной цепи напряжения постоянного тока [1]. Реализация таких методов обеспечивает значительное сокращение времени измерения ПЭЦ, поскольку оно не зависит от постоянной времени цепи.

Реальные электрические цепи имеют многоэлементные схемы замещения, поэтому при использовании рассматриваемых методов неизбежно возникает погрешность, обусловленная отличием модели измерительной цепи (ИЦ) от реальной. Это приводит к отклонению параметров переходного процесса, возникающего в реальной ИЦ, от заложенного в модели. Поэтому необходимо оценить степень этого отличия в каждом конкретном случае и принять решение о возможности использования того или иного метода измерения ПЭЦ в зависимости от предъявляемых требований по точности и быстродействию.

Рассмотрим наиболее известные методы измерения ПЭЦ.

Первый метод [2] заключается в том, что на последовательную активно-емкостную или индуктивно-активную измерительную цепь, один из элементов которой известен, подают напряжение постоянного тока U_0 ; через образцовый интервал времени Δt с момента подачи напряжения измеряют первое мгновенное значение напряжения на средней точке ИЦ; через такой же интервал времени измеряют второе мгновенное значение напряжения на средней точке цепи и определяют неизвестный элемент цепи по измеренным значениям.

Выражение для определения постоянной времени ИЦ τ_1 равно величине

$$\tau_1 = -\frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{U_{12} - U_{11}}{U_{11}}\right)}, \quad (1)$$

где $U_{11} = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right]$; $U_{12} = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_1}\right) \right]$ – первое и второе мгновенные значения переходного процесса в ИЦ.

Недостатком данного метода и реализующих его средств измерений является непосредственная связь момента подачи напряжения на измерительную цепь с моментом начала измерения, что не всегда выполнимо в реальных условиях.

Этот недостаток устраняется в следующем методе измерения ПЭЦ [3], который заключается в том, что на последовательную активно-емкостную или индуктивно-активную цепь, один из элементов которой известен, подают напряжение постоянного тока; в произвольный момент времени измеряют первое мгновенное значение напряжения на средней точке измерительной цепи; через образцовый интервал времени с момента первого измерения измеряют второе мгновенное значение напряжения на средней точке цепи; через такой же интервал времени с момента второго измерения измеряют третье мгновенное значение напряжения на средней точке цепи и определяют неизвестный элемент цепи по измеренным значениям.

Выражение для определения постоянной времени ИЦ τ_1 имеет вид

$$\tau_1 = -\frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{U_{23} - U_{22}}{U_{22} - U_{21}}\right)}. \quad (2)$$

В произвольный момент времени t_1 мгновенное значение напряжения U_{21} на средней точке цепи равно $U_{21} = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \right]$.

Через образцовый интервал времени Δt в момент времени t_2 $U_{22} = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_1}\right) \right]$.

Через такой же интервал времени Δt в момент времени t_3 $U_{23} = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t_1 + 2\Delta t}{\tau_1}\right) \right]$.

Произведем оценку влияния погрешности из-за несоответствия модели виду реального переходного процесса в ИЦ на погрешность результата измерения ПЭЦ с помощью методики, предложенной в [4].

Пусть имеется индуктивно-активная последовательная измерительная цепь, состоящая из катушки индуктивности и образцового резистора. Если при том же значении образцового резистора R_0 не учитывать активное сопротивление обмотки катушки индуктивности R_1 , то это приведет к погрешности определения индуктивности L . Аналогичные погрешности имеют место, если модель не учитывает сопротивление соединительных проводников или его изменение при изменении температуры и т.д.

Учет активного сопротивления обмотки R_1 приведет к уменьшению постоянной времени цепи τ_1 . Если постоянная времени реальной цепи τ_2 , то мгновенные значения сигналов при реализации первого метода примут вид

$$U'_{11} = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) \right], \quad U'_{12} = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_2}\right) \right],$$

при втором методе они запишутся как

$$U'_{21} = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) \right]; \quad U'_{22} = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_2}\right) \right]; \quad U'_{23} = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t_1 + 2\Delta t}{\tau_2}\right) \right].$$

В соответствии с методикой оценки погрешности с помощью расчетного значения параметра реальной цепи относительная погрешность для обоих методов измерения ПЭЦ

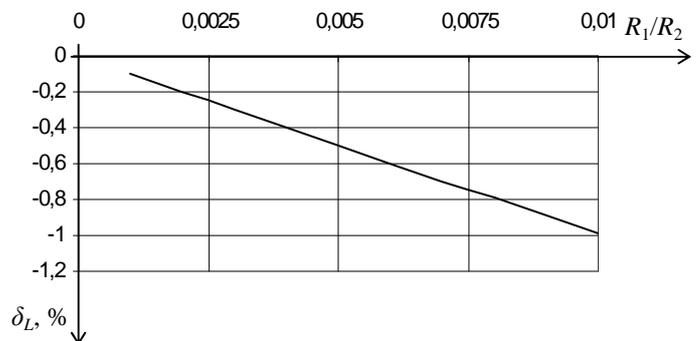
$$\delta_L = \frac{L - L_p}{L_p} = -\frac{R_1}{R_0 + R_1}, \quad (3)$$

где L_p – расчетное значение индуктивности.

На рис. 1 приведен график зависимости погрешности δ_L от отношения R_1/R_0 в соответствии с (3).

Анализ выражения (3) и рис. 1 показывает, что зависимость δ_L от R_1/R_0 носит линейный характер.

Рассмотрим другую методику оценки с помощью определения погрешности измерения параметров как функции, аргументы которой заданы приближенно с погрешностью, соответствующей отклонению модели от реального сигнала. Как известно, погрешность вычисления значения какой-либо функции, аргументы которой заданы приближенно, может быть оценена с помощью дифференциала этой функции. Погрешность функции есть не что иное как возможное приращение функции, которое она получит, если ее аргументам дать приращения, равные их погрешностям. В случае, когда известны только предельные абсолютные погрешности аргументов, при вычислении дифференциалов необходимо для всех производных брать их абсолютные значения. В зависимости от того, как производится оценка отклонения модели от реального сигнала, возможны три подхода к определению погрешности [4].



Р и с. 1. График зависимости δ_L от R_1/R_0 при оценке погрешности с помощью расчетного значения ПЭЦ

Если считать, что предельные абсолютные погрешности аргументов соответствуют наибольшему отклонению параметров модели от реального переходного процесса ΔU_{\max} , то абсолютные погрешности измерения индуктивности для первого и второго методов измерения соответственно равны величинам

$$\Delta L_{X1} = \left[|(L_X)'_{U_{11}}| + |(L_X)'_{U_{12}}| \right] \Delta U_{\max}; \quad (4)$$

$$\Delta L_{X2} = \left[|(L_X)'_{U_{21}}| + |(L_X)'_{U_{22}}| + |(L_X)'_{U_{23}}| \right] \Delta U_{\max}. \quad (5)$$

В общем случае можно считать, что предельное значение

$$\Delta U_{\max} = \sup \left[U_0 \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) \right],$$

т.е. зависит от отношения τ_1/τ_2 и может быть вычислено путем решения уравнения

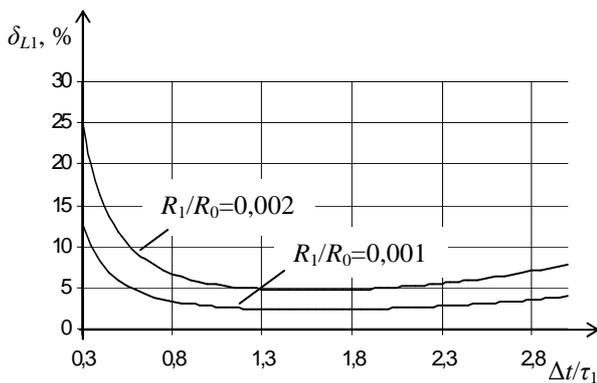
$$\left[\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) \right]' = 0.$$

Тогда предельные относительные погрешности измерения ПЭЦ в соответствии с (4) и (5)

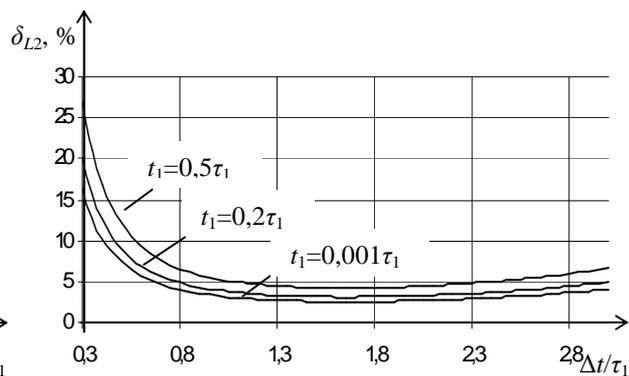
$$\delta_{L1} = \frac{R_1 \tau_1}{R_0 \Delta t} \left| \exp\left(\frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}}{\frac{R_1}{R_0}}\right) - \exp\left(\frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}}{\frac{R_1}{R_0} \frac{\tau_1}{\tau_2}}\right) \right| \left| \frac{2 + \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)}{\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)\right)} \right|; \quad (6)$$

$$\delta_{L2} = \frac{R_1 \tau_1}{R_0 \Delta t} \left| \exp\left(\frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}}{\frac{R_1}{R_0}}\right) - \exp\left(\frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}}{\frac{R_1}{R_0} \frac{\tau_1}{\tau_2}}\right) \right| \left| \frac{2 \left[1 + \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)\right]}{\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)\right)} \right|. \quad (7)$$

На рис. 2 представлены графики зависимости погрешности δ_{L1} от отношения $\Delta t/\tau_1$ при $R_1/R_0=0,001$ и $R_1/R_0=0,002$ в соответствии с (6). На рис. 3 представлены графики зависимости погрешности δ_{L2} от отношения $\Delta t/\tau_1$ при $R_1/R_0=0,001$ и различных значений t_1/τ_1 в соответствии с (7).



Р и с. 2. Графики зависимости δ_{L1} от $\Delta t/\tau_1$ при оценке погрешности по наибольшему отклонению значений модели от соответствующих значений реального сигнала



Р и с. 3. Графики зависимости δ_{L2} от $\Delta t/\tau_1$ при оценке погрешности по наибольшему отклонению значений модели от соответствующих значений реального сигнала при $R_1/R_0=0,001$

Если считать, что предельные абсолютные погрешности аргументов соответствуют отклонению модели от реального сигнала, определяемому через среднеквадратическую погрешность σ , то абсолютные погрешности измерения индуктивности для первого и второго методов измерения соответственно равны величинам

$$\Delta L_{X1} = \left[|(L_X)'_{U_{11}}| + |(L_X)'_{U_{12}}| \right] \sigma; \quad (8)$$

$$\Delta L_{X2} = \left[\left| (L_X)'_{u_{21}} \right| + \left| (L_X)'_{u_{22}} \right| + \left| (L_X)'_{u_{23}} \right| \right] \sigma. \quad (9)$$

Среднеквадратическая погрешность определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{T_u} \int_0^{T_u} \left\{ U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) \right] - U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \right] \right\}^2 dt = \\ &= \frac{U_0^2}{2T_u(\tau_1 + \tau_2)} \left[(\tau_2 - \tau_1)^2 - \tau_1\tau_2 \left(\exp\left(-\frac{T_u}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{T_u}{\tau_1}\right) \right)^2 - \left(\tau_2 \exp\left(-\frac{T_u}{\tau_2}\right) - \tau_1 \exp\left(-\frac{T_u}{\tau_1}\right) \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где T_u – время измерения.

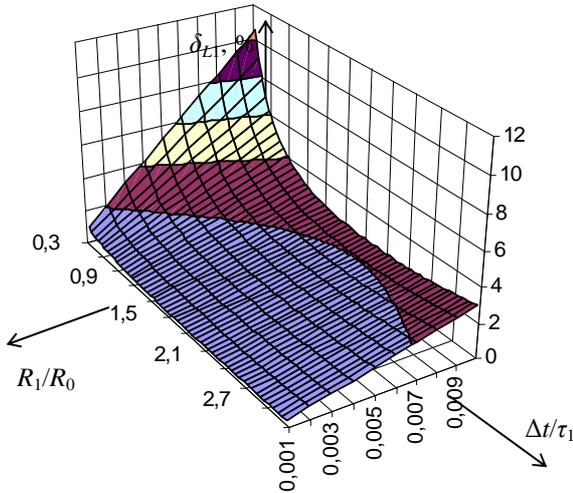
Заменяя в (10) T_u на $2\Delta t$, с учетом (8) можно получить предельную относительную погрешность для первого метода измерения ПЭЦ

$$\begin{aligned} \delta_{L1} &= \frac{R_1}{R_0} \frac{\tau_1}{4\Delta t \sqrt{\Delta t(\tau_1 + \tau_2)}} \left\{ (\tau_2 - \tau_1)^2 - \tau_1\tau_2 \left[\exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_1}\right) \right]^2 - \right. \\ &\quad \left. \left[\tau_2 \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_2}\right) - \tau_1 \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_1}\right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \left| \frac{2 + \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right)}{\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right]} \right|. \end{aligned} \quad (11)$$

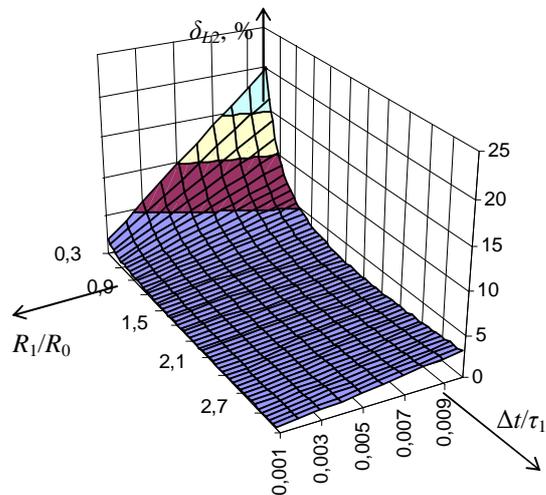
Аналогично, заменяя в (10) T_u на $3\Delta t$ и используя (9), для второго метода измерения ПЭЦ

$$\begin{aligned} \delta_{L2} &= \frac{R_1}{R_0} \frac{\tau_1}{12\Delta t \sqrt{\Delta t(\tau_1 + \tau_2)}} \left\{ (\tau_2 - \tau_1)^2 - \tau_1\tau_2 \left[\exp\left(-\frac{3\Delta t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{3\Delta t}{\tau_1}\right) \right]^2 - \right. \\ &\quad \left. \left[\tau_2 \exp\left(-\frac{3\Delta t}{\tau_2}\right) - \tau_1 \exp\left(-\frac{3\Delta t}{\tau_1}\right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \left| \frac{2 \left[1 + \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right]}{\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right]} \right|. \end{aligned} \quad (12)$$

На рис. 4 представлены графики зависимости погрешности δ_{L1} от отношений R_1/R_0 и $\Delta t/\tau_1$ в соответствии с (11). Рис. 5 отражает графики зависимости погрешности δ_{L2} от отношений R_1/R_0 и $\Delta t/\tau_1$ в соответствии с (12) при $t_1=0,001\tau_1$.



Р и с. 4. Графики зависимости δ_{L1} от R_1/R_0 и $\Delta t/\tau_1$ при оценке погрешности по отклонению модели от реального сигнала, определяемому через среднеквадратическую погрешность



Р и с. 5. Графики зависимости δ_{L2} от R_1/R_0 и $\Delta t/\tau_1$ при оценке погрешности по отклонению модели от реального сигнала, определяемому через среднеквадратическую погрешность при $t_1=0,001\tau_1$

Если считать, что абсолютные погрешности аргументов соответствуют действительным разностям между мгновенными значениями реального сигнала и модели в соответствующих точках, то абсолютные погрешности измерения индуктивности для первого и второго методов измерения соответственно запишутся в виде

$$\Delta L_{X1} = \Delta U_{11}(L_X)'u_{11} + \Delta U_{12}(L_X)'u_{12}; \quad (13)$$

$$\Delta L_{X2} = \Delta U_{21}(L_X)'u_{21} + \Delta U_{22}(L_X)'u_{22} + \Delta U_{23}(L_X)'u_{23}, \quad (14)$$

где $\Delta U_{11} = U_0 \left[\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) \right]$; $\Delta U_{12} = U_0 \left[\exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_2}\right) \right]$;

$$\Delta U_{21} = U_0 \left[\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) \right]; \quad \Delta U_{22} = U_0 \left[\exp\left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_2}\right) \right];$$

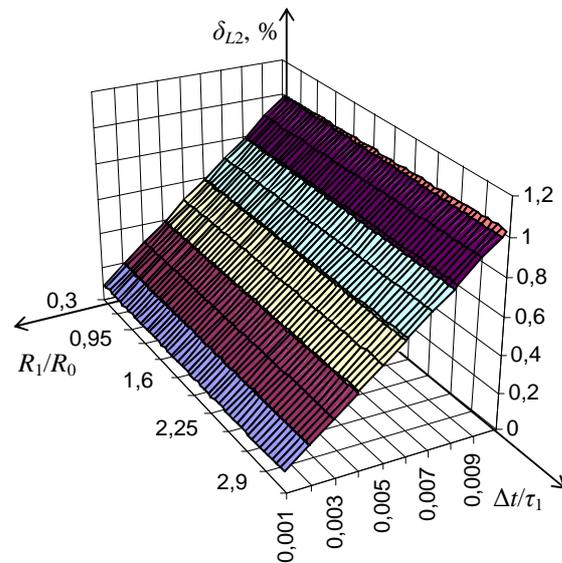
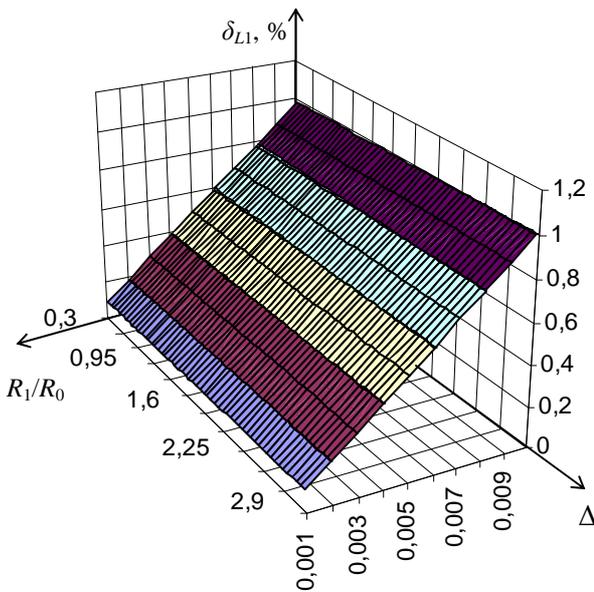
$$\Delta U_{23} = U_0 \left[\exp\left(-\frac{t_1 + 2\Delta t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{t_1 + 2\Delta t}{\tau_2}\right) \right].$$

Относительные погрешности измерения индуктивности в соответствии с (13) и (14) имеют вид

$$\delta_{L1} = \frac{R_1 \tau_1}{R_0 \Delta t} \frac{\exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{2\Delta t}{\tau_2}\right) - \left[1 + \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right] \left[\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) \right]}{\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right]}; \quad (15)$$

$$\delta_{L2} = \frac{R_1 \tau_1}{R_0 \Delta t} \frac{\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_2}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) \right] \left[\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_2}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right]}{\exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \right]}. \quad (16)$$

На рис. 6 представлены графики зависимости погрешности δ_{L1} от отношений R_1/R_0 и $\Delta t/\tau_1$ в соответствии с (15). На рис. 7 даны графики зависимости погрешности δ_{L2} от отношений R_1/R_0 и $\Delta t/\tau_1$ в соответствии с (16) при $t_1=2\tau_1$.



Р и с. 6. Графики зависимости δ_{L1} от R_1/R_0 и $\Delta t/\tau_1$ при оценке погрешности по действительным разностям между мгновенными значениями реального сигнала и модели

Р и с. 7. Графики зависимости δ_{L2} от R_1/R_0 и $\Delta t/\tau_1$ при оценке погрешности по действительным разностям между мгновенными значениями реального сигнала и модели при $t_1=2\tau_1$

Проведенный анализ показывает, что оценка погрешности по наибольшему отклонению значений модели от соответствующих значений реального переходного процесса в ИЦ в соответствии с (6) и (7) дает, в общем случае, завышенные результаты и целесообразна для использования только при $0,5 \leq \Delta t / \tau_1 \leq 3$.

Оценка погрешности измерения ПЭЦ по отклонению модели от реального сигнала, определяемому через среднеквадратическую погрешность существенно зависит от отношения образцового интервала времени к постоянной времени ИЦ и имеет смысл при $\Delta t / \tau_1 \geq 1$. Кроме того, погрешность при реализации второго метода определения ПЭЦ зависит также от момента начала измерения и с увеличением отношения t_1 / τ_1 возрастает.

Наиболее приемлемые результаты имеют место для третьего подхода, в котором абсолютные погрешности аргументов соответствуют действительным разностям между мгновенными значениями реального сигнала и модели в соответствующих точках, а относительные погрешности определяются согласно выражениям (15) и (16). При этом погрешность для второго метода определения ПЭЦ практически не зависит от момента начала измерения. Однако реализация такого подхода требует моделирования процессов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мелентьев В.С. Методы и средства измерения параметров электрических цепей на постоянном токе. Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2004. 120 с.
2. Батищев В.И., Мелентьев В.С. Измерение параметров емкостных датчиков положения и перемещения. М.: Машиностроение-1, 2005. 124 с.
3. А.с. №1797079 СССР. Способ измерения электрических величин активного сопротивления, индуктивности и емкости / В.С. Мелентьев, В.С. Баскаков и др. (СССР). №4883340/21; Заявлено 19.11.90; Опубл. 23.02.93; Бюл. №7.
4. Мелентьев В.С. Методы оценки влияния погрешностей, обусловленных несоответствием модели виду реального сигнала, на погрешность результата измерения // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки. 2006. №41. С. 89-96.

Статья поступила в редакцию 16 января 2007 г.

УДК 32.81

В.С. Семенов, В.А. Небоженко

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА АДАПТАЦИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕФТЯНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

Работа посвящена повышению эффективности процесса получения решений обратных задач по идентификации гидродинамических моделей нефтяных месторождений.

Теория разработки и проектирования процессов разработки нефтяных месторождений развивается примерно в течение последних 80 лет, а газовых месторождений – около 60 лет. За это время соответствующие теоретические основы претерпели коренные изменения. Ушла в историю продолжительная эпоха нольмерных и одномерных расчетных моделей. Недолгой была эпоха двумерных математических моделей. И вот сегодня весь мир проектные решения по разработке месторождений нефти и газа основывает только на трехмерных (3D) многофазных моделях.

Повышение размерности сеточной модели не является самоцелью, а определяется возрастающими потребностями практики. Именно поэтому, а также вследствие достижений научно-технического прогресса, например, в методах сейсморазведки, в бурении скважин, 3D модели стали незаменимыми. Повсеместное эффективное использование горизонтальных (в широком понимании) скважин, имеющее место в последние годы, стало возможным только вследствие применения 3D многофазных математических моделей. Ибо, например, в проблематике горизонтальных скважин величина достигаемого дебита не есть единственный искомый параметр. Важны также данные о динамике дебитов скважин по нефти, конденсату, воде, газу в условиях неоднородных по коллекторским свойствам продуктивных пластов. Такую информацию могут обеспечивать только 3D многофазные модели протекающих в пласте процессов.

За последние годы достигнут большой прогресс в постановке и решении различных 3D многофазных прямых задач теории фильтрации, т.е. задач прогнозирования показателей разработки месторождений нефти и газа. На десятках ежегодных научных конференций, в сотнях докладов и статей обсуждаются многочисленные аспекты и проблемы численного моделирования. И, как следствие, сегодня на рынке услуг имеется немалое число программных комплексов, реализовавших многие достижения теоретических изысканий.

Вместе с тем практика разработки месторождений нефти и газа подсказала нам наличие обширной зоны в области теории прогнозирования показателей разработки, которая оказалась почти не исследованной. Речь идет об обратных задачах теории прогнозирования показателей разработки – идентификации параметров математической модели нефтяного месторождения. Естественно, что такой пробел не связан с каким-либо недомыслием отечественных и зарубежных исследователей. Он продиктован сложностью соответствующих задач.

Что касается теории анализа разработки месторождений нефти и газа, то здесь и количество исследований, и достигнутые результаты являются менее впечатляющими по сравнению с задачами прогнозирования разработки, опять же вследствие большей сложности соответствующих обратных задач, задач по идентификации коллекторских свойств пласта на основе фактических данных эксплуатации всей совокупности скважин. За прошедшие годы ученым удалось несколько продвинуться в рассматриваемом направлении. Соответствующие продвижения стали возможными благодаря использованию современных методов теории оптимального управления.

Интересующее нас направление в теории разработки нефтяных и газовых месторождений связано с решением задач регулирования разработки. Этот класс задач, несмотря на свою значимость, является наименее исследованным разделом общей теории разработки месторождений нефти и газа. Данное обстоятельство также связано со значительными математическими трудностями в построении алгоритмов решения задач регулирования разработки. И если здесь удалось достичь некоторых результатов, то только благодаря мощному аппарату современных методов теории оптимального управления.

Данное направление исследования характеризуется сложностью используемого математического аппарата и соответствующих расчетных формул и алгоритмов. Конечно, это связано со сложностью исходных физических задач, когда мы отказываемся от схематизации строения продуктивного пласта, неоднородности и анизотропии его коллекторских свойств, сеток размещения добывающих и нагнетательных скважин, интервалов отбора и закачки и т.д. Поэтому без гигантских успехов в области совершенствования компьютерной техники и программных средств немыслимым было бы решение обратных задач и задач регулирования разработки.

Задача идентификации относится к классу обратных задач [1]. Если при решении прямых задач определяется динамика отборов нефти, газа, воды и давлений при заданных параметрах пласта, то в обратных задачах по некоторым косвенным данным находится причинная составляющая наблюдаемых событий. Именно из-за обращения естественного хода причинно-следственных связей задача и носит название обратной. Она решается в оптимизационной постановке. Это означает, что ее решение осуществляется на основе некоторого функционала качества. Этот функционал отвечает за степень адаптации модели, т.е. соответствия модели реальным данным, измеренным на месторождении. Целевой функционал в соответствии с [2] определим в виде

$$J = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M \sum_{n=1}^N \left[\begin{aligned} & \left(P_{ij}^{n,\phi} - P_{ij}^{n,p} \right)^2 + \alpha \left(O_{ij}^{n,\phi} - O_{ij}^{n,p} \right)^2; \\ & + \beta \left(ГНФ_{ij}^{n,\phi} - ГНФ_{ij}^{n,p} \right)^2 + \gamma \left(ВГФ_{ij}^{n,\phi} - ВГФ_{ij}^{n,p} \right)^2; \\ & + \delta \left(S_{ij}^{n,\phi} - S_{ij}^{n,p} \right)^2. \end{aligned} \right] \quad (1)$$

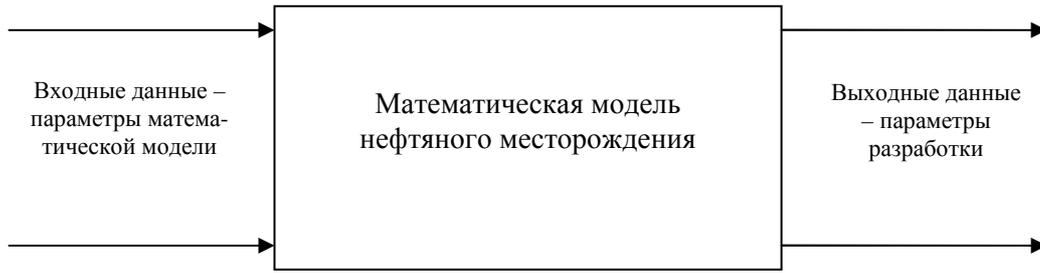
Здесь P , O , $ГНФ$, $ВГФ$, S – значения соответственно давления, обводненности продукции, газонефтяного фактора, водогазового фактора, насыщенности какой-то определенной фазой; α , β , γ , δ – весовые множители; индексы ϕ , p – означают фактические и расчетные параметры соответственно; индекс i характеризует скважину, j – интервал (по разрезу) замера, n – момент времени замера, L , M , N – число скважин, интервалов замера и моментов времени соответственно.

Известными являются фактические замеры перечисленных показателей эксплуатации добывающих и нагнетательных скважин, а также значения давлений и насыщенностей в наблюдательных и пьезометрических скважинах. При этом замеры могут осуществляться на разных скважинах в различные моменты времени и в различных сочетаниях, т.е. по различным скважинам могут замеряться разные параметры или их группы.

В работе [3] математическую модель предложено рассматривать как объект управления (см. рисунок), где управляющие воздействия – это исходные параметры математической модели, а результат управляющего воздействия – выходные данные модели (параметры разработки). Также сделан вывод о возможности применения элементов теории оптимального управления для решения задач идентификации параметров математической модели нефтяного месторождения.

Обозначим через \vec{y} вектор управляющих параметров, за счет вариации которых мы хотим получить совпадение фактических и расчетных показателей разработки. Под управляющими параметрами для упро-

щения задачи здесь понимается пористость и проницаемость.



Представление математической модели нефтяного месторождения в виде объекта управления

На практике выбор управляющих параметров в задаче идентификации производится следующим образом. При осуществлении моделирования процесса разработки на основании имеющихся данных устанавливается, какие параметры оказывают наиболее сильное влияние на показатели процесса разработки месторождения. Нередко информация о них совершенно недостаточна. Подобный анализ указывает на параметры, которые следует выбирать в качестве управляющих. Этот шаг соответствует так называемой структурной идентификации [1].

В случае полной и точной адаптации модели реальному пласту значение функционала равнялось бы нулю. Однако, как будет видно из дальнейшего изложения, полное совпадение адаптированной модели и реального пласта недостижимо с практической точки зрения, например, вследствие погрешностей в промысловых замерах. Поэтому ставится и решается задача идентификации лишь на основе минимизации функционала (1). После выбора управляющих параметров минимум функционала соответствует их распределению, наиболее близкому к истинному.

Представим функционал в виде, удобном для дальнейших рассуждений:

$$J(\vec{u}) = \sum_{n=1}^N \left(\vec{y}^n(\vec{u}) - \vec{Y}^n \right)^T \Omega \left(\vec{y}^n(\vec{u}) - \vec{Y}^n \right). \quad (2)$$

Здесь \vec{Y}^n – замеренные значения (любая комбинация из давлений, обводненности продукции, газонефтяного или водогазового фактора, насыщенности в исследуемых скважинах); $\vec{y}^n(\vec{u})$ – расчетные параметры, соответствующие замеренным данным; N – число временных интервалов замеров; верхние индексы n и T относятся к номеру замера и матричной операции транспонирования соответственно; Ω обозначает матрицу весовых коэффициентов, при этом обычно задается и используется только главная диагональ данной матрицы. Физический смысл указанной матрицы состоит в возможности задания замерам в целевой функции (2) различных весов в соответствии со степенью их достоверности. Чем больше весовой коэффициент, тем более значительное влияние оказывает соответствующий замер на величину функционала.

Заметим, что на область изменения вектора управляющих параметров обычно налагаются некоторые ограничения как физического, так и смыслового характера:

$$\vec{u}_{\min} \leq \vec{u} \leq \vec{u}_{\max}. \quad (3)$$

Так, например, пористость не может находиться вне интервала (0,1), а для проницаемости задается определенный диапазон величин без нарушения представлений о геологическом строении месторождения.

Прямое определение вектора управляющих параметров, доставляющее минимум функционалу (2) при наличии ограничений (3) в случае модели реального пласта, не представляется возможным. Поэтому рассматриваются только итерационные методы, а именно в данном подходе для минимизации целевой функции (2) используется метод сопряженных градиентов. Итерационный процесс строится следующим образом. Уточняемая оценка управляющего вектора \vec{u} на $(v+1)$ -й итерации вычисляется через значение управляющего вектора \vec{u} на (v) -той итерации на основании направления поиска, предопределяемого градиентом целевой функции:

$$\vec{u}^{(v+1)} = \vec{u}^{(v)} - \beta^{(v)} \vec{D}^{(v)}, \quad (4)$$

$$\vec{D}^{(v)} = \nabla J^{(v)} + \gamma^{(v-1)} \vec{D}^{(v-1)}, \quad (5)$$

$$\gamma^{(v-1)} = \frac{\|\nabla J^{(v)}\|^2}{\|\nabla J^{(v-1)}\|^2}, \quad (6)$$

где $\nabla J^{(v)}$ – градиент целевой функции относительно управляющих параметров; $\vec{D}^{(v)}$ – направление поиска экстремума функционала; а $\beta^{(v)}$ – величина шага смещения вдоль направления поиска.

Для достижения наилучшей скорости сходимости процедуры (4)-(6) величина шага $\beta^{(v)}$ должна находиться из решения следующей одномерной экстремальной задачи

$$\beta^{(v)} = \arg\left(\min_{\beta} J(\vec{u}^{(v)} - \beta\vec{D}^{(v)})\right), \quad (7)$$

т.е. $\beta^{(v)}$ – это значение шага смещения β , на котором достигается минимум выражения $J(\vec{u}^{(v)} - \beta\vec{D}^{(v)})$.

Таким образом, для осуществления одной итерации методом сопряженных градиентов требуется знать градиент целевой функции для вычисления направления поиска (формулы (5)-(6)) и величину шага смещения вдоль направления поиска.

Обозначим систему разностных уравнений в рамках прямой задачи с заданными краевыми условиями одним векторным соотношением

$$\vec{F}^n(\vec{x}^n, \vec{x}^{n-1}, \vec{u}) = 0, n = 1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

где \vec{x}^n – независимые переменные задачи на временном шаге n (давления, насыщенности и забойные давления скважин), N – номер последнего шага прямой задачи.

Заметим, что расчетные параметры, входящие в функционал (2) и соответствующие замеренным значениям, неявно зависят от вектора управляющих параметров: $\vec{y}^n = \varphi(\vec{x}^n(\vec{u}))$.

Запишем целевую функцию в более компактной форме:

$$J = \sum_{n=1}^N \vec{f}^{nT}(\vec{x}^n(\vec{u}))\Omega\vec{f}^n(\vec{x}^n(\vec{u})), \quad (9)$$

где $\vec{f}^n = \vec{y}^n(\vec{u}) - \vec{Y}$ – вектор разницы между замеренными и расчетными данными; Ω – по-прежнему, как и в (2), матрица весовых коэффициентов.

Таким образом, под решением задачи идентификации понимается такой вектор управляющих параметров \vec{u}_{opt} , который удовлетворяет ограничению (3) и доставляет минимум целевой функции (9), вычисленной на основе описывающих рассматриваемый процесс уравнений (8):

$$J(\vec{u}_{opt}) \leq J(\vec{u}), \forall \vec{u}. \quad (10)$$

Итак, при решении обратной задачи по уточнению коллекторских свойств необходимо найти такое допустимое управление, чтобы вычисленные на основе этого набора управляющих параметров значения показателей разработки в функционале (2) максимально приближались в среднеквадратичном смысле к замеренным значениям.

Алгоритм градиентной процедуры решения задачи

Опишем последовательность вычислений согласно предлагаемому методу решения задачи идентификации.

А) До начала решения задачи идентификации должно быть задано исходное распределение управляющих параметров. Если это коэффициенты пористости и проницаемости, то подходящим объектом для начального приближения выступает геологическая модель месторождения с соответствующими параметрами.

Б) Решается задача прогноза (8) при текущем распределении управляющих параметров и задании по скважинам фактических отборов, например, нефти. Значения фазовых переменных и дебитов компонентов на каждом временном шаге сохраняются для дальнейшего использования в сопряженной задаче и задаче для вариаций.

В) Отыскивается решение сопряженной краевой задачи. Для этой цели используются как расчетные, так и замеренные данные плюс сохраненные на этапе Б) распределения фазовых переменных задачи, благодаря которым становится возможным подготовить матрицу сопряженной системы для каждого времен-

ного шага. На основе полученного решения сопряженной задачи, т.е. значения сопряженной функции, удается вычислить градиент целевой функции.

Г) По формулам (5)-(6) отыскивается направление поиска.

Д) Решается задача для вариации фазовых переменных. На основе полученного решения вычисляется оптимальная величина шага смещения вдоль направления поиска.

Е) На основе процедуры (4) осуществляется пересчет вектора управляющих параметров.

Ж) Если сходимость итерационного процесса удовлетворяет заданному критерию, то решение задачи идентификации найдено. Если нет, то для нахождения нового множества управляющих параметров повторяются шаги Б)-Ж) до достижения критерия сходимости или критерия остановки вычислительного алгоритма.

В качестве критерия сходимости могут выступать различные условия. Например, может использоваться условие обязательного снижения функционала не менее чем на определенную долю от предыдущего его значения. Другой подход предусматривает наблюдение за итерационным процессом в реальных обратных задачах. Замечено, что величина функционала быстро снижается на первых итерациях метода сопряженных градиентов, затем функционал стабилизируется, и темпы его снижения уменьшаются. Критерием сходимости может выступать требование снижения функционала, т.е. если при новом распределении параметров функционал возрос, то критерий считается нарушенным и вычислительный алгоритм останавливается.

Проблемы, возникающие при адаптации гидродинамических моделей нефтяного месторождения

Опыт применения компьютерного моделирования выявил ряд проблем. Наиболее важной при компьютерном моделировании является информационная проблема [4]. Для построения достаточно точной адресной геолого-физической модели почти всегда не хватает данных.

В старых нефтедобывающих районах, таких как Самарская, Оренбургская области и др., имеется большое количество скважин, пробуренных в 50-60-е гг. По ним был выполнен весьма ограниченный комплекс геофизических исследований, по которому невозможно получить достаточно достоверные данные для построения геолого-физических моделей. Кроме того, все эти данные не были оцифрованы, не подвергались машинной интерпретации и зачастую носили отрывочный и неполный характер. Все это создает очень большие трудности в построении геолого-физических моделей, в частности в наполнении этих моделей различными параметрами, определяющими процесс фильтрации в продуктивном пласте.

В результате построенные геолого-физические модели, особенно в тех случаях, когда имеется только редкая сетка разведочных скважин, весьма приблизительны, соответственно являются приближенными и построенные на их базе гидродинамические модели.

Для уточнения гидродинамической модели используется адаптация модели по данным истории разработки нефтяной залежи, т.е. на модели воспроизводится вся динамика предшествующей разработки залежи и путем настройки параметров модели добиваются совпадения (с достаточно высокой точностью) с фактической историей разработки нефтяной залежи. Причем желательно получить это совпадение не только в целом по залежи, но и по истории эксплуатации каждой добывающей и нагнетательной скважины.

Однако при выполнении процесса адаптации модели наблюдается много трудностей. Во-первых, процесс адаптации математической модели по истории эксплуатации залежи возможен только, если залежь уже какое-то время находилась в эксплуатации и есть история обводнения добывающих скважин. Во-вторых, этот процесс крайне трудоемок, особенно, если залежь находится в длительной эксплуатации. И, наконец, как и при построении геолого-физических моделей, возникает много информационных проблем. Прежде всего это достоверность и полнота информации по динамике технологических показателей разработки нефтяной залежи.

Опыт моделирования показывает, что если динамика добычи нефти в целом по залежи, разбуренной самостоятельной сеткой скважин, динамика роста обводненности и ряд других показателей эксплуатации залежи известны достаточно достоверно, то при переходе к показателям по отдельным скважинам достоверность информации резко снижается. Это связано с низкой точностью замеров дебита и обводненности по скважинам, особенно по малодобитным, и зачастую – с отсутствием замеров дебита в течение многих месяцев по части фонда добывающих скважин. В процессе использования базы данных приходилось неоднократно сталкиваться с ее искажением – значительная часть добывающих скважин фактически простаивала, но, согласно базе данных, они работали и добывали нефть. Подобное искажение информации осуществлялось с целью улучшения отчетных показателей по использованию фонда скважин. Одновременно искажались данные по работающим скважинам, поскольку часть добычи нефти перераспределялась на фактически простаивающие скважины.

Еще более недостоверна информация по величине закачки воды в пласт. При адаптации математической модели по данным истории разработки залежи в большинстве случаев не удается добиться совпадения

динамики пластового давления в залежи на модели и по промысловым замерам пластового давления в скважинах. Причина этого – искаженная информация об объемах закачанной воды в пласт, причем в подавляющем большинстве случаев он сильно завышен.

Перечисленные информационные проблемы по динамике технологических показателей по залежи и особенно по отдельным скважинам приводят к очень большим трудностям при адаптации математической модели. Если в целом по залежи обычно удается осуществить настройку параметров модели, в результате чего динамика технологических показателей по модели достаточно близко совпадает с фактическими данными, то по отдельным скважинам этого добиться очень сложно. Обычно достаточно близкое совпадение динамики технологических показателей удается осуществить только по 50-60% фонда добывающих скважин.

Значительные трудности представляет компьютерное моделирование многопластового эксплуатационного объекта. Поскольку деление добычи нефти и воды по скважинам, вскрывшим несколько продуктивных пластов, представляет значительные трудности и все используемые методы являются приближенными, то в большинстве случаев приходится создавать модель всего эксплуатационного объекта. Однако адаптация многопластового объекта по истории разработки объекта представляет большие трудности, так как на динамику технологических показателей разработки очень сильно влияет соотношение отборов между отдельными пластами многопластового объекта, причем это соотношение может меняться в значительных пределах в процессе разработки эксплуатационного объекта. Такая особенность многопластовых объектов делает процесс адаптации модели весьма неопределенным. Создание же математической модели многопластового объекта позволяет успешно решать другую задачу – осуществлять разделение добычи по каждой скважине многопластового объекта. Точность этого разделения полностью определяется достоверностью параметров каждого из пластов эксплуатационного объекта.

Значительные трудности возникают в процессе адаптации математических моделей нефтяных залежей, разрабатываемых длительное время – несколько десятилетий. Данный процесс является очень трудоемким, поскольку приходится производить настройку параметров и добиваться совпадения технологических показателей за каждый год разработки залежи. В связи с этим очень трудно достичь хорошей адаптации модели в течение всего срока разработки залежи. Обычно в отдельные годы наблюдаются некоторые различия данных по модели и по факту. Кроме того, при решении задачи адаптации все ее неточности в отдельные годы складываются, и в результате на конечный момент адаптации может накопиться значительная погрешность в интегральных характеристиках процесса разработки нефтяной залежи.

Когда в результате адаптации математической модели удастся добиться совпадения динамики технологических показателей на модели с фактом, это еще не означает, что настроенное таким образом сочетание параметров залежи соответствует истинному, т.е. адаптированная математическая модель может по-прежнему не соответствовать истинному строению нефтяной залежи. Адаптация – это типичная обратная задача подземной гидродинамики, а такие задачи могут иметь множество решений.

Неадекватность модели истинному сочетанию параметров по объему нефтяной залежи также оказывает влияние на показатели разработки, получаемые при компьютерном моделировании различных вариантов разработки. Впрочем, опыт показывает, что это мало влияет на выбор наилучшего варианта разработки, обычно относительные показатели, характеризующие различия вариантов, выявляются достаточно четко.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1998. 288 с.
2. Закиров Э.С. Трехмерные многофазные задачи прогнозирования, анализа и регулирования разработки месторождений нефти и газа. М.: Изд-во “Грааль”. 2001. 303 с.
3. Семенов В.С., Небоженко В.А. Исследование возможности применения элементов теории оптимального управления для решения задачи адаптации гидродинамической модели нефтяного месторождения: Тр. 63 Всероссийск. науч.-техн. конф. ГОУ ВПО «СГАСУ», Самара, 2006.
4. Ковалев В.С. Автоматизированная адаптация (настройка) параметров математической модели залежи – эффективное средство повышения точности прогноза при проектировании разработки нефтяных месторождений // Нефтяное хозяйство. 1994. №1. С. 41-46.

Статья поступила в редакцию 25 января 2007 г.

АНАЛИЗ КОНСТРУКТИВНЫХ СХЕМ ЭЛЕКТРОЕМКОСТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПОТОЧНЫХ ВЛАГОМЕРОВ НЕФТИ

Проведен сравнительный анализ конструктивных схем электроемкостных преобразователей влагомеров нефти с цилиндрическими коаксиальными и плоскими или сегментными электродами с точки зрения информативности измеряемых сигналов и точности определения влажности нефти в потоке. Показано, что в случае электрофизической неоднородности многофазной смеси ЭПС с плоскими электродами обеспечивают более высокую точность и стабильность работы поточного влагомера. Предложен ряд конструктивных схем многоэлектродных электроемкостных преобразователей (МЭП), обеспечивающих возможность электрического сканирования поперечного сечения потока, инвариантность выходных сигналов к размерам первичного преобразователя. Показано, что использование МЭП позволяет реализовать комплексирование ЭП, резко повысить количество измерительной информации о параметрах многофазного потока.

Электроемкостные преобразователи используют в диэлектрическом методе влагометрии, который основан на измерении диэлектрической проницаемости смеси «нефть-вода», связанной известной функциональной зависимостью с объемным содержанием воды. При этом водонефтяная эмульсия помещается в емкостной преобразователь, в котором измеряется емкость между двумя электродами. В нефтяных поточных влагомерах чаще всего применяют коаксиальные электроемкостные преобразователи, где первым электродом служит трубопровод, а потенциальный электрод выполнен в виде стержня [1].

Возможны, однако, и другие конструктивные схемы электроемкостных преобразователей поточных влагомеров, выполненных, например, в виде плоских или сегментных электродов, определенным образом размещенных в сечении трубопровода [2].

Цель работы – сравнение этих конструктивных схем с точки зрения информативности измеряемых сигналов и точности определения влажности нефти в потоке.

Наиболее существенным отличием этих конструктивных схем является степень однородности зондирующего электрического поля. Этот фактор оказывает значительное влияние на точность определения влажности нефти в реальных условиях эксплуатации аппаратуры.

Определим в общем виде измеряемую емкость C преобразователя, рабочий объем V которого заполнен неоднородной смесью с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(M)$, зависящей от координаты точки M внутри объема.

Энергия электрического поля в контролируемом объеме V запишется в виде

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int_V \varepsilon(M) E^2(M) dV_M = \frac{CU^2}{2}, \quad (1)$$

где $\varepsilon(M)$ – напряженность электрического поля в точке M , U – приложенное напряжение.

Отсюда получим выражение для измеряемой емкости C :

$$C = \frac{\varepsilon_0}{U^2} \int_V \varepsilon(M) E^2(M) dV_M, \quad M \in V. \quad (2)$$

Из уравнения (2) следует, что измеряемый сигнал – емкость C зависит от пространственных распределений диэлектрической проницаемости $\varepsilon(M)$ смеси «нефть-вода» и напряженности электрического поля $E(M)$ в рабочем объеме датчика. Объемное содержание влаги α_v в водонефтяной эмульсии определяют по величине емкости C для датчика с цилиндрическими и плоскими электродами соответственно:

$$C_u = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_3(\alpha_v)l}{C_n \frac{R_n}{R_0}}; \quad C_n = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_3(\alpha_v)d \cdot l}{d_n}, \quad (3)$$

где C_u и C_n – измеряемые емкости цилиндрического и плоского конденсаторов, R_0 и R_n – радиусы внутреннего и внешнего коаксиальных электродов, l – длина датчика, a – ширина электрода, d_n – расстояние между плоскими электродами, $\varepsilon_3(\alpha_v)$ – эквивалентная диэлектрическая проницаемость водонефтяной эмульсии.

Используя уравнения (2) и (3), получим связь между эквивалентной диэлектрической проницаемостью ε_3 и пространственным распределением $\varepsilon(M)$ в рабочем объеме датчика с цилиндрическими и плоскими электродами:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_3(\alpha_6) &= \frac{\ln \frac{R_n}{R_0}}{2\pi U^2} \int_V \varepsilon(M) E^2(M) dV_M; \\ \varepsilon_3(\alpha_6) &= \frac{d_n}{aU^2} \int_V \varepsilon(M) E^2(M) dV_M. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $E(M)$ – напряженность электрического поля в неоднородной диэлектрической среде с проницаемостью $\varepsilon(M)$, $M \in V$. Причем электрическое поле в цилиндрическом конденсаторе при $\varepsilon(M) = \text{const}$ существенно неоднородно в отличие от однородного поля датчика с плоскими электродами:

$$E = \begin{cases} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon R}; R_0 \leq R \leq R_n. \\ U \\ d_n \end{cases}, \quad (5)$$

где τ – поверхностная плотность электрического заряда на электродах датчика.

При калибровке поточного влагомера нефти на установке типа УПВН смесь «нефть-вода» перемешивается до получения однородной водонефтяной эмульсии. Такое перемешивание практически невозможно реализовать в полевых условиях, что приводит к неоднородности распределения диэлектрической проницаемости смеси в рабочем объеме датчика, а следовательно, к большим погрешностям определения влажности нефти и неустойчивой работе поточного влагомера. Влияние этого фактора на эффективность работы поточного влагомера нефти рассмотрим на модельной задаче с кусочно-неоднородной диэлектрической средой в рабочем объеме датчика, т.е. представим конструктивные схемы электроемкостных преобразователей в виде многослойных цилиндрического и плоского конденсаторов соответственно (табл. 1, 2).

Таблица 1

Вид неоднородности контролируемой среды цилиндрического датчика

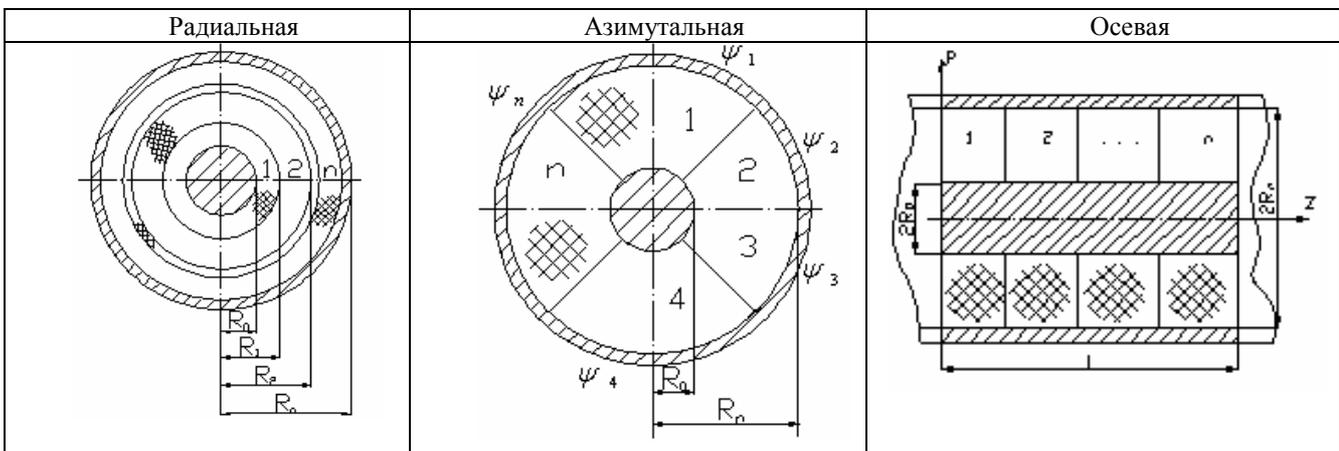
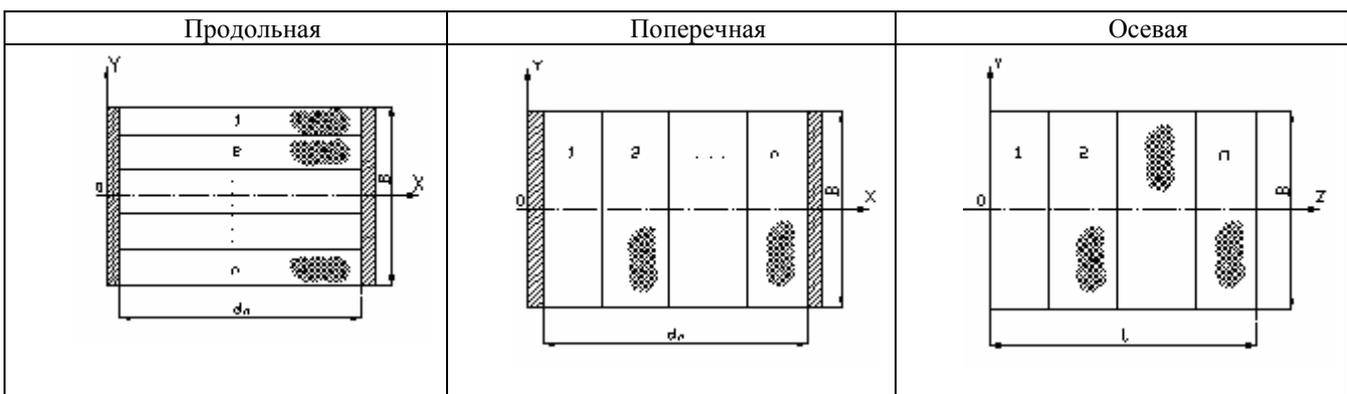


Таблица 2

Вид неоднородности контролируемой среды датчика с плоскими электродами



Многослойность заполнения межэлектродного пространства моделирует электрофизическую неоднородность двухфазного потока «нефть-вода», которая всегда имеет место, несмотря на принимаемые меры по перемешиванию смеси в потоке. Данная идеализированная схема предусматривает строго радиальный, азимутальный или осевой характер неоднородности цилиндрических коаксиальных электродов, а в случае плоских электродов – одномерный характер неоднородности по одной из осей – x , y или z . В последнем случае термин «продольная» или «поперечная неоднородность» определяет ориентацию вектора электрического поля относительно границы раздела слоев. При этом предполагается, что поток направлен по оси z в обоих случаях (табл. 1, 2).

Допущение о характере электрофизической неоднородности потока в ряде случаев имеет физическое обоснование, например, связанное с распределением скорости в поперечном сечении потока, наличие газовых пузырей и т.п. [1, 3]. Достоинство рассматриваемых моделей конструктивных схем электроемкостных преобразователей состоит в том, что для них возможно сделать сравнительно несложный расчет распределения напряженности электрического поля в неоднородной среде и провести анализ эквивалентных электрофизических параметров неоднородной среды, определяющих выходные сигналы преобразователей.

Рассмотрим параметры электроемкостных преобразователей (ЭП) с наиболее характерными видами неоднородностей: поперечной для ЭП с плоскими и радиальной для ЭП с коаксиальными цилиндрическими электродами.

В случае многослойной контролируемой среды ЭП с плоскими электродами электрическая индукция D во всех слоях с толщинами d_1, d_2, \dots, d_n имеет одно и то же значение:

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_2 = \dots = \varepsilon_0 \varepsilon_n E_n. \quad (6)$$

Величина напряжения U , приложенного к электродам:

$$U = \sum_{i=1}^n E_i d_i. \quad (7)$$

Из системы уравнений (6) и (7) найдем напряженность полей в слоях E_1, E_2, \dots, E_n . Из уравнения (6) следует, что величины E в слоях обратно пропорциональны диэлектрическим проницаемостям слоев:

$$\frac{E_i}{E_k} = \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_i}; \quad k, i = 1, 2, \dots, n; i \neq k. \quad (8)$$

Используя уравнения (7) и (8), получим

$$E_k = \frac{U}{\sum_{i=1}^n \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_i} d_i}; \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Емкость такого конденсатора C_n определяется известным выражением

$$\frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\varepsilon_0 \varepsilon_i s}, \quad (10)$$

где $s = b l$ – площадь электродов.

Из уравнения (10) найдем эквивалентную диэлектрическую проницаемость многослойной контролируемой среды:

$$\frac{1}{\varepsilon_s} = \sum_{k=1}^n \frac{\alpha_k}{\varepsilon_k}; \quad \sum_{k=1}^n \alpha_k = 1, \quad (11)$$

где $\alpha_k = \frac{V_k}{V}$ – относительное объемное содержание k -того слоя среды; $V_k = d_k s$ – объем k -того слоя, $V = d s$;

$$d = \sum_{k=1}^n d_k.$$

Если в качестве информативного параметра принять величину $s_s = \frac{1}{\varepsilon_k}$, то связь с параметрами этой среды будет иметь вид

$$s_s = \sum_{k=1}^n s_k \alpha_k; \quad s_k = \frac{1}{\varepsilon_k}. \quad (12)$$

Из уравнения (12) следует, что измеряемый параметр s_s пропорционален объемному содержанию компонента среды и электрофизическому параметру s_k . При этом отсутствует зависимость от пространственных координат слоя, т.е. от положения слоя в межэлектродном пространстве, а величина s_s представляет

собой усредненную по объему характеристику электрофизической структуры поперечного сечения контролируемой среды. Это означает, что изменение электрофизической структуры водонефтяного потока в трубопроводе не будет влиять на выходной сигнал влагомера, иными словами, изменение пространственного положения слоев в межэлектродном пространстве не приводит к изменению эквивалентного параметра многослойной среды.

Для цилиндрического конденсатора с радиальной неоднородностью среды емкость C_u равна величине

$$\frac{1}{C_u} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 l} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\epsilon_k} \ln \frac{R_k}{R_{k-1}}. \quad (13)$$

Эквивалентную диэлектрическую проницаемость многослойной среды найдем из уравнения (13):

$$\frac{1}{\epsilon_\vartheta} = \frac{1}{\ln \frac{R_n}{R}} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\epsilon_k} \ln \frac{R_k}{R_{k-1}}. \quad (14)$$

По аналогии с рассмотренным случаем плоского конденсатора введем информативные параметры $s_\vartheta = \frac{1}{\epsilon_\vartheta}$ и $s_k = \frac{1}{\epsilon_k}$, а также преобразуем уравнение (14):

$$R_k = R_{k-1} + d_k; \quad \ln \frac{R_k}{R_{k-1}} = \ln \left(1 + \frac{d_k}{R_{k-1}} \right); \quad k = 1, n, \quad (15)$$

где d_k – толщина k -того слоя среды.

Кроме того, используем приближенную форму:

$$\ln \left(1 + \frac{d_k}{R_{k-1}} \right) \approx \frac{d_k}{R_{k-1}}; \quad \text{при } \frac{d_k}{R_{k-1}} \ll 1. \quad (16)$$

С учетом (15) и (16) уравнение (14) примет вид

$$s_\vartheta = \frac{1}{\ln \frac{R_n}{R}} \sum_{k=1}^n s_k \frac{d_k}{R_{k-1}}. \quad (17)$$

Из последнего уравнения видно, что информативный параметр s_ϑ многослойной среды зависит от координат расположения слоев этой среды в межэлектрическом пространстве датчика, т.е. при изменении электрофизической структуры среды (потока) будет изменяться и s_ϑ , что означает неоднозначную зависимость показаний датчика от объемного содержания компонента.

Эта неоднозначность показаний датчика является причиной нестабильности работы влагомера нефти в условиях изменения гидродинамических характеристик многофазного потока. Указанная зависимость является следствием неоднородности электрического поля в рабочем объеме ЭП.

Емкость преобразователя при других видах неоднородности контролируемой среды для плоского ЭП:

$$C_n = \frac{\epsilon_0 s}{d} \sum_{k=1}^n \epsilon_k \alpha_k, \quad (18)$$

где $\alpha_k = \frac{V_k}{V}$ – объемное содержание k -того слоя среды; $V_k = b_k l d$, b_k – толщина k -того слоя среды; $V = b l d$ –

объем межэлектродного пространства датчика, $s = b l$, $\sum_{k=1}^n b_k = b$ – в случае продольной неоднородности,

$\sum_{k=1}^n l_k = l$ – в случае осевой неоднородности среды.

Из формулы (18) видно, что эквивалентная диэлектрическая проницаемость многослойной среды будет выражаться идентичными уравнениями:

$$\epsilon_\vartheta = \sum_{k=1}^n \epsilon_k \alpha_k. \quad (19)$$

Из (19) следует, что эквивалентная проницаемость неоднородной среды определяется объемными содержаниями слоев и не зависит от расположения этих слоев в межэлектродном пространстве.

В случае цилиндрического ЭП и азимутальной неоднородности контролируемой среды емкость C_u можно рассчитать из выражения [5]:

$$C_u = \frac{\varepsilon_0 l}{\ln \frac{R_n}{R_0}} \sum_{k=1}^n \varepsilon_k (\psi_{k+1} - \psi_k), \quad (20)$$

где n – число слоев, ψ_{k+1} и ψ_k – координаты полуплоскостей, ограничивающих k -тый слой $\psi_{k+1} > \psi_k$, причем $\psi_{k+1} = 0; \psi_k = 2\pi$. При осевой неоднородности контролируемой среды имеем:

$$C_u = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \frac{R_n}{R_0}} \sum_{k=1}^n \varepsilon_k l_k, \quad (21)$$

где l_k – толщина k -того слоя.

Таким образом, в случае азимутальной и осевой неоднородности контролируемой среды цилиндрического ЭП вклад каждого слоя в выходной сигнал преобразователя пропорционален объему, занимаемому слоем, и не зависит от расположения этого слоя в межэлектродном пространстве датчика. В этих двух случаях ЭП с плоскими электродами не имеет преимуществ перед цилиндрическим преобразователем.

Определим далее емкость на единицу длины ЭП с плоскими и цилиндрическими электродами, используя уравнения (3).

Для преобразователя с плоскими электродами при условии $a=d_n$ емкость C_{on} на единицу длины равна $\varepsilon_0\varepsilon_3$, и не зависит от размеров датчика, что позволяет унифицировать электронную часть влагомера и упрощает обработку сигналов.

Для корректности сравнения размеры цилиндрического ЭП выберем так, чтобы площадь его проходной части была равна площади поперечного сечения преобразователя с плоскими электродами:

$$a^2 = \pi(R_n^2 - R_0^2); \quad \frac{R_n}{R_0} = \sqrt{\frac{a^2}{\pi R_0^2} + 1}. \quad (22)$$

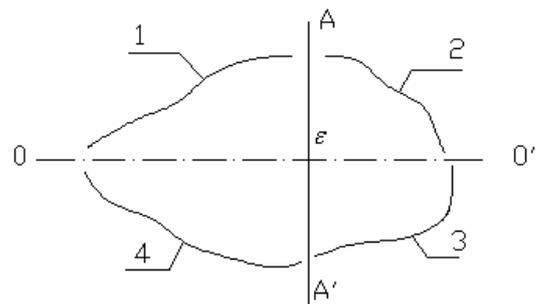
Например, для $R_0=10$ мм и $a=40$ мм получим $\frac{R_n}{R_0} = 2,5$. Тогда емкость на единицу длины C_{ou} составит величину $C_{ou} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_3}{\ln 2,5} = 6,95\varepsilon_0\varepsilon_3$.

C_{ou} в 6,95 раза больше C_{on} при соответствующих размерах преобразователей. Однако C_{ou} зависит от размеров датчика, что является существенным недостатком по сравнению с преобразователем с плоскими электродами.

Таким образом, конструктивная схема электроемкостного преобразователя с плоскими или сегментными электродами обладает рядом существенных преимуществ по сравнению с преобразователями, образованным коаксиальными цилиндрическими электродами. Для определения возможных вариантов размещения плоских или сегментных электродов по периферии многофазного потока воспользуемся свойствами системы проводников, отмеченных в [5].

Установлено, что система из 4-х проводников 1-4 (рис. 1), разделенных бесконечно тонкими зазорами, сечения которых совпадают с линиями $OA, AO', O'A'$ и $A'O$, обладает следующим свойством: взаимная частичная емкость между двумя любыми накрест лежащими проводниками на единицу их длины (C_{13} или C_{24}) равна $\frac{1}{\pi}\varepsilon_0\varepsilon \ln 2$ независимо от формы и размеров цилиндра. Отметим, что процедура измерения должна соответствовать определению взаимной частичной емкости, т.е. при измерении емкости C_{13} или C_{24} потенциалы проводников, не участвующих в измерении, должны быть равны нулю.

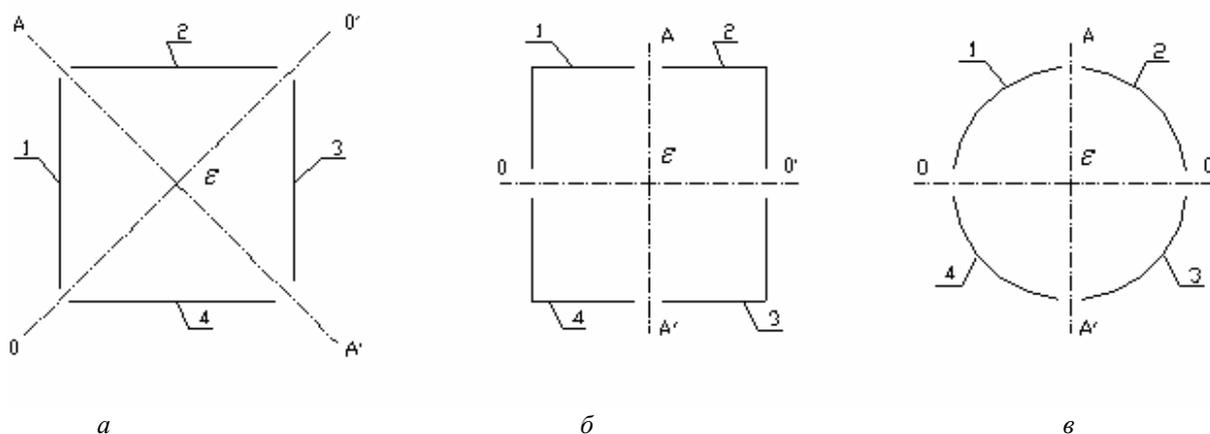
Таким образом, могут быть реализованы следующие конструктивные схемы электроемкостных преобразователей с плоскими и сегментными электродами (рис. 2). Основное достоинство предложенных конструктивных схем ЭП состоит в том, что они позволяют реализовать электрическое зондирование поперечного сечения многофазного потока в различных направлениях и локальных областях путем измерения взаим-



Р и с. 1. Система проводников, охватывающих цилиндрическую область с диэлектрической проницаемостью ε

ных частичных емкостей не только между накрест лежащими, но и соседними электродами. Следовательно, за один цикл измерения может быть сформирован следующий многомерный сигнал:

$$\bar{C} = \begin{vmatrix} C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{23} & C_{24} & C_{34} \end{vmatrix} \quad (23)$$



Р и с. 2. Конструктивные схемы электроемкостных преобразователей с плоскими (а, б) и сегментными (в) электродами

Применение многоэлектродных электроемкостных преобразователей (МЭП) предоставляет широкие возможности комплексирования ЭП при диагностики многофазных потоков, позволяет реализовать электрическое сканирование поперечного сечения потока, резко увеличить количество первичной измерительной информации, а следовательно, повысить надежность контроля фазового состава водонефтяных и газодонефтяных смесей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Беляков В.Л.* Автоматический контроль параметров нефтяных эмульсий. М.: Недра, 1992. 203 с.
2. *Стеблев Ю.И.* Компьютерный мониторинг сточных вод по комплексу электрофизических параметров // Автоматизация, диагностика и контроль технологических процессов и оборудования: Межвуз. сб. научных тр. Самара, 2001. Вып.1. С. 26-35.
3. *Россель Ж.* Общая физика. М.: Мир, 1964. 506 с.
4. *Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В.* Электромагнитные поля и волны. М.: Советское радио, 1971. 661с.
5. *Иосель Ю.Я., Кочанов Э.С., Струйский М.Г.* Расчет электрической емкости. Ленинград: Энергоиздат, 1981. 288 с.

Статья поступила в редакцию 12 февраля 2007 г.