

## Электротехника

УДК 681.3.06

### **ХАРАКТЕР ИЗМЕНЕНИЯ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВОКРУГ СИЛОВЫХ ЧЕТЫРЕХЖИЛЬНЫХ КАБЕЛЕЙ ИЛИ ПРОВОДОВ В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ И ОФИСНЫХ ПОМЕЩЕНИЯХ**

***В.А. Беспалов, А.В. Салтыков, В.М. Салтыков, А.Н. Стройкин***

Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244  
E-mail: anadis88@mail.ru

*Показан характер изменения суммарных значений напряженностей магнитного поля промышленной частоты в виде круговых диаграмм и расчетных выражений их максимальных значений вокруг силовых трехфазных четырехжильных кабелей (проводов) систем электроснабжения для симметричного и неполнофазных режимов нагрузки.*

***Ключевые слова:*** система электроснабжения, напряженность магнитного поля промышленной частоты.

В системах электроснабжения (СЭС) производственных и офисных помещений с напряжением 0,4 кВ для передачи и распределения электроэнергии характерным является использование трехфазных четырехжильных с нейтральной фазой кабелей или проводов при питании группы однофазных электроприемников, создающих симметричные или несимметричные режимы нагрузки, и, следовательно, рабочих токов, являющихся источниками магнитных полей промышленной частоты.

Для расчета напряженности магнитного поля вокруг трехфазного четырехжильного кабеля или провода ( $A, B, C, N$ ) целесообразно использовать геометрическую модель, показанную на рис. 1.

В представленной на рис. 1 расчетной модели трехфазного четырехжильного провода в качестве контрольных принимаются точки  $i$  по окружности вектора  $R_{0,i}$  от центральной точки провода  $O$ , совмещенной с началом системы прямоугольных координат  $X, Y$ .

Напряженности магнитного поля  $\dot{H}$ , А/м, от жил проводов, в данном случае расположенных по квадрату, будем определять в плоскости, перпендикулярной вектору  $R_{0,i}$ , т. е. по касательной.

Задаем расстояние  $d$ , м, между центрами токоведущих жил трехфазного четы-

---

*Владимир Александрович Беспалов, аспирант.*  
*Александр Валентинович Салтыков (к.т.н.), доцент кафедры «Автоматизированные электроэнергетические системы».*

*Валентин Михайлович Салтыков (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Электромеханика и автомобильное оборудование».*

*Алексей Николаевич Стройкин, аспирант.*



$$X_i = R \cos \alpha ; Y_i = R \sin \alpha ; \quad (5)$$

где  $\alpha$  – угол между положительным направлением оси  $X$  и вектором  $R$ .

Заданные координаты позволяют определять векторы  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$  и  $R_N$ , т. е. расстояния от центров токоведущих жил фазных проводников и нулевого проводника (нейтрали) до контрольной точки окружающего пространства, по выражениям:

$$R_{A,i} = \sqrt{(x_i - x_A)^2 + (y_i - y_A)^2} ; \quad (6)$$

$$R_{B,i} = \sqrt{(x_i - x_B)^2 + (y_i - y_B)^2} ; \quad (7)$$

$$R_{C,i} = \sqrt{(x_i - x_C)^2 + (y_i - y_C)^2} ; \quad (8)$$

$$R_{N,i} = \sqrt{(x_i - x_N)^2 + (y_i - y_N)^2} . \quad (9)$$

При известных (измеренных) значениях тока  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  и  $I_N$  в проводах и полученных значениях расстояний от центров проводов  $R_{A,i}$ ,  $R_{B,i}$ ,  $R_{C,i}$  и  $R_{N,i}$  до контрольной точки на основании закона полного тока определяются значения напряженности магнитного поля в контрольной точке от токов в проводниках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $N$ :

$$\dot{H}_{A,i} = \frac{\dot{I}_A}{2\pi R_{A,i}} , \text{ А/м}; \quad (10)$$

$$\dot{H}_{B,i} = \frac{\dot{I}_B}{2\pi R_{B,i}} , \text{ А/м}; \quad (11)$$

$$\dot{H}_{C,i} = \frac{\dot{I}_C}{2\pi R_{C,i}} , \text{ А/м}; \quad (12)$$

$$\dot{H}_{N,i} = \frac{\dot{I}_N}{2\pi R_{N,i}} , \text{ А/м}, \quad (13)$$

где  $i_A = I_{Am} \sin(\omega t + \varphi_A)$  – ток в проводнике фазы  $A$ ;  $i_B = I_{Bm} \sin(\omega t + \varphi_B)$  – ток в проводнике фазы  $B$ ;  $i_C = I_{Cm} \sin(\omega t + \varphi_C)$  – ток в проводнике фазы  $C$ .

Для последующего анализа целесообразным является приведение полученных значений напряженностей магнитного поля (10...13) в плоскость касательной к вектору  $R_{0,i}$  в виде проекций  $\dot{H}_{A\gamma}$ ,  $\dot{H}_{B\gamma}$ ,  $\dot{H}_{C\gamma}$  и  $\dot{H}_{N\gamma}$ :

$$\dot{H}_A = \dot{H}_{A\gamma} = \dot{H}_{A,i} \cos \gamma_A ; \quad (14)$$

$$\dot{H}_B = \dot{H}_{B\gamma} = \dot{H}_{B,i} \cos \gamma_B ; \quad (15)$$

$$\dot{H}_C = \dot{H}_{C\gamma} = \dot{H}_{C,i} \cos \gamma_C; \quad (16)$$

$$\dot{H}_N = \dot{H}_{N\gamma} = \dot{H}_{N,i} \cos \gamma_N, \quad (17)$$

где  $\gamma_A = (\alpha - \alpha_A)$  – угол между вектором напряженности магнитного поля  $\dot{H}_A$  и его проекцией на плоскость касательной вектора  $R_{0,i}$ ;  $\alpha$  – угол между вектором

$R_{0,i}$  и положительным направлением оси  $X$ ;  $\alpha_A = \arcsin \left[ \frac{(y_i - y_A)}{R_{A,i}} \right]$  – угол между вектором  $R_{A,i}$  и положительным направлением оси  $X$ ; и аналогично для  $\alpha_B = \arcsin \left[ \frac{(y_i - y_B)}{R_{B,i}} \right]$ ;  $\alpha_C = \arcsin \left[ \frac{(y_i - y_C)}{R_{C,i}} \right]$ ;  $\alpha_N = \arcsin \left[ \frac{(y_i - y_N)}{R_{N,i}} \right]$ .

Результирующее значение напряженности магнитного поля  $\dot{H}_\Sigma$ , А/м, в контрольной точке  $i$  окружающего пространства по окружности вектора  $R_{0,i}$  от центральной точки провода 0, совмещенной с началом системы прямоугольных координат  $X, Y$ , в плоскости, перпендикулярной вектору  $R_{0,i}$ , будет определяться по выражению

$$\dot{H}_\Sigma = \dot{H}_A + \dot{H}_B + \dot{H}_C + \dot{H}_N. \quad (18)$$

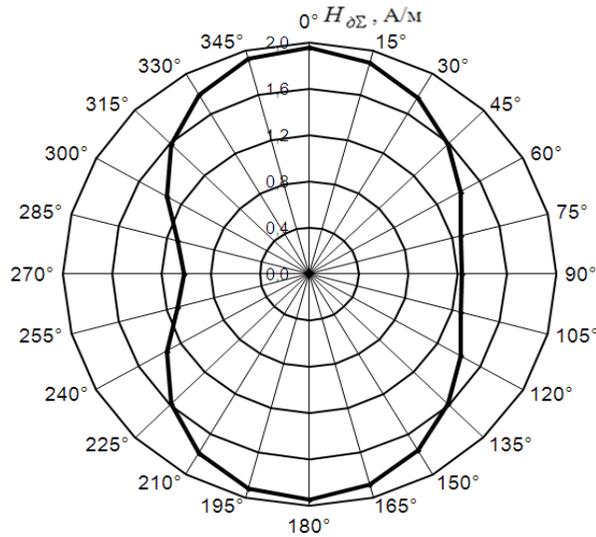
На основании представленных выражений была разработана методика расчета значений напряженностей магнитного поля как от отдельных проводов с током  $\dot{H}_A$ ,  $\dot{H}_B$ ,  $\dot{H}_C$  и  $\dot{H}_N$ , так и результирующих (суммарных) значений  $\dot{H}_\Sigma$  в окружающем пространстве (в контрольных точках).

Основным режимом в электрических сетях с трехфазными четырехжильными проводами (кабелями) является режим симметричной нагрузки, определяемый токами  $i_A$ ;  $i_B$ ;  $i_C$  в фазных проводниках, сдвинутых относительно друг друга по фазе на  $120^\circ$ .

С использованием выражений (10...18) были определены мгновенные значения напряженностей магнитного поля от тока в фазных проводах  $A, B, C$ :  $\dot{H}_A$ ,  $\dot{H}_B$ ,  $\dot{H}_C$ ; от тока в нулевом проводе  $N$ :  $\dot{H}_N$ ; а также их суммарные (результирующие) значения  $\dot{H}_\Sigma$  (мгновенные, амплитудные, действующие), в контрольной точке  $i$  и для других точек по окружности от геометрического центра трехфазного четырехжильного провода для периода промышленной частоты ( $t = 0,02$  с).

На основании результатов расчета действующих значений суммарных напряженностей магнитного поля  $H_\Sigma$  для симметричного режима с токами  $I_A = I_B = I_C$  вокруг трехфазного четырехжильного кабеля (провода) с расположением жил по квадрату (рис. 1) построена круговая диаграмма изменения действующих значений суммарной напряженности магнитного поля  $H_\Sigma$ , А/м, которая показана на рис. 2.

Из рис. 2 следует, что наибольшие значения напряженности магнитного поля  $H_{\Sigma m}$ , А/м, в пространстве вокруг трехфазного четырехжильного провода для симметричного режима присутствуют в контрольных точках вдоль оси расположения проводов фаз  $A, C$ .



Р и с. 2. Круговая диаграмма изменения  $H_{\Sigma}$ , А/м, в пространстве вокруг трехфазного четырехжильного провода для ряда контрольных точек на расстоянии  $R_{0,i} = 0,1$  м от центральной точки 0 для симметричного режима с токами  $I_A = I_B = I_C = 10$  А;  
 $i_N = i_A + i_B + i_C = 0$ ;  $d = 0,01$  м

В результате проведенных расчетов было получено следующее:

– характер изменения максимальных значений суммарной напряженности магнитного поля  $H_{\Sigma m}$  от трехфазного четырехжильного провода для симметричного режима (при  $I = 10$  А,  $d = 0,01$  м) в окружающем пространстве в зависимости от расстояния  $R_{0,i}$ , м, является нелинейным и может быть аппроксимирован выражением

$$H_{\Sigma m}(R_{0,i}) = \frac{0,0197}{R_{0,i}^2}, \text{ А/м}; \quad (19)$$

– характер изменения  $H_{\Sigma m}$  (при  $I = 10$  А,  $R_{0,i} = 0,1$  м) в зависимости от расстояния между жилами провода  $d$ , м, является линейным и может быть аппроксимирован выражением

$$H_{\Sigma m}(d) = 195,61d, \text{ А/м}; \quad (20)$$

– характер изменения  $H_{\Sigma m}$  (при  $d = 0,01$  м,  $R_{0,i} = 0,1$  м) в зависимости от тока  $I$ , А, является линейным и может быть аппроксимирован выражением

$$H_{\Sigma m}(I) = 0,195I, \text{ А/м}. \quad (21)$$

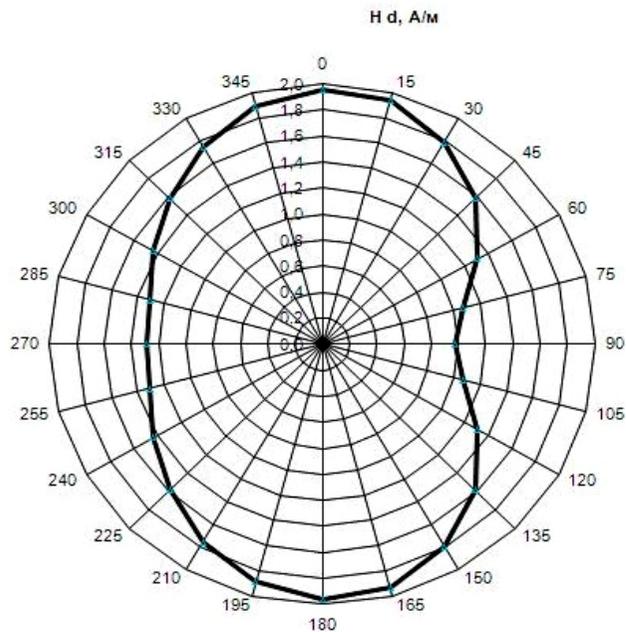
В результате представленных зависимостей было получено общее выражение для определения максимального действующего значения суммарной напряженности магнитного поля  $H_{\Sigma m}(ABCN)$ , А/м, от трехфазного четырехжильного провода для симметричного режима в окружающем пространстве с учетом: величины тока  $I$ , А; расстояния между контрольной точкой пространства и центром провода  $R_{0,i}$ , м; расстояния между жилами провода  $d$ , м, которое имеет следующий вид:

$$H_{\Sigma m}(ABCN) = \frac{0,195Id}{R_{0,i}^2}, \text{ А/м}. \quad (22)$$

Выражение (22) можно также привести к общепринятому виду

$$H_{\Sigma m}(ABCN) = \frac{1,224Id}{2\pi R_{0,i}^2}, \text{ А/м.} \quad (23)$$

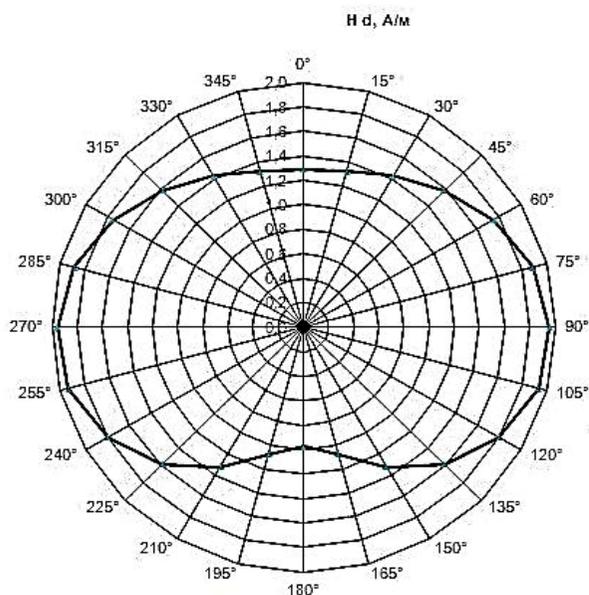
Дополнительно на рис. 3 на основании результатов расчета действующих значений суммарных напряженностей магнитного поля  $H_{\Sigma}$  для неполнофазного режима при отсутствии нагрузки в фазе  $B$  (при обрыве провода) с токами  $I_A = I_C$ ;  $I_B = 0$  вокруг трехфазного четырехжильного кабеля (провода) построена круговая диаграмма изменения действующих значений суммарной напряженности магнитного поля  $H_{\Sigma}$ , А/м, а на рис. 4 – для неполнофазного режима при отсутствии нагрузки в фазе  $C$  (при обрыве провода) с токами  $I_A = I_B$ ;  $I_C = 0$ .



Р и с. 3. Круговая диаграмма изменения  $H_{\Sigma}$ , А/м, вокруг трехфазного четырехжильного провода для несимметричного режима с токами  $I_A = 10 \text{ А}$ ;  $I_B = 0 \text{ А}$ ;  $I_C = 10 \text{ А}$ ;

$$i_N = i_A + i_B + i_C; d = 0,01\text{м}; R = 0,1\text{м}, \text{ (при обрыве в фазе } B)$$

Из рис. 3 следует, что наибольшие значения напряженности магнитного поля  $H_{\Sigma}$ , А/м, в пространстве вокруг трехфазного трехжильного провода с расположением жил по четырехугольнику для несимметричного режима при обрыве фазы  $B$ :  $H_{\Sigma m}(ACN)$ , А/м, присутствуют в контрольных точках вдоль осей расположения проводов фаз  $A$ ,  $C$ , а из рис. 4 следует, что для несимметричного режима при обрыве в фазе  $C$ :  $H_{\Sigma m}(ABN)$ , А/м, они присутствуют в контрольных точках вдоль осей расположения проводов фаз  $A$ ,  $N$ .



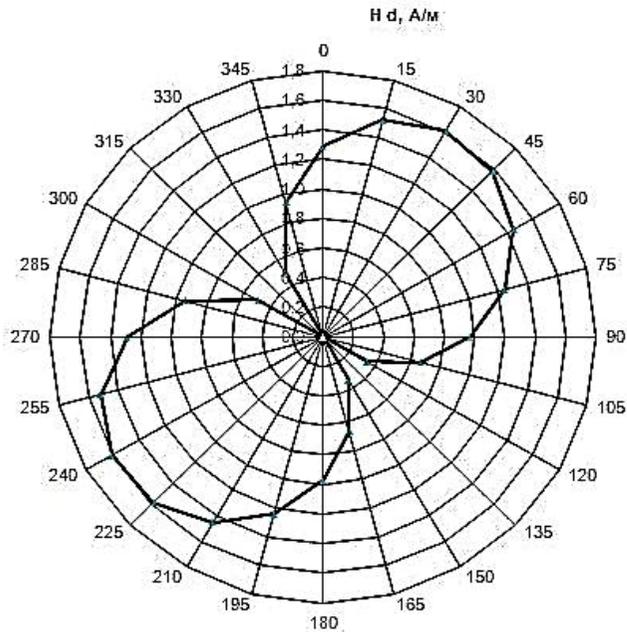
Р и с. 4. Круговая диаграмма изменения  $H_{\Sigma}$ , А/м, вокруг трехфазного четырехжильного провода для несимметричного режима с токами  $I_A = 10\text{А}$ ;  $I_B = 10\text{А}$ ;  $I_C = 0\text{А}$ ;  
 $i_N = i_A + i_B + i_C$ ;  $d = 0,01\text{м}$ ;  $R = 0,1\text{м}$  (при обрыве в фазе С)

В результате проведенных расчетов были получены выражения для определения  $H_{\Sigma m}$ , А/м, в окружающем пространстве от трехфазного четырехжильного кабеля (провода) при обрыве фазы В:  $H_{\Sigma m}(ACN)$ , А/м, или фазы С:  $H_{\Sigma m}(ABN)$ , А/м, с учетом: величины тока  $I$ , А; расстояния между контрольной точкой пространства и центром провода  $R_{0,i}$ , м; расстояния между жилами провода  $d$ , м, которые имеют следующий вид:

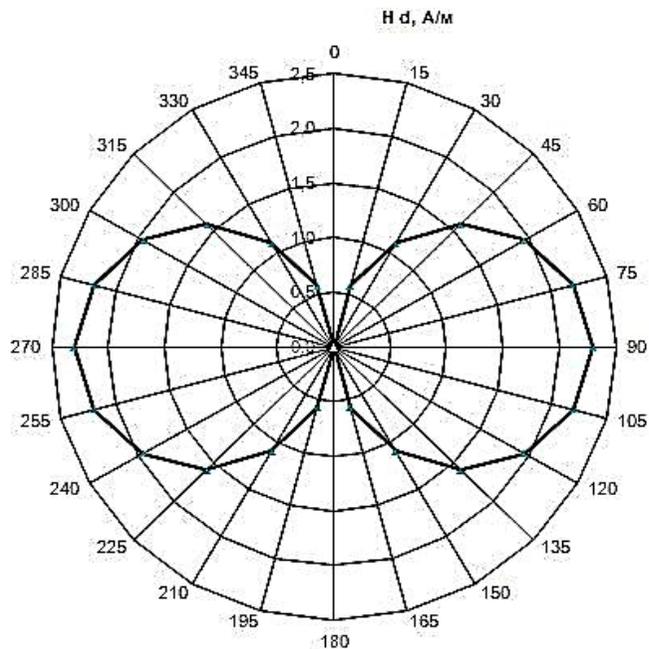
$$H_{\Sigma m}(ACN) = H_{\Sigma m}(ABN) = \frac{1,224Id}{2\pi R_{0,i}^2}, \text{ А/м.} \quad (24)$$

При этом можно отметить, что в окружающем пространстве максимальные значения напряженности магнитного поля от трехфазного четырехжильного кабеля (провода)  $H_{\Sigma m}(ABCN)$ , А/м, для симметричного режима нагрузки и неполнофазных режимов при отсутствии нагрузки в одной из фаз:  $H_{\Sigma m}(ACN)$ , А/м;  $H_{\Sigma m}(ABN)$ , А/м, являются одинаковыми и превышают приблизительно на 20 % максимальные значения напряженности магнитного поля от однофазного двухжильного провода  $H_{\Sigma m2}$ , А/м [1].

При отсутствии нагрузки (при обрывах) в двух фазах трехфазного четырехжильного кабеля (провода) характер изменения суммарной напряженности магнитного поля становится похожим на характер изменения суммарной напряженности магнитного поля от однофазного двухжильного провода, как показано на рис. 5 и 6.



Р и с. 5. Круговая диаграмма изменения  $H_{\Sigma}$ , А/м, в пространстве вокруг трехфазного четырехжильного провода для неполнофазного режима с токами:  $I_A = 10\text{А}$ ;  $I_N = I_A$ ;  $d = 0,01\text{м}$ ;  $R = 0,1\text{м}$  (при обрывах в фазах В и С)



Р и с. 6. Круговая диаграмма изменения  $H_{\Sigma}$ , А/м, в пространстве вокруг трехфазного четырехжильного провода для неполнофазного режима с токами:  $I_B = 10\text{А}$ ;  $I_N = I_B$ ;  $d = 0,01\text{м}$ ;  $R = 0,1\text{м}$  (при обрывах в фазах А и С)

В результате проведенных расчетов были получены выражения для определения максимальных действующих значений суммарной напряженности магнитного поля  $H_{\Sigma m}$ , А/м, в окружающем пространстве от трехфазного четырехжильного кабеля (провода) при обрыве в фазах *B* и *C* (рис. 5):  $H_{\Sigma m}(AN)$ , А/м, а также – при обрывах в фазах *A* и *C* (рис. 6):  $H_{\Sigma m}(BN)$ , А/м, с учетом: величины тока  $I$ , А; расстояния между контрольной точкой пространства и центром провода  $R_{0,i}$ , м; расстояния между жилами провода  $d$ , м, которые имеют следующий вид:

$$H_{\Sigma m}(AN) = \frac{1,02Id}{2\pi R_{0,i}^2} = 1,02H_{\Sigma m2}, \text{ А/м}, \quad (25)$$

$$H_{\Sigma m}(BN) = \frac{1,44Id}{2\pi R_{0,i}^2} = 1,44H_{\Sigma m2}, \text{ А/м}. \quad (26)$$

При этом можно отметить, что в окружающем пространстве максимальные значения суммарной напряженности магнитного поля от трехфазного четырехжильного кабеля (провода) при обрыве в фазах *B* и *C*:  $H_{\Sigma m}(AN)$ , А/м (или *A* и *C*), практически не отличаются (25), а при обрыве в фазах *A* и *C*:  $H_{\Sigma m}(BN)$ , А/м, становятся больше в 1,44 раза (26) по отношению к максимальным значениям суммарной напряженности магнитного поля от однофазного двухжильного провода  $H_{\Sigma m2}$ , А/м [1].

В заключение следует отметить, что приведенные круговые диаграммы и полученные выражения для определения максимальных действующих значений суммарной напряженности магнитного поля в окружающем пространстве от токов в трехфазных четырехжильных кабелях или проводах (при известном расположении жил) в зависимости от рассмотренных видов нагрузки позволяют оценить условия электромагнитной совместимости в соответствии с требованиями нормативных документов: ГН 2.1.8.2.2.4.2262-07 [2] для обслуживающего персонала; ГОСТ Р 51317.6.1-2006 [3] или ГОСТ Р 50648-04 [4] для технических средств, а также выбрать наиболее рациональные (безопасные) места их расположения.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Беспалов А.В., Смирнов М.В., Салтыков А.В., Салтыков В.М. Выбор допустимых расстояний при обеспечении электромагнитной совместимости по магнитным полям промышленной частоты от однофазных проводов в офисных и жилых помещениях // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2013. – № 1 (37). – С. 158-165.
2. ГН 2.1.8/2.2.4.2262-07. Предельно допустимые уровни магнитных полей частотой 50 Гц в помещениях жилых, общественных зданий и селитебных территориях. Утв. постановлением Главного государственного санитарного врача РФ от 21 августа 2007 г. № 60.
3. ГОСТ Р 51317.6.1 – 2006. Совместимость технических средств электромагнитная. Устойчивость к электромагнитным помехам технических средств, применяемых в жилых, коммерческих зонах и производственных зонах с малым электропотреблением. Требования и методы испытаний. – М.: Издательство стандартов, 2006.
4. ГОСТ Р 50648 – 94. Совместимость технических средств электромагнитная. Устойчивость к магнитному полю промышленной частоты. Технические требования и методы испытаний. – М.: Издательство стандартов, 1994.

Статья поступила в редакцию 5 июля 2013 г.

## **NATURE OF INTENSITY CHANGE OF THE MAGNETIC FIELD ROUND POWER FOUR-VEIN CABLES OR WIRES IN PRODUCTION AND OFFICE ROOMS**

***V.A. Bespalov, A.V. Saltykov, V.M. Saltykov, A.N. Stoikin***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The nature of intensity change of total strain values of magnetic field of industrial frequency in the form of circular charts and maximum values round power three-phase four-vein cables of power supply systems for symmetric and not full-phase modes of loading is shown.*

***Keywords:*** power system, the magnetic field of industrial frequency.

---

*Vladimir A. Bespalov, Postgraduate Student.  
Alexander V. Saltykov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.  
Valentin M. Saltykov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Aleksy N. Stoikin, Postgraduate Student.*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА В УСЛОВИЯХ ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЪЕКТА\*

**И.С. Левин**

Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244  
E-mail: levin\_ilja@yahoo.com

*Определен вид передаточной функции объекта управления, в Simulink построены модели оптимальных по быстродействию систем управления различной структуры. В MATLAB выполнены все необходимые расчеты для заданных исходных данных, произведена оценка эффективности замкнутой системы управления с идентификатором состояния по сравнению с замкнутой системой управления в условиях полного объема информации об объекте.*

**Ключевые слова:** система с распределенными параметрами, индукционный нагрев, управление в условиях интервальной неопределенности, компьютерное моделирование, сравнительный анализ, регулятор с идентификатором.

С целью апробации полученного в [1] оптимального по быстродействию алгоритма управления процессом индукционного нагрева в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта, а также оценки его эффективности по сравнению с алгоритмом управления, полученным в условиях полной информации об объекте, было произведено компьютерное моделирование в пакете прикладных программ MATLAB с приложениями Simulink и Stateflow, предназначенном для инженерных и научных расчетов.

### Передаточная функция объекта управления

Процесс индукционного нагрева металлических изделий цилиндрической формы с управляющим воздействием по мощности внутреннего тепловыделения  $u(t)$  описывается в первом приближении линейным, неоднородным и пространственно-одномерным уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах следующего вида [2]:

$$\frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \right) + \frac{1}{c\gamma} F_{b1} \left( \frac{x}{R}, v \right) u(t); \quad x \in [0, R], t \in [0, t_1] \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\lambda \frac{\partial \theta(R,t)}{\partial x} + \alpha \theta(R,t) = \alpha \theta_C(t); \quad \frac{\partial \theta(0,t)}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$\theta(x,0) = \theta_0 = const, \quad (3)$$

где на управляющее воздействие  $u(t)$  по мощности нагрева накладывается следующее ограничение:

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-08-00277-а).

$$0 \leq u(t) \leq u_{\max} \quad \forall t \in [0, t_1], u_{\max} = \frac{P_{0\max}}{R}. \quad (4)$$

Здесь  $R$  – радиус цилиндра;  $c, \gamma$  – удельная теплоемкость и плотность материала;  $a$  – коэффициент температуропроводности нагреваемого изделия;  $\lambda, \alpha$  – коэффициенты теплопроводности и конвективной теплопередачи;  $\theta(x, t)$  – температурное поле нагреваемого металлического изделия, изменяющегося во времени  $t$  по радиальной координате  $x$ ;  $\theta_0$  – равномерное начальное распределение температур;  $\theta_C(t)$  – температура окружающей среды;  $P_{0\max}$  – максимальная поверхностная плотность мощности нагрева;  $F_{bl}\left(\frac{x}{R}, v\right)$  – функция пространственного распределения по радиусу цилиндра внутренних источников тепла, определяемая по выражению

$$F_{bl}\left(\frac{x}{R}, v\right) = v \frac{\text{ber}'^2\left(v \frac{x}{R}\right) + \text{bei}'^2\left(v \frac{x}{R}\right)}{\text{ber } v \text{ber}' v + \text{bei } v \text{bei}' v}, \quad v = R\sqrt{2\pi\mu_a f\sigma}, \quad (5)$$

где  $f$  – частота питающего индуктор тока;

$\sigma$  – электропроводность нагреваемого материала;

$\mu_a$  – абсолютная магнитная проницаемость нагреваемого материала;

$\text{ber } z, \text{bei } z, \text{ber}' z, \text{bei}' z$  – функции Кельвина и их первые производные.

Объект управления (1)-(4) представляет собой при сосредоточенном внутреннем управлении  $u(t)$  распределенный  $x$ -блок [2] с передаточной функцией

$$W_x(p) = L_t \left\{ \int_0^t \int_0^R G(x, \xi, t - \tau) F_{bl}\left(\frac{\xi}{R}, v\right) d\xi u(\tau) d\tau \right\}, \quad (6)$$

где  $L_t$  – оператор преобразования Лапласа;

$G(x, \xi, t - \tau)$  – функция Грина краевой задачи (1)-(3).

Выражение для функции Грина, полученное методом конечных интегральных преобразований [2], имеет следующий вид:

$$G(x, \xi, t - \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(\mu_n, x) \varphi_n(\mu_n, \xi) r(\xi) G_n^*(\mu_n, t - \tau). \quad (7)$$

Здесь  $r(\xi) = \frac{\xi}{a}$  – весовая функция;  $\varphi_n(\mu_n, x)$  и  $\varphi_n(\mu_n, \xi)$  – нормированные собственные функции, определяемые по следующим выражениям:

$$\varphi_n(\mu_n, x) = \frac{1}{E_n} \Phi_n^*(\mu_n, x); \quad \varphi_n(\mu_n, \xi) = \frac{1}{E_n} \Phi_n^*(\mu_n, \xi), \quad (8)$$

где  $E_n^2 = \int_0^R J_0^2\left(\eta_n \frac{x}{R}\right) r(x) dx = R^2 J_0^2(\eta_n) \left[ \frac{1}{2} + \frac{Bi^2}{2\eta_n^2} \right]$  – квадрат нормы собственных функций;

$\Phi_n^*(\mu_n, x) = J_0\left(\eta_n \frac{x}{R}\right)$  и  $\Phi_n^*(\mu_n, \xi) = J_0\left(\eta_n \frac{\xi}{R}\right)$ ,  $J_0(z)$  – функции Бесселя первого рода нулевого порядка;

$$\mu_n^2 = \frac{a\eta_n^2}{R^2} - \text{собственные числа};$$

$\eta_n, n=1,2,\dots$  – бесконечно возрастающая последовательность корней уравнения  $BiJ_0(\eta_n) - \eta_n J_1(\eta_n) = 0$ ;

$$J_1(\eta) = -\frac{dJ_0(\eta)}{d\eta} - \text{функция Бесселя первого порядка};$$

$$Bi = \frac{\alpha R}{\lambda} - \text{безразмерный критерий Био [2]}.$$

Функция  $G_n^*(\mu_n, t - \tau)$  для рассматриваемого случая имеет следующий вид:

$$G_n^*(\mu_n, t - \tau) = e^{-\mu_n^2 \cdot (t - \tau)}. \quad (9)$$

Передаточная функция  $x$ -блока (6) с учетом (7)-(9) принимает следующий вид:

$$W_x(x, p) = \sum_1^{\infty} \frac{2}{c\gamma R^2} \cdot \frac{K_n}{T_n p + 1}, \quad (10)$$

$$\text{где } K_n = \frac{1}{\mu_n^2} \cdot \frac{\eta_n^2 J_0\left(\eta_n \frac{x}{R}\right) \left( \int_0^R \xi J_0\left(\eta_n \frac{\xi}{R}\right) F_{b1}\left(\frac{\xi}{R}, \nu\right) d\xi \right)}{J_0^2(\eta_n) (\eta_n^2 + Bi^2)}; T_n = \frac{1}{\mu_n^2}.$$

По виду выражения (10) можно сделать вывод, что объект управления (1)-(4) в структурном отношении представляет собой бесконечное число параллельно соединенных типовых аperiodических звеньев. Очевидно, что промоделировать такую систему невозможно, поэтому необходимо провести процедуру усечения или, другими словами, представить объект укороченной структурой. Следует помнить, что такая процедура приводит к искажению представления о свойствах распределенного объекта, однако ее использование возможно с некоторой заданной точностью.

Одним из вариантов определения количества учитываемых звеньев является выбор количества звеньев по виду переходной функции объекта на отрезке времени  $[0; 0.01\varphi]$ , где  $\varphi = \frac{at}{R^2}$  – безразмерное время. Согласно ему выбирается такое количество звеньев, при превышении которого картина теплового поля на обозначенном отрезке времени практически перестает меняться.

Рассмотрим в качестве примера процесс индукционного нагрева цилиндрических слитков из сплава Д16 на промышленной частоте тока 50 Гц, характеристики которых указаны в табл. 1, для исходных данных, представленных в табл. 2.

Таблица 1

**Характеристики нагреваемых заготовок**

Параметр	Значение
$2R$ , толщина заготовки, м	0,16
$\lambda$ , коэффициент теплопроводности, Вт/(м · °С)	130
$\gamma$ , плотность материала, кг/м <sup>3</sup>	2800
$c$ , теплоемкость, Дж/(кг · °С)	922
$a$ , коэффициент температуропроводности, м <sup>2</sup> /с	$49 \cdot 10^{-6}$

Исходные данные для процесса индукционного нагрева

Параметр	Значение
$\nu$ , характерный параметр	5
$Bi$ , критерий Био	0,04
$\theta_0$ , начальная температура, °C	300
$\theta^{**}$ , конечная температура, °C	460
$P_{0max}$ , максимальная поверхностная плотность мощности нагрева, кВт/м <sup>2</sup>	130

Экспериментальны путем, опираясь на предложенный выше метод, было выяснено, что вполне достаточно учитывать 30 апериодических звеньев.

### Сравнительный анализ системы управления с детерминированным регулятором и системы управления с автокоррекцией коэффициентов обратных связей

Для количественной оценки преимущества предложенной в [1] оптимальной по быстродействию системы управления процессом индукционного нагрева в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта по сравнению с системой управления, синтезированной в условиях полной информации об объекте [3], были построены их Simulink-модели и проведен сравнительный анализ результатов моделирования.

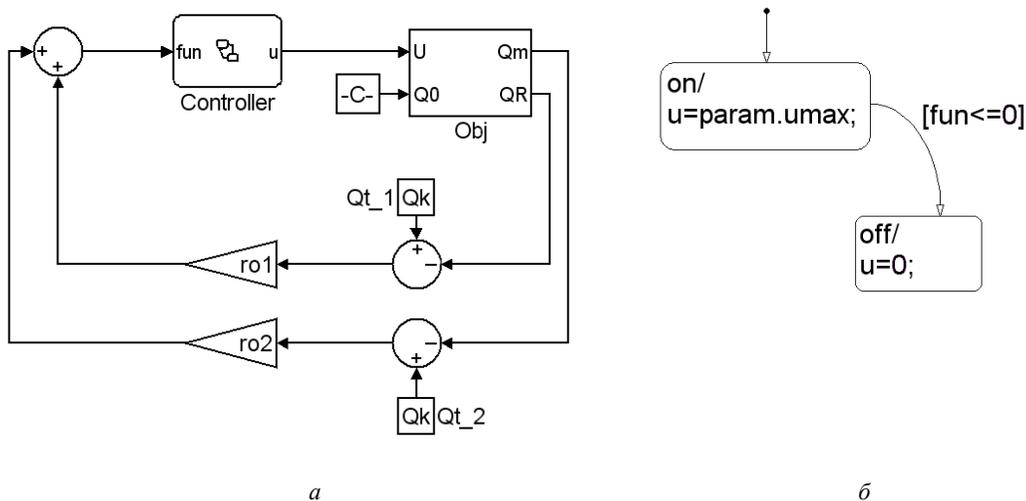
Модель оптимальной по быстродействию системы управления с детерминированным регулятором, в роли которого выступает блок Controller, реализованный в Stateflow в форме диаграммы состояний и переходов, представлена на рис. 1.

Блоки  $ro1$  и  $ro2$  содержат значения коэффициентов в обратных связях. Блоки  $Qt_1$  и  $Qt_2$  содержат результирующие значения температур ( $Qk$ ) в конце оптимального процесса. Для исходных данных, представленных в табл. 1 и 2, были получены следующие значения этих параметров:  $ro1 = 1$ ;  $ro2 = 0,927$ ;  $Qk = 459,488$  °C. Расчетные значения всех указанных величин получены по методике, предложенной в [3]. Блок Obj представляет собой модель объекта с распределенными параметрами (1)-(4), представленного усеченными передаточными функциями, описывающими его поведение на поверхности нагреваемой заготовки и в ее центре, и реализованного как LTI-модель в среде MATLAB в соответствии с (10).

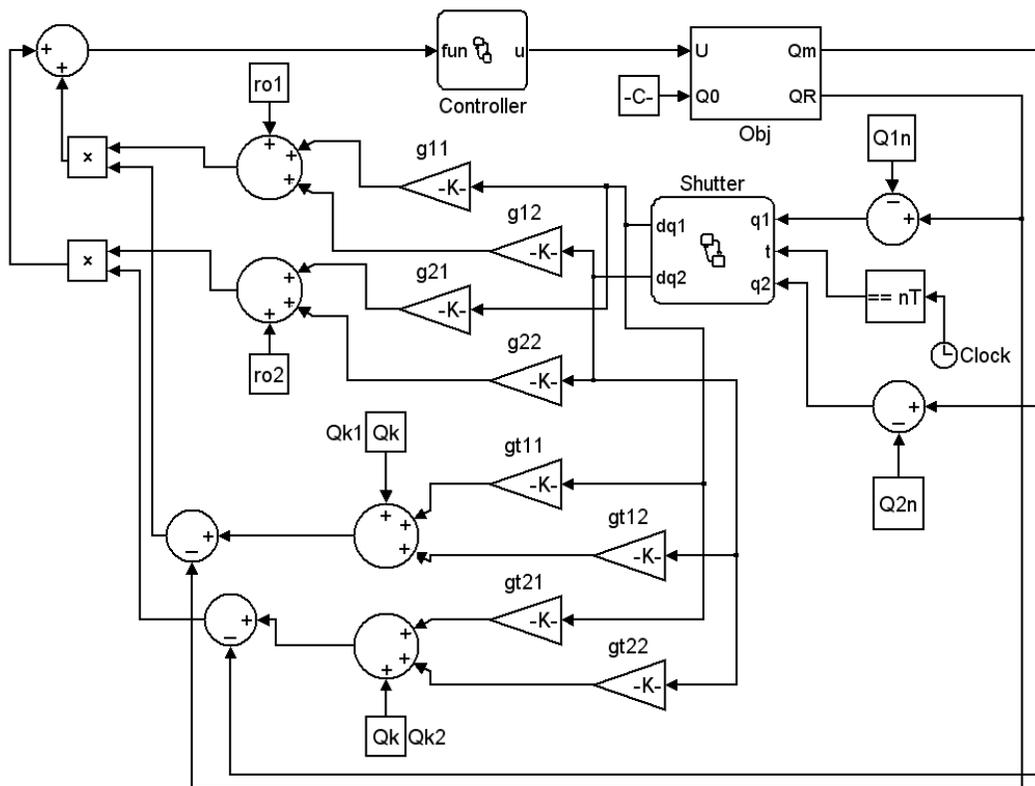
Модель предложенной в [1] оптимальной системы управления, структура которой дополнена идентификатором реализуемых величин неопределенных параметров, представлена на рис. 2.

Блоками  $g11$ ,  $g12$  и  $g21$ ,  $g22$ , в которых содержатся значения коэффициентов  $\gamma_{11}$ ,  $\gamma_{12}$ ,  $\gamma_{21}$ ,  $\gamma_{22}$ , реализована автоматическая коррекция коэффициентов обратных связей  $ro1$ ,  $ro2$ . Коррекция значений заданных распределений температурного поля  $Qk1$ ,  $Qk2$  реализуется с помощью блоков  $gt11$ ,  $gt12$  и  $gt21$ ,  $gt22$ , содержащих значения коэффициентов  $\gamma_{T11}$ ,  $\gamma_{T12}$ ,  $\gamma_{T21}$ ,  $\gamma_{T22}$ . Параметры  $Q1n$  и  $Q2n$  содержат значения температур на поверхности заготовки и в ее центре в окрестности некоторой номинальной точки. Блок Shutter (рис. 3) играет роль устройства, срабатывающего только в тот момент, когда время таймера Clock совпадает с некоторым заданным моментом времени  $nT$ , выбранный ближе к началу интервала, лежащего в пределах длительности первого интервала постоянства оптимального программного управления  $\Delta_1^0$  и фиксирующего в этот

момент времени разницу наблюдаемого значения температуры и ее номинального значения. Все значения коэффициентов и параметров заранее рассчитываются в MATLAB по соответствующим формулам, полученным в [1].

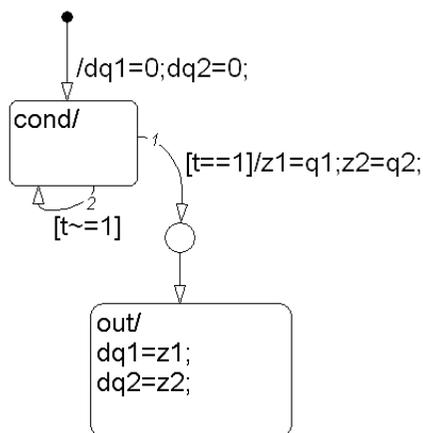


Р и с. 1. Simulink-модель (а) системы оптимального по быстродействию управления для детерминированной задачи и Stateflow-модель (б) регулятора



Р и с. 2. Simulink-модель оптимальной по быстродействию системы управления с автоматической коррекцией коэффициентов обратных связей

Для рассматриваемого примера, исходные данные которого приняты за номинальные и даны в табл. 2, найдены следующие значения коэффициентов:  $\gamma_{11} = \gamma_{12} = 0$ ;  $\gamma_{21} = -0,3643$ ;  $\gamma_{22} = 0,3703$ ;  $\gamma_{T11} = 0,7310$ ;  $\gamma_{T12} = -0,7429$ ;  $\gamma_{T21} = 0,7310$ ;  $\gamma_{T22} = -0,7429$ . Значения температур в номинальных точках  $Q_{1n} = 346 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $Q_{2n} = 321 \text{ }^\circ\text{C}$  в момент времени  $nT = 30 \text{ с}$ .



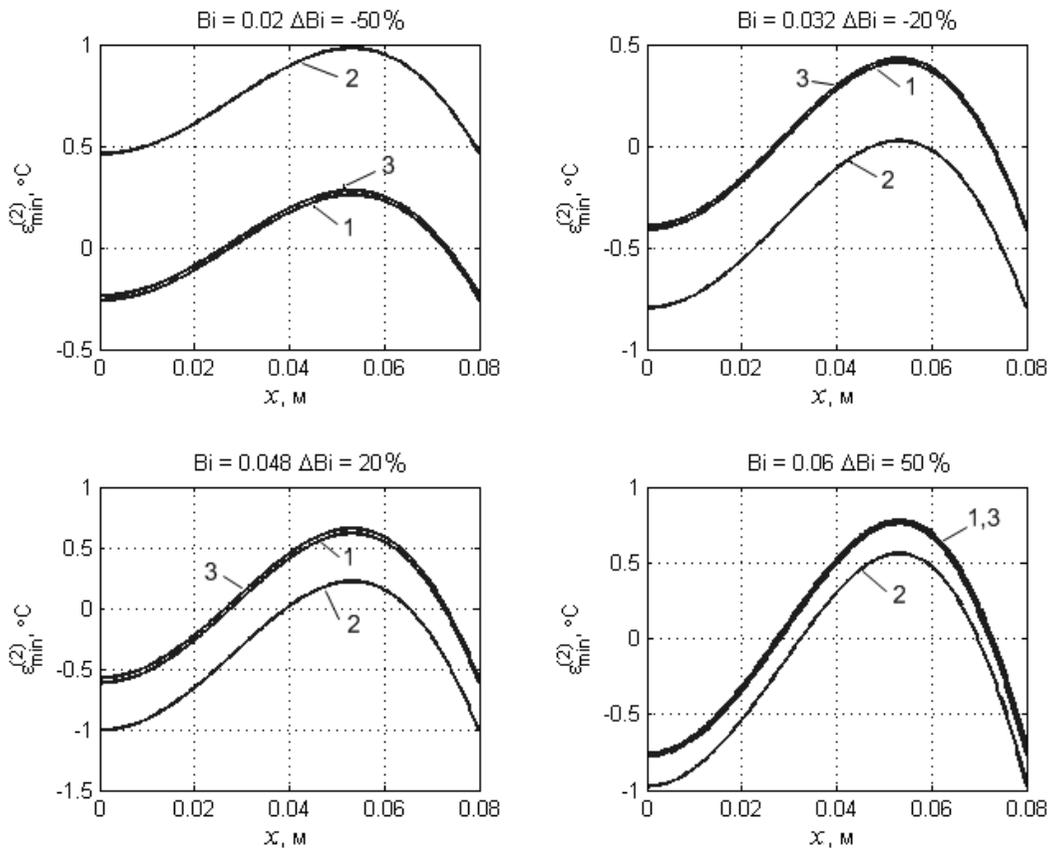
Р и с. 3. Реализация алгоритма функционирования блока Shutter в Stateflow

Был произведен сравнительный анализ полученных моделей по следующему алгоритму:

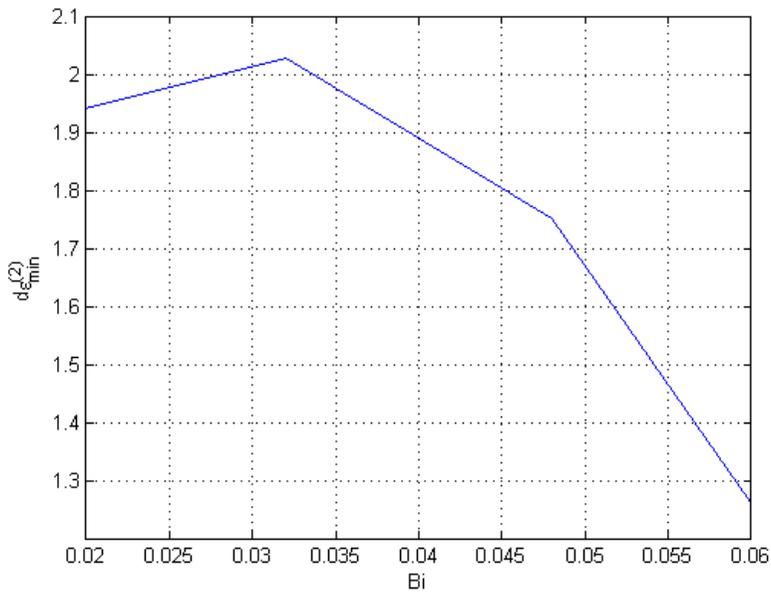
- 1) для объекта с измененными параметрами находится точное оптимальное по быстродействию программное управление;
- 2) для этого же объекта производится моделирование в системе управления с детерминированным регулятором;
- 3) объект с измененными параметрами включается в модель системы управления, структура которой дополнена идентификатором.

Для наглядного представления результата строятся кривые результирующего температурного распределения, а оценка эффективности производится путем сравнения полученных значений минимакса  $\varepsilon_{\min}^{(2)}$  в замкнутых оптимальных системах управления с эталонным, найденном на первом этапе алгоритма.

На рис. 4 представлены графики распределения температуры по радиусу заготовки при изменении параметра  $B_i$ . Рассматриваются четыре ситуации, когда  $B_i = 0,5B_i^*$ ;  $B_i = 0,8B_i^*$ ;  $B_i = 1,2B_i^*$ ;  $B_i = 1,5B_i^*$ , где  $B_i^* = 0,04$  – значение коэффициента для номинального случая. Из графиков видно, что конечное распределение температур оптимальной по быстродействию САУ с автокоррекцией коэффициентов обратных связей (линия 3), в отличие от конечного распределения температур (линия 2) оптимальной по быстродействию системы управления с фиксированными коэффициентами, рассчитанными для номинального случая (когда  $B_i = B_i^*$ ), практически совпадает с эталонным распределением температуры (линия 1).



Р и с. 4. Совмещенные графики результирующих температурных распределений при разных значениях критерия Био



Р и с. 5. График зависимости  $d\varepsilon_{\min}^{(2)}(Bi)$

Из графика зависимости  $d\varepsilon_{\min}^{(2)} = \left| \frac{\varepsilon_{2\min}^{(2)}}{\varepsilon_{3\min}^{(2)}} \right|$  от  $Bi$ , изображенного на рис. 5, где

$\varepsilon_{2\min}^{(2)}, \varepsilon_{3\min}^{(2)}$  – значения минимаксов, полученных на втором и третьем этапах алгоритма сравнительного анализа соответственно, видно, что система автоматического управления (САУ) с алгоритмами автоматической коррекции коэффициентов обратной связи в среднем ближе к эталонному значению в 1,75 раза, что доказывает ее эффективность по сравнению с САУ в детерминированной задаче.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Левин И.С., Рапопорт Э.Я.* Синтез оптимальной по быстродействию системы управления процессом индукционного нагрева в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2012. – № 4 (36). – С. 46-57.
2. *Рапопорт Э.Я.* Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2003. – 299 с.
3. *Рапопорт Э.Я.* Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2009. – 677 с.

*Статья поступила в редакцию 7 июля 2013 г.*

## MODELING OF TIME-OPTIMAL CONTROL SYSTEM OF THE INDUCTION HEATING PROCESSES WITH INTERVAL OF UNCERTAINTY CHARACTERISTICS OF THE OBJECT

***I.S. Levin***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100  
E-mail: levin\_ilja@yahoo.com

*The aim of this paper is to show the effectiveness of an optimal control system with identifier of uncertainty characteristics of the object in comparison with the control system where the all characteristics of the object are supposed to be known.*

***Keywords:*** distributed parameter system, induction heating, control with interval uncertainty of characteristics of the object, computer modeling, comparative analysis, controller with an identifier.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СХЕМ ЗАМЕЩЕНИЯ ТРЕХФАЗНЫХ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ

**В.С. Осипов, В.И. Котенёв, В.В. Кочетков**

Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассматривается задача определения параметров схем замещения асинхронных электродвигателей с короткозамкнутым и фазным ротором по каталожным данным с целью построения их механических характеристик. Разработана методика определения параметров схем замещения с последующей оценкой сходимости результатов решения.*

**Ключевые слова:** электродвигатель, асинхронный, статор, ротор, скольжение, момент, напряжение, ток статора, ток ротора приведенный, сопротивление статора, сопротивление ротора приведенное.

Разработка методики расчета параметров схемы замещения асинхронных электродвигателей является актуальной проблемой, так как существующие методики [1] не имеют однозначного решения либо позволяют решить эту задачу с большой погрешностью [2].

Расчет параметров схемы замещения асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором в [1] производится методом подбора: задаются определенной величиной отношения  $\beta$ -активного сопротивления статора к приведенному активному сопротивлению ротора, и если в подкоренном выражении последующих расчетов получаются отрицательные числа, то задаются другим отношением в пределах (0,3...2,5). Для двигателей с фазным ротором малой мощности затруднительно подобрать это отношение, и кроме того, в рассматриваемом примере не выполняется баланс реактивных мощностей схемы замещения.

Вычисление активного приведенного сопротивления ротора в [2] на основании упрощенной формулы Клосса при  $\beta = 0$  приводит к завышенному значению. Определение индуктивных сопротивлений статора и ротора методом подбора существенно усложняет расчет.

В данной работе графоаналитическим способом в плоскости параметров схемы замещения определяется область, в которой отношение активного сопротивления статора к приведенному активному сопротивлению ротора  $\beta$  находится в узких пределах. Расчет тока, активного и индуктивного сопротивлений цепи намагничивания производится на основании баланса активных и реактивных мощностей, затем производится проверочный расчет.

Определение параметров схем замещения асинхронных электродвигателей производится для Т-образной схемы замещения [3], приведенной на рис. 1, векторная диаграмма приведена на рис. 2.

На схеме замещения и на векторной диаграмме приняты следующие обозначения:  $U_{1H}$  – фазное номинальное напряжение статора;  $I_1$  – фазный ток статора;

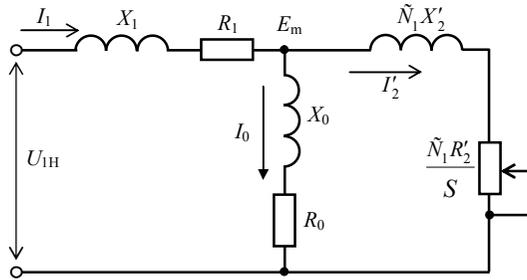
---

*Вячеслав Семенович Осипов (к.т.н.), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».*

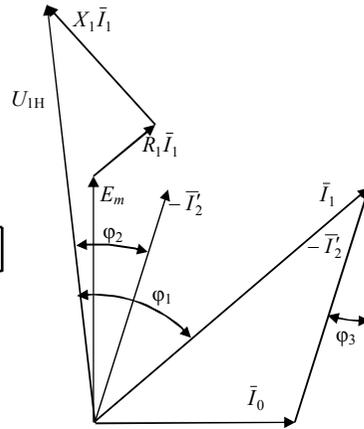
*Виктор Иванович Котенёв (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».*

*Владимир Валерьевич Кочетков, аспирант.*

$I'_2$  – приведенный ток ротора;  $I_0$  – ток цепи намагничивания;  $X_1$  – реактивное сопротивление статора;  $X'_2$  – приведенное реактивное сопротивление обмотки ротора к обмотке статора;  $R_0$  и  $X_0$  – активное и реактивное сопротивления контура намагничивания;  $R_1$  – активное сопротивление обмотки статора;  $R'_2$  – приведенное активное сопротивление обмотки ротора к обмотке статора;  $C_1$  – коэффициент потерь напряжения в сопротивлениях статора от тока цепи намагничивания;  $E_m$  – ЭДС контура намагничивания;  $S$  – скольжение двигателя.



Р и с. 1. Схема замещения асинхронного двигателя



Р и с. 2. Векторная диаграмма асинхронного двигателя

Эта схема справедлива при следующих допущениях: параметры всех цепей постоянные, при определении электромагнитной мощности магнитные и механические потери в двигателе принимаются равными 2 % от номинальной мощности.

На основании схемы замещения можно записать три уравнения Кирхгофа:

$$\dot{U}_{1H} = \dot{I}_1(R_1 + jX_1) + \dot{I}'_2 \left( \frac{R'_2}{S_1} + jX'_2 \right); \quad (1)$$

$$\dot{U}_{1H} = \dot{I}_1(R_1 + jX_1) + \dot{I}_0 jX_0; \quad (2)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}'_2 + \dot{I}_0. \quad (3)$$

В этих уравнениях неизвестных больше, чем уравнений, поэтому расчет параметров производится с использованием формул, отражающих характеристики двигателя.

После возведения в квадрат критического скольжения [3]

$$S_K = \frac{C_1 R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{KH}^2}} \quad (4)$$

получим

$$\gamma = \frac{X_{KH}}{C_1 R'_2} = \sqrt{\frac{1}{S_K^2} - \beta^2}, \quad (5)$$

где  $X_{KH} = X_1 + C_1 X'_2$ ,  $\beta = R_1 / C_1 R'_2$ .

Задаваясь рядом значений  $\beta$ , при фиксированных значениях  $S_K$  производим вычисление  $\gamma$  по (5). Результаты расчетов приведены в табл. 1.

По данным таблицы построены графики (рис. 3), на которых выделена зона  $ABCD$ , в которой отношение активного сопротивления статора  $R_1$  к суммарному индуктивному сопротивлению  $X_{кн}$  находится в пределах  $0,25 \dots 0,35$ , что соответствует средним значениям, полученным на основании анализа справочных данных [4].

Если на рис. 3 в тех же координатах по каталожным данным двигателя, на основании формул, не зависящим от критического скольжения, при наименьшем и наибольшем значениях приведенного активного сопротивления ротора  $R'_2$  построить дополнительные графики, например  $MN$  и  $KL$ , то по их пересечению с зоной  $ABCD$  получим узкую замкнутую область определения отношений  $\beta$  и  $\gamma$ .

Таблица 1

$\beta$	0	0,3	0,7	1,0	1,3	1,7	2,5	3,5
$(S_K=0,1), \sqrt{\frac{1}{0,1^2} - \beta^2}$	10	9,99	9,97	9,95	9,92	9,85	9,68	9,37
$S_K = 0,12$	8,33	8,32	8,3	8,27	8,23	8,18	7,95	7,56
$S_K = 0,15$	6,67	6,66	6,63	6,59	6,54	6,45	6,18	5,67
$S_K = 0,2$	5,0	4,99	4,95	4,9	4,83	4,7	4,33	3,57
$S_K = 0,25$	4,0	3,99	3,94	3,87	3,78	3,62	3,12	1,94
$S_K = 0,3$	3,33	3,31	3,26	3,18	3,07	2,87	2,2	
$S_K = 0,35$	2,85	2,84	2,77	2,67	2,54	2,29	1,38	
$S_K = 0,4$	2,5	2,48	2,4	2,29	2,14	1,83		
$S_K = 0,5$	2,0	1,98	1,87	1,73	1,52	1,05		
$S_K = 0,6$	1,66	1,64	1,51	1,33	1,04			
$S_K = 0,7$	1,43	1,4	1,24	1,02	0,59			
$S_K = 0,8$	1,25	1,21	1,04	0,75				

Коэффициент  $C_1$ , учитывающий потери напряжения от тока намагничивания, является важным параметром, позволяющим в уравнении (1) определить приведенный ток ротора  $I'_2$ , на основании которого рассчитываются электромагнитный момент, критический момент и критическое скольжение двигателя, в формулах определения которых учитывается коэффициент  $C_1$ .

Величина кратности пускового тока  $k_I$  двигателей с фазным ротором в каталогах не приводится, поэтому приближенно можно определить эту величину в зависимости от номинального скольжения  $S_H$  по графику (рис. 4), который получен на основании анализа данных в [4].

Величина коэффициента  $C_1$  находится в пределах  $1,02 \dots 1,06$  [3], и можно найти ее по приближенной формуле [5]

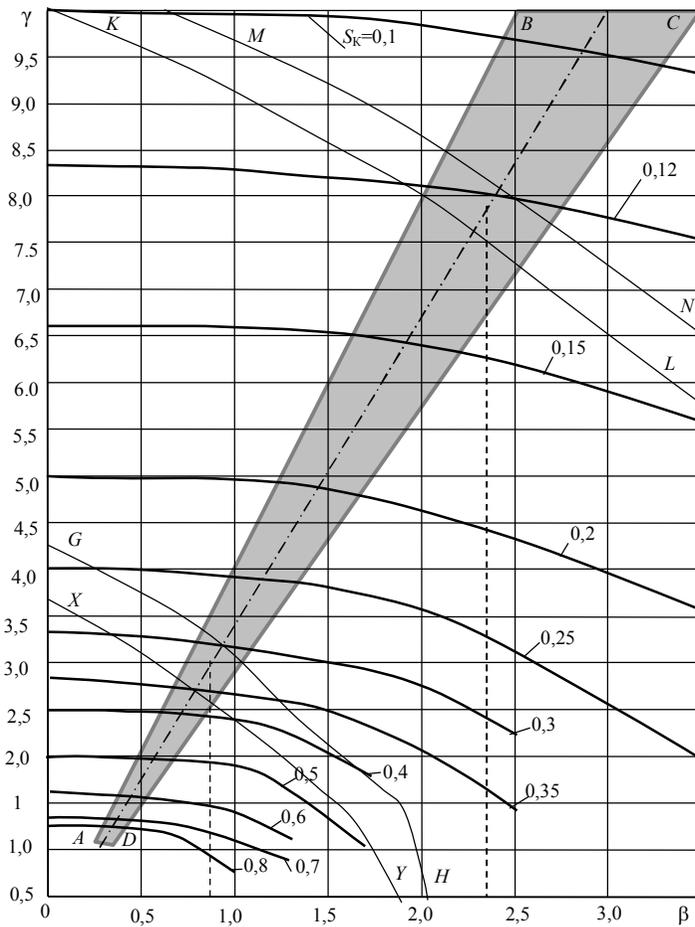
$$C_1 \approx 1 + \frac{I_0}{2I_1 k_I}, \quad (6)$$

а затем при проверочном расчете уточнить ее [4] по формуле

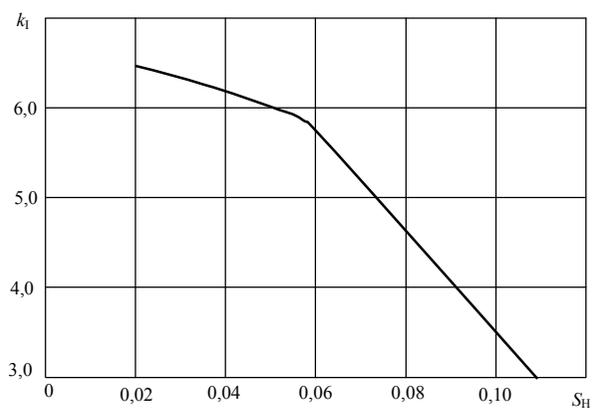
$$C_1 = 1 + \frac{Z_1}{Z_0} \approx 1 + \frac{X_1}{X_0} \quad (7)$$

и произвести сравнение с (6).

Величину тока цепи намагничивания принимаем пропорциональной реактивной составляющей тока статора.



Р и с . 3. Плоскость параметров для определения расчетного значения отношения активного сопротивления статора к приведенному активному сопротивлению ротора



Р и с . 4/ Зависимость кратности пускового тока от номинального скольжения

Определяется коэффициент

$$I_0 = k_0 I_{i1} \sin \varphi_1, \quad (8)$$

где приближенно принимается коэффициент  $k_0 = (0,9 \dots 0,98)$ .

$$C_1 \approx 1 + \frac{k_0 I_{i1} \sin \varphi_1}{2 I_{i1} k_l} = 1 + \frac{k_0 \sin \varphi_1}{2 k_l}. \quad (9)$$

Наибольшее значение  $R'_2$  определяется при  $R_1 = 0$ .

Из выражения критического момента [3]

$$M_K = \frac{m U_{1H}^2}{2 \omega_0 C_1 (R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + (X_1 + C_1 X'_2)^2}},$$

принимая  $M_{\max} = M_K$ ,  $X_{KH} = X_1 + C_1 X'_2$ , определим параметр

$$A_1 = R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{KH}^2} = \frac{m U_{1H}^2}{2 \omega_0 C_1 M_{\max}}, \quad (10)$$

позволяющий определить величину  $R'_2$  при известных  $S_K$  и  $\beta$ .

Величину этого параметра можно находить по преобразованной формуле

$$A_1 = \frac{m U_{i1}^2 (1 - S_i)}{2 \tilde{N}_1 k_{\max} P_i}. \quad (11)$$

Обозначим  $k_{\max} = M_K / M_H$  – кратность критического и номинального моментов, и после преобразований формулы Клосса при  $\beta = 0$

$$M_H = \frac{2 M_K (1 + \beta S_K)}{\frac{S_H}{S_K} + \frac{S_K}{S_H} + 2 \beta S_K} \quad (12)$$

получим [3] наименьшие значения критических скольжений

$$S_{\hat{e}} = S_i (k_{\max} + \sqrt{k_{\max}^2 - 1}) \quad (13)$$

При  $R_1 = 0$  из (4) и (10) получим наибольшее значение

$$C_1 R'_2 = S_{\hat{e}} A_1. \quad (14)$$

Для определения наименьшего значения  $R'_2$  принимаем величину приведенного тока ротора пропорциональной активной составляющей тока статора

$$I'_2 = \frac{I_{i1} \cos \varphi}{\cos \arcsin \varphi_3}. \quad (15)$$

Из векторной диаграммы

$$\sin \varphi_3 = \frac{X'_2}{\sqrt{\left(\frac{R'_2}{S_i}\right)^2 + (X'_2)^2}}. \quad (16)$$

Величина синуса этого угла находится в пределах  $0,08 \dots 0,15$  и зависит от  $S_H$ . Принимаем в расчетах среднее значение  $\sin \varphi_3 = 0,1$ .

Наименьшие значения приведенного сопротивления ротора

$$R'_2 = \frac{P_{\text{вн}} S_{\text{н}}}{3I_2'^2}. \quad (17)$$

Электромагнитная мощность ротора с учетом механических потерь, которые принимаются равными 2 % от номинальной мощности, вычисляется по формуле

$$P_{\text{эм}} = \frac{1,02P_{\text{н}}}{1 - S_{\text{н}}}. \quad (18)$$

Таким образом получим наименьшие значения  $C_1R'_2$ .

Для двух электродвигателей, асинхронного с короткозамкнутым ротором (КР) и асинхронного с фазным ротором (ФР), рассчитанные данные приведены в табл. 2.

Каталожные данные КР [4]: тип 4А160S6У3,  $P_{\text{н}} = 11,0$  кВт,  $U_{\text{н}} = 220$  В,  $\eta_{\text{н}} = 0,86$ ,  $\cos\varphi_{\text{н}} = 0,86$ ,  $S_{\text{н}} = 0,027$ ,  $k_{\text{т}} = 6$ ,  $k_{\text{max}} = 2$ ,  $I_{\text{н}} = 22,6$  А,  $R_1 = 0,073$  Ом,  $X_1 = 0,11$  Ом,  $R'_2 = 0,030$  Ом,  $X'_2 = 0,15$  Ом,  $n_0 = 1000$  об/мин.

Каталожные данные ФР: тип МТН 311-6,  $P_{\text{н}} = 11,0$  кВт,  $U_{\text{н}} = 220$  В,  $\eta_{\text{н}} = 0,83$ ,  $\cos\varphi_{\text{н}} = 0,79$ ,  $S_{\text{н}} = 0,05$ ,  $k_{\text{max}} = 2,8$ ,  $I_{\text{н}} = 25,4$  А,  $R_{\text{р}} = 0,102$  Ом,  $n_0 = 1000$  об/мин,  $U_{2\text{л}} = 170$  В,  $I_{\text{нр}} = 43,0$  А.

Таблица 2

	$C_1$	$A_1$	$P_{\text{эм}}$	$I_2$	Наибольшее	Наименьшее
					$C_1R'_2$	$C_1R'_2$
КР	1,038	3,1	11531	19,5	0,313	0,278
ФР	1,046	2,14	11810	20,2	0,58	0,5

Для расчета области определения отношения  $\beta$  из уравнения (10), параметры которого не зависят от критического скольжения, найдем

$$X_{\text{кн}} = \sqrt{A_1^2 - 2A_1R_1}. \quad (19)$$

Определяется максимальное значение  $R_{1\text{max}}$ :

$$R_{1\text{max}} = \frac{A_1^2}{2A_1} = \frac{A_1}{2}.$$

Задаваясь величиной  $R_1$  от 0 до  $R_{1\text{max}}$ , определяем  $X_{\text{кн}}$ , затем производим расчет отношений  $R_1/R_2'$  и  $X_{\text{кн}}/R_2'$ . Полученные данные сводятся в таблицы. Для примера в табл. 3 приведены расчетные данные для ФР  $C_1R'_2 = 0,5$  Ом.

Таблица 3

$R_1$	0	0,2	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0765
$X_{\text{кн}}$	2,153	1,94	1,71	1,43	1,27	1,09	0,87	0,57	0
$X_{\text{кн}}/C_1R_2'$	4,28	3,86	3,4	2,85	2,53	2,17	1,73	1,13	0
$R_1/C_1R_2'$	0	0,4	0,796	1,19	1,39	1,59	1,79	1,99	2,14

По табличным данным на рис. 3 построены графики, кривые  $KL$  и  $MN$  для КР и кривые  $GH$  и  $XY$  для ФР. В результате определена область в виде ромба, по центру которого принимается средняя расчетная величина  $\beta$  и определяется  $S_{\text{к}}$ .

$$\text{КР: } \beta = 2,3; S_{\text{к}} = 0,121;$$

$$\text{ФР: } \beta = 0,85; S_{\text{к}} = 0,32.$$

Аналитический расчет параметров производится в следующей последовательности.

Величина критического скольжения [1]

$$S_{\dot{\epsilon}} = S_i \frac{k_{\max} + \sqrt{k_{\max}^2 - [1 - 2S_i \beta(k_{\max} - 1)]}}{1 - 2S_i \beta(k_{\max} - 1)}. \quad (20)$$

Величина расчетного активного сопротивления ротора, приведенного к обмотке статора асинхронного двигателя,

$$R'_2 = \frac{A_1}{C_1 \left( \beta + \frac{1}{S_{\dot{\epsilon}}} \right)}. \quad (21)$$

Активное сопротивление статора

$$R_1 = \beta C_1 R'_2. \quad (22)$$

Параметр  $\gamma$ , который позволяет найти индуктивное сопротивление короткого замыкания  $X_{\text{КН}}$ ,

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{S_{\dot{\epsilon}}^2} - \beta^2}. \quad (23)$$

$$X_{\text{КН}} = \gamma C_1 R'_2. \quad (24)$$

Приведенный ток ротора

$$I'_2 = \frac{U_{\text{ii}}}{\sqrt{\left( R_1 + \frac{C_1 R'_2}{S_i} \right)^2 + X_{\dot{\epsilon}\text{i}}^2}}. \quad (25)$$

На основании уравнения Кирхгофа (1) получим

$$U_{\text{ii}} = I_1 \sqrt{R_1^2 + X_1^2} + I'_2 \sqrt{\left( \frac{R'_2}{S_i} \right)^2 + (X'_2)^2}. \quad (26)$$

Запишем это уравнение в виде

$$U_{\text{ii}} = I_1 \sqrt{R_1^2 + X_1^2} + I'_2 \sqrt{\left( \frac{R'_2}{S_i} \right)^2 + (X_{\dot{\epsilon}\text{i}} - X_1)^2}. \quad (27)$$

Вычисляется величина второго слагаемого; так как  $\frac{R'_2}{S_i} \gg X'_2$ , то задаваясь

$X_1 = \frac{X_{\dot{\epsilon}\text{i}}}{2}$ , получим

$$B_1 = I'_2 \sqrt{\left( \frac{R'_2}{S_i} \right)^2 + (X_{\dot{\epsilon}\text{i}} - X_1)^2}. \quad (28)$$

Определяется  $X_1$  из выражения

$$U_{\text{ii}} - \hat{A}_1 = I_1 \sqrt{R_1^2 + X_1^2}. \quad (29)$$

Определяется

$$X'_2 = X_{\text{KH}} - X_1. \quad (30)$$

Определяется ЭДС контура намагничивания

$$E_m = U_{\text{IH}} - I_{\text{IH}} \sqrt{(R_1^2 + X_1^2)}. \quad (31)$$

Определяется приведенный ток ротора после расчета  $X_1$  и  $X'_2$  по (25).

Определяем ток намагничивания, приняв его реактивным, на основе баланса реактивной мощности схемы замещения.

Потребляемая активная мощность на фазу

$$P_{\text{N}} = \frac{P_{\text{I}}}{3\eta}. \quad (32)$$

Полная мощность на фазу

$$S_{\text{N}} = U_{\text{II}} I_{\text{I}}. \quad (33)$$

Реактивная мощность на фазу

$$Q_{\text{N}} = \sqrt{S_{\text{N}}^2 - P_{\text{N}}^2}. \quad (34)$$

$$I_0 = \frac{Q_{\text{N}} - I_{\text{II}}^2 X_1 - I_2'^2 X_2'}{E_m}. \quad (35)$$

Определяется реактивное сопротивление цепи намагничивания

$$X_0 = \frac{E_m}{I_0}. \quad (36)$$

На основании баланса активных мощностей определяется активное сопротивление контура намагничивания

$$R_0 = \frac{P_{\text{C}} - I_1^2 R_1 - \frac{I_2'^2 R_2'}{S_{\text{H}}}}{I_0^2}. \quad (37)$$

Результаты аналитического расчета, например для двигателя с ФР, приведены в табл. 4.

Таблица 4

$S_{\text{K}}$	$R'_2$	$R_1$	$\gamma$	$X_{\text{KH}}$	$I'_2$	$X_1$	$X'_2$
0,321	0,516	0,46	3,0	1,62	19,35	0,626	1,04
$E_m$	$P_{\text{C}}$	$S_{\text{C}}$	$Q_{\text{C}}$	$I_0$	$X_0$	$R_0$	$\beta$
200,3	4418	5588	3422	13,23	15,14	1,47	0,85

Проверочный расчет производится по уравнениям Кирхгофа, а также по формулам для уточнения приближенно принятых коэффициентов  $k_0$ ,  $k_I$ ,  $C_1$ ,  $\sin\varphi_3$ .

Принимаем погрешность проверочных расчетов не более 5%.

На основании уравнений Кирхгофа (1) и (26) проверяется баланс напряжений  $U_{\text{IH}} = 220,3$  В.

Производится проверка коэффициента, учитывающего потери напряжения от тока холостого хода, по выражению (7),  $C_1 = 1,041$ .

Производится проверка синуса угла  $\varphi_3$  по выражению (16),  $\sin\varphi_3 = 0,096$ .

Производится проверка тока намагничивания по уравнению Кирхгофа (3)

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 - \dot{I}'_2 = 20,066 + j15,57 - 19,26 - j1,86 = 0,8 + j13,7.$$

Пусковой ток, приведенный к обмотке статора, при  $S = 1$  определяется по формуле

$$I'_{2К} = \frac{U_{1Н}}{\sqrt{(R_1 + C_1 R'_2)^2 + (X_1 + C_1 X'_2)^2}}. \quad (38)$$

Проверяется кратность пускового тока, получено  $k_I = 5,86$ :

$$k_I = \frac{I'_{2\text{Э}}}{I'_2}. \quad (39)$$

Проверяется величина критического скольжения с полученным значением  $C_1 = 1,041$ , получено  $S_K = 0,31$ , по формуле

$$S_{\text{Э}} = \pm \frac{\tilde{N}_1 R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + \tilde{N}_1 X'_2)^2}}. \quad (40)$$

Приведенный ток ротора по выражению (25) при  $C_1 = 1,041$ ,  $I_2 = 19,34$  А. Производится проверка коэффициента

$$k_0 = \frac{I_0}{I_{11} \sin \varphi_1} = \frac{13,23}{25,4 \cdot \sin 42^\circ} = 0,945. \quad (41)$$

Сопrotивления ротора для разных типов современных двигателей с ФР можно найти в Интернете, однако данные от разных производителей могут существенно отличаться друг от друга.

Для рассматриваемого двигателя с ФР эта величина в холодном состоянии равна [1]

$$R'_2 = 0,95 R_p \left( \frac{U_{1Л}}{U_{2Л}} \right)^2 = 0,95 \cdot 0,102 \cdot \left( \frac{380}{170} \right)^2 = 0,484 \text{ Ом}. \quad (42)$$

В горячем состоянии с учетом температурного коэффициента  $\alpha = 1,2$  при нагреве на  $45^\circ\text{C}$  получим  $R'_2 = 0,581$  Ом. В приведенной методике принято  $R'_2 = 0,516$  Ом, что соответствует среднему режиму работы при средней температуре.

Многokратные расчеты по приведенной методике параметров схемы замещения для различных типов двигателей показали удовлетворительные результаты.

Получена удовлетворительная сходимостъ результатов при проверочном расчете.

Полный проверочный расчет производить не обязательно, достаточно сделать проверку тока намагничивания по уравнению Кирхгофа (3).

Данная методика может использоваться в инженерной практике.

При больших расхождениях для уточнения параметров можно повторить расчет с новыми полученными значениями  $k_I$ ,  $C_1$ ,  $\sin \varphi_3$ ,  $k_0$ .

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Качин С.И. Автоматизированный электропривод: учеб.-метод. пособие / С.И. Качин, А.Ю. Чернышев, О.С. Качин; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. – 162 с.
2. Свит П.П., Сёмкин Б.В. Определение параметров схем замещения асинхронных двигателей небольшой мощности // Ползуновский альманах. – 2004. – № 3.
3. Вольдек А.И. Электрические машины. – Л: Энергия, 1974. – 840 с.

4. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник / А.Е. Кравчик, М.М. Шлаф, В.И. Афонин, Е.А. Соболенская. – М: Энергоиздат, 1982. – 504 с.
5. Сыромятников И.А. Режимы работы асинхронных и синхронных двигателей / Под ред. Л.Г. Миконянца. – 4 изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 240 с.

*Статья поступила в редакцию 12 апреля 2013 г.*

## **DEFINITION EQUIVALENT CIRCUIT PARAMETERS OF THREE PHASE ASYNCHRONOUS MOTORS**

***V.S. Osipov, V.I. Kotenev, V.V. Kochetkov***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The problem of determining the parameters of the equivalent circuit of asynchronous electric motors with squirrel-cage rotor and slip ring on the catalog data in order to build their mechanical characteristics is considered. Method for determining the parameters of the equivalent circuit with subsequent evaluation of the results of convergence solutions is developed.*

***Keywords:*** electric motor, asynchronous, stator, rotor, sliding, torque, voltage, stator current, resulted rotor current, resistance of the stator, resulted rotor resistance.

---

*Vyacheslav S. Osipov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.  
Viktor I. Kotenev (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Vladimir V. Kochetkov, Postgraduate Student.*

## ПРИМЕНЕНИЕ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ОЦЕНКИ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ РОТОРА АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

*М.В. Таланов, А.В. Карасев, В.М. Таланов*

Мордовский государственный университет имени Н.П. Огарева  
430005, г. Саранск, ул. Большевикская, 68

E-mail: mvtal@mail.ru

*Предлагается методика оценки угловой скорости вращения ротора с использованием расширенного фильтра Калмана на основе анализа потокосцепления ротора.*

**Ключевые слова:** неподвижная система координат, расширенный фильтр Калмана, асинхронный электродвигатель, библиотека Digital Motor Control, MATLAB, датчик скорости.

Во многих случаях применение датчика скорости в системах управления асинхронным электродвигателем невозможно из-за технических сложностей (установка датчика, надежность датчика, условия эксплуатации электродвигателя) или стоимости такого датчика [1]. Одним из способов оценки угловой скорости вращения ротора является использование расширенного фильтра (наблюдателя) Калмана [1, 2].

Для использования такого фильтра необходима модель электродвигателя в режиме реального времени [1].

Далее приводится математическая модель асинхронного электродвигателя в пространстве состояний, которая дополнена неизмеряемой величиной – электрической угловой скоростью вращения ротора [1, 2]:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu ; \quad (1)$$

$$y = Cx, \quad (2)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} -1/T_s^* & 0 & L_m/(L_s' L_r T_r) & \omega_r L_m/(L_s' L_r) & 0 \\ 0 & -1/T_s^* & -\omega_r L_m/(L_s' L_r) & L_m/(L_s' L_r T_r) & 0 \\ L_m/T_r & 0 & -1/T_r & -\omega_r & 0 \\ 0 & L_m/T_r & \omega_r & -1/T_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1/L_s' & 0 \\ 0 & 1/L_s' \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$x = [\dot{i}_{s\alpha} \quad \dot{i}_{s\beta} \quad \psi_{r\alpha} \quad \psi_{r\beta} \quad \omega_r]^T$  – вектор состояния,  $u = [u_{s\alpha} \quad u_{s\beta}]^T$  – вектор управления,  $A$  – матрица состояний,  $C$  – матрица выхода,  $L_s' = \sigma L_s$  – переходная индук-

---

*Михаил Викторович Таланов, аспирант.*

*Александр Вениаминович Карасев (к.т.н., доцент), доцент кафедры «Промышленная электроника».*

*Виктор Михайлович Таланов (к.т.н., доцент), доцент кафедры «Автоматизированные системы обработки информации и управления».*

тивность статора, где  $\sigma = 1 - L_m^2 / (L_s L_r)$  – коэффициент рассеяния,  $L_s$  – индуктивность обмотки статора;  $L_m$  – индуктивность намагничивания;  $L_r = L_{lr} + L_m$  – индуктивность обмотки ротора, где  $L_{lr}$  – индуктивность рассеяния обмотки ротора;  $T_r = L_r / R_r$  – постоянная времени ротора;  $\omega_r = \omega_m p$  – электрическая угловая скорость вращения ротора, где  $\omega_m$  – механическая угловая скорость вращения ротора,  $p$  – число пар полюсов электродвигателя;  $T_s^* = L_s' / (R_s + R_r (L_m / L_r)^2)$  – комбинированный параметр, где  $R_s$  – активное сопротивление обмотки статора,  $R_r$  – активное сопротивление обмотки ротора;  $i_{s\alpha}$  и  $i_{s\beta}$  – проекции токов в обмотках статора на оси неподвижной системы координат,  $u_{s\alpha}$  и  $u_{s\beta}$  – проекции линейных напряжений обмоток статора на оси неподвижной системы координат,  $\psi_{r\alpha}$  и  $\psi_{r\beta}$  – проекции вектора потокосцепления ротора на оси неподвижной системы координат.

Проверка алгоритма фильтрации с моделью электродвигателя из [1, 2] (см. формулы (1) и (2)) в среде MATLAB показала большую погрешность в оценке угловой скорости вращения ротора. С целью уменьшения этой погрешности предлагается использовать дополнительный наблюдатель потокосцепления. В качестве такого наблюдателя был взят наблюдатель из библиотеки Digital Motor Control от фирмы Texas Instruments [3]. Математическая модель этого наблюдателя может быть представлена следующей системой уравнений:

$$i_{ds}^e = i_{s\alpha} \cos(\theta_{\psi_r}) + i_{s\beta} \sin(\theta_{\psi_r}), \quad (3)$$

$$i_{qs}^e = -i_{s\alpha} \sin(\theta_{\psi_r}) + i_{s\beta} \cos(\theta_{\psi_r}); \quad (4)$$

$$\frac{d\psi_{dr}^{e,i}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} i_{ds}^e - \frac{1}{T_r} \psi_{dr}^{e,i}, \quad (5)$$

$$\psi_{qr}^{e,i} = 0; \quad (6)$$

$$\psi_{dr}^{s,i} = \psi_{dr}^{e,i} \cos(\theta_{\psi_r}) - \psi_{qr}^{e,i} \sin(\theta_{\psi_r}); \quad (7)$$

$$\psi_{qr}^{s,i} = \psi_{dr}^{e,i} \sin(\theta_{\psi_r}) + \psi_{qr}^{e,i} \cos(\theta_{\psi_r}); \quad (8)$$

$$\psi_{ds}^{s,i} = \left( \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_r} \right) i_{s\alpha} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{dr}^{s,i}; \quad (9)$$

$$\psi_{qs}^{s,i} = \left( \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_r} \right) i_{s\beta} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{qr}^{s,i}; \quad (10)$$

$$\psi_{ds}^{s,v} = \int (u_{s\alpha} - i_{s\alpha} R_s - u_{comp,ds}) dt; \quad (11)$$

$$\psi_{qs}^{s,v} = \int (u_{s\beta} - i_{s\beta} R_s - u_{comp,qs}) dt; \quad (12)$$

$$u_{comp,ds} = K_p (\psi_{ds}^{s,v} - \psi_{ds}^{s,i}) + K_i \int (\psi_{ds}^{s,v} - \psi_{ds}^{s,i}) dt; \quad (13)$$

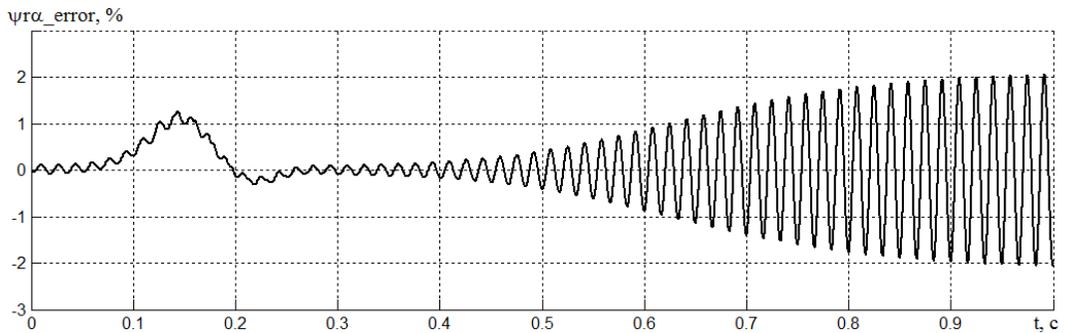
$$u_{comp,qs} = K_p (\psi_{qs}^{s,v} - \psi_{qs}^{s,i}) + K_i \int (\psi_{qs}^{s,v} - \psi_{qs}^{s,i}) dt; \quad (14)$$

$$\Psi_{r\alpha}^{Fe} = -\left(\frac{L_s L_r - L_m^2}{L_m}\right) i_{s\alpha} + \frac{L_r}{L_m} \Psi_{ds}^{s,v}; \quad (15)$$

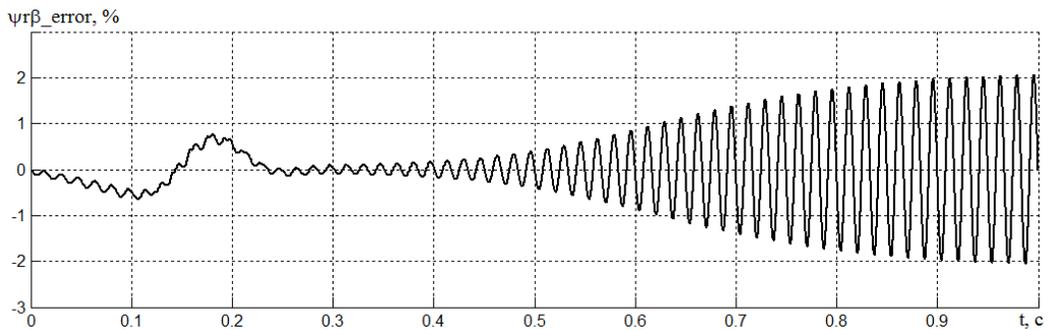
$$\Psi_{r\beta}^{Fe} = -\left(\frac{L_s L_r - L_m^2}{L_m}\right) i_{s\beta} + \frac{L_r}{L_m} \Psi_{qs}^{s,v}; \quad (16)$$

$$\theta_{\Psi_r} = \arctan\left(\frac{\Psi_{r\alpha}^{Fe}}{\Psi_{r\beta}^{Fe}}\right), \quad (17)$$

где  $\theta_{\Psi_r}$  – угол вектора потокосцепления ротора; коэффициенты  $K_p$  и  $K_i$  подбираются опытным путем таким образом, чтобы обеспечить удовлетворительную динамику и точность восстановления потокосцепления ротора. Приведенная математическая модель наблюдателя потокосцепления была реализована в среде MATLAB. Для проверки этой модели было проведено восстановление измеренного вектора потокосцепления ротора. На рис. 1 приведены графики ошибок оценки вектора потокосцепления ротора (изображены погрешности относительно амплитудных значений измеренных потокосцеплений в установившемся режиме).

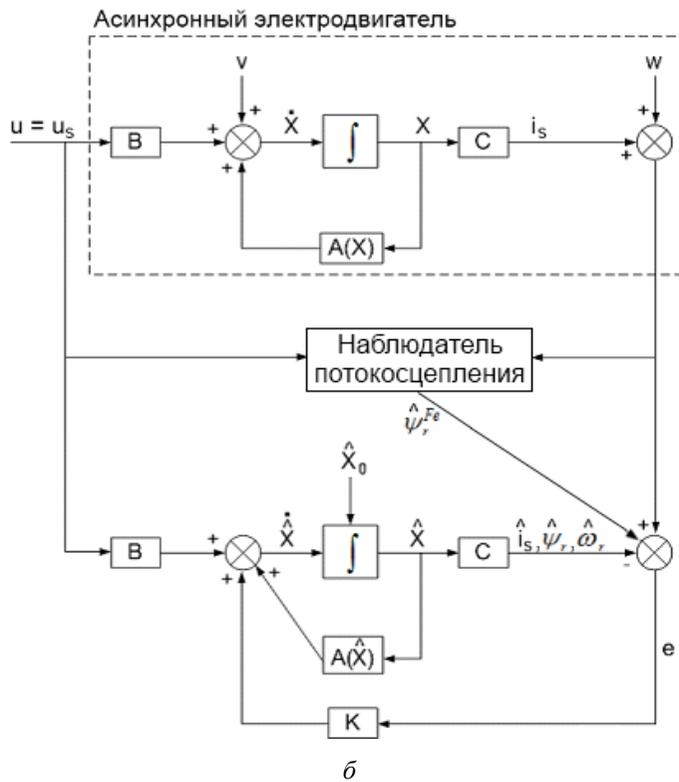
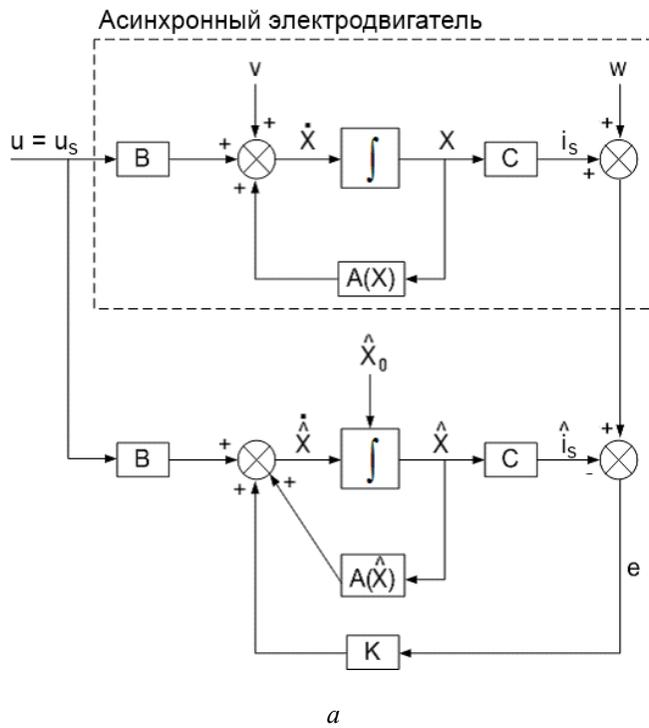


*a*



*б*

Р и с. 1. Ошибки оценки вектора потокосцепления ротора:  
*a* – ошибка оценки проекции вектора потокосцепления ротора на ось *d*;  
*б* – ошибка оценки проекции вектора потокосцепления ротора на ось *q*



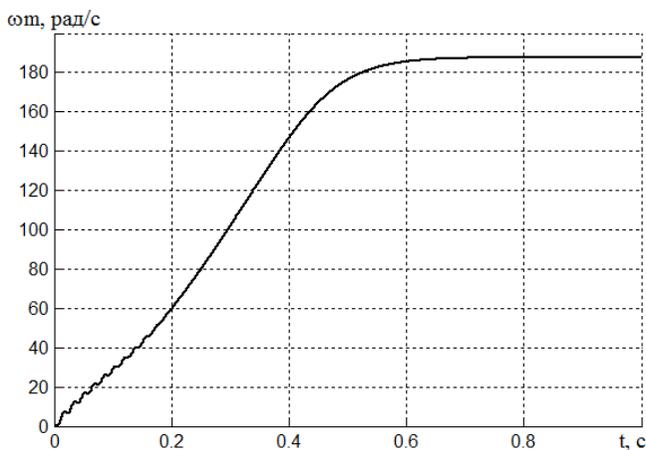
Р и с. 2. Сравнение структурных схем наблюдателей:  
*a* – расширенный фильтр Калмана;  
*б* – улучшенный наблюдатель на основе расширенного фильтра Калмана

Из результатов моделирования видно, что дополнительный наблюдатель с высокой точностью восстановил потокосцепление ротора – ошибка оценки составляет не более 1,5 % при переходном режиме и не более 2,1 % в установившемся режиме.

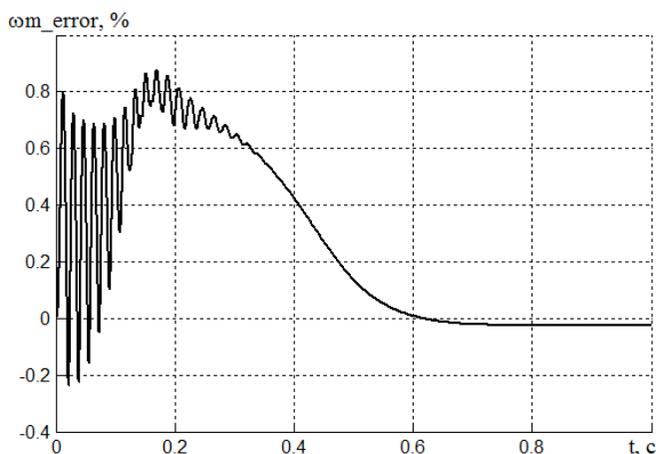
Структуры расширенного фильтра Калмана и улучшенного наблюдателя на его основе приведены на рис. 2, где  $u = [u_{s\alpha} \ u_{s\beta}]^T$ ,  $i_s = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta}]^T$ ,  $v(k)$  – вектор возмущений;  $w(k)$  – вектор ошибок измерений;  $\hat{i}_s$  – вектор оценки  $i_s$ ;  $\hat{\psi}_r$  – вектор оценки  $\psi_{r\alpha}$  и  $\psi_{r\beta}$ ;  $\hat{\psi}_r^{Fe} = [\psi_{r\alpha}^{Fe} \ \psi_{r\beta}^{Fe}]^T$  – вектор оценки  $\psi_{r\alpha}$  и  $\psi_{r\beta}$ , полученный с помощью дополнительного наблюдателя потокосцепления;  $\hat{\omega}_r$  – оценка  $\omega_r$ ;  $\hat{x}_0$  – начальная оценка вектора состояния  $x$ ;  $\hat{x}$  – оценка  $x$ .

Далее приведены результаты оценки переменных состояния электродвигателя с помощью улучшенного наблюдателя на основе расширенного фильтра Калмана.

На рис. 3 показана восстановленная наблюдателем механическая угловая скорость вращения ротора.



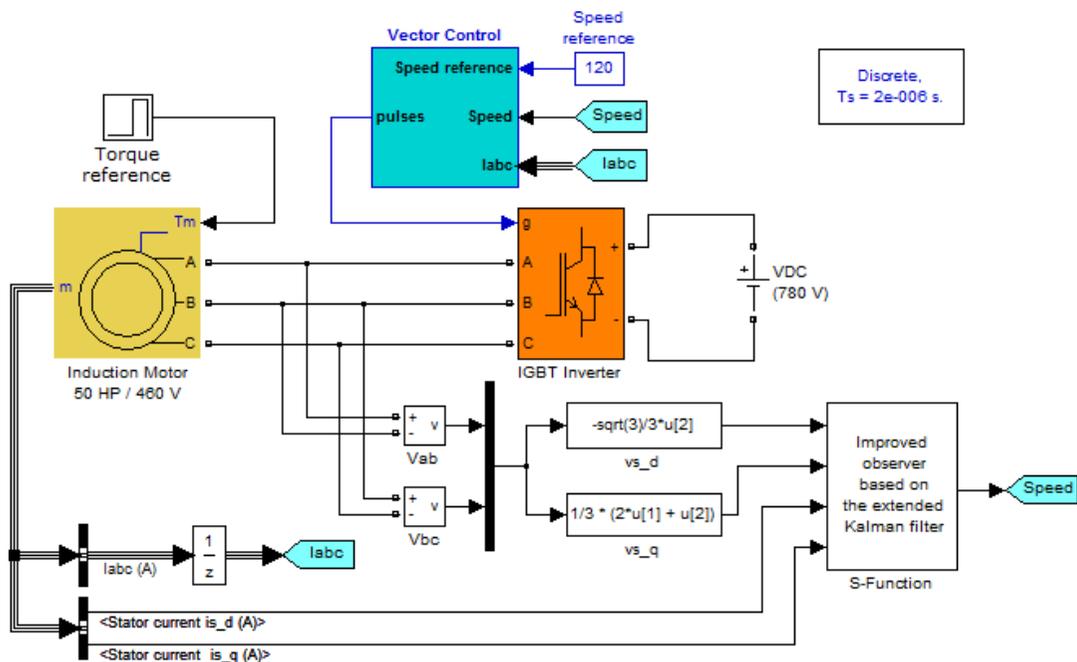
Р и с. 3. Оценка угловой скорости вращения ротора



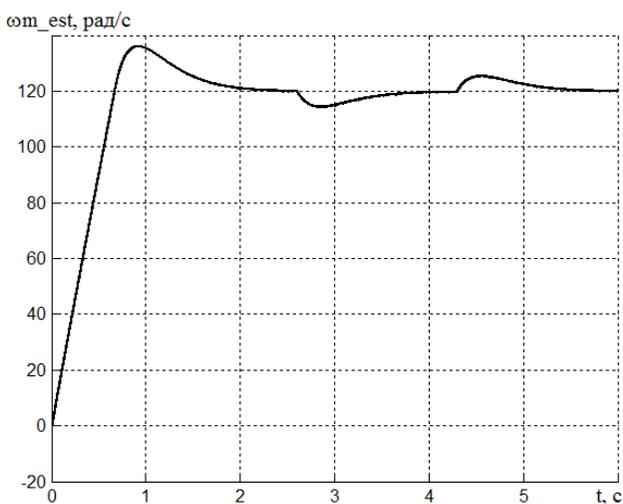
Р и с. 4. Ошибка оценки угловой скорости вращения ротора

На рис. 4 показана ошибка оценки механической угловой скорости вращения ротора (изображена погрешность относительно амплитудного значения в установившемся режиме измеренной угловой скорости вращения ротора).

Далее приведены результаты исследования улучшенного наблюдателя на основе расширенного фильтра Калмана в составе замкнутой системы векторного управления (см. рис. 5) при набросе (50 % от базового вращающего момента в момент времени  $t = 2,6$  с) и сбросе (50 % от базового вращающего момента в момент времени  $t = 4,3$  с) нагрузки (рис. 6).



Р и с. 5. Система векторного управления асинхронным двигателем с реализованным в виде S-функции наблюдателем угловой скорости вращения ротора



Р и с. 6. Результат оценки угловой скорости вращения ротора асинхронного двигателя улучшенным наблюдателем в составе системы векторного управления в переходных режимах

## **Выводы**

Предложена структура наблюдателя на основе расширенного фильтра Калмана, которая позволяет получить оценку угловой скорости вращения ротора асинхронного электродвигателя с точностью до 1,0 % для переходного режима и с точностью 0,025 % для установившегося режима, что исключает необходимость использования датчика скорости. Проведено исследование работы наблюдателя в составе системы векторного управления асинхронным двигателем.

## **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. *Texas Instruments*. Sensorless Control with Kalman Filter on TMS320 Fixed-Point DSP. – Texas Instruments, Literature Number: BPRA057, July 1997. – 92 p.
2. *Vas P.* Sensorless Vector and Direct Torque Control. – Oxford University Press, 1998. – 729 p.
3. *Akin B., Bhardwaj M.* Sensorless Field Oriented Control of 3-Phase Induction Motors. – Texas Instruments, Feb. 2010. – 43 p.

*Статья поступила в редакцию 7 мая 2013 г.*

## **APPLICATION OF THE EXTENDED KALMAN FILTER FOR THE ESTIMATION OF THE ROTOR SPEED OF AN INDUCTION MOTOR**

***M.V. Talanov, A.V. Karasev, V.M. Talanov***

Ogarev Mordovia State University  
68, Bolshevistskaya st., Saransk, 430005

*In this paper the estimation method of the rotor angular velocity by means of the rotor flux linkage analysis using the extended Kalman filter is suggested.*

***Keywords:*** stationary reference frame, extended Kalman filter, induction motor, Digital Motor Control library, MATLAB, speed sensor.

---

*Mikhail V. Talanov, Postgraduate student.  
Alexander V. Karasev (Ph. D. (Techn.)), Associate Professor.  
Viktor M. Talanov (Ph. D. (Techn.)), Associate Professor.*

## ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ АВТОМОБИЛЬНОЙ ГЕНЕРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ (ГУ)

*Г.И. Цопов, В.Н. Овсянников, Н.А. Елианский*

Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассмотрены наиболее распространенные виды отказов автомобильной генераторной установки. Выявлены общие факторы и причины появления отказов. Даны рекомендации по их устранению и предупреждению.*

**Ключевые слова:** *отказ, подшипниковый узел, магнитный шум, надежность, ресурс.*

Интеграция России в мировую экономическую систему, вступление ее в ВТО, свободный доступ на ее рынки зарубежных производителей автомобильных компонентов вызывают необходимость решения проблемы обеспечения высокого качества и конкурентоспособности продукции отечественных предприятий. Под качеством продукции понимается совокупность ее свойств, обуславливающих способность выполнять свое функциональное назначение в заданных условиях эксплуатации в течение времени, предусмотренного технической документацией [1]. Известно, что до 35 % всех отказов автотранспортных средств связано с выходом из строя изделий системы электрооборудования, причем на долю ГУ приходится до 10 % отказов. Тенденция роста комфорта автомобилей связана с увеличением числа элементов электрооборудования (электронных приборов, регуляторов, датчиков других потребителей электрической энергии), а это приводит к необходимости увеличения мощности источников питания (аккумуляторная батарея, ГУ) и повышения надежности их работы и ресурса. Поэтому требования к надежности работы ГУ как основного источника электрической энергии в системе электроснабжения будут постоянно расти. Анализ рекламационного материала за 8 месяцев 2011 года с СТО «АО Авто-ВАЗ» по отказам и неисправностям ГУ типа 9402.3701 и 9412.3701 позволил выявить дефектные узлы на стадии технологического процесса. Распределение отказов по отдельным узлам ГУ приведено на рисунке. Выборка исследуемых изделий составила 424000 шт. Число отказавших или не удовлетворяющих условиям работы – 6891 шт. (1,62 %). В таблице приведены виды отказов, возникших в период приработки, по мере их убывания.

Большая часть из них (24,4 %) приходится на подшипниковый узел. Повышенный шум узла хотя и не приводит к отказу ГУ, но создает дискомфорт и вреден для организма человека, а следовательно, провоцирует аварийную ситуацию. Под действием сильного шума повышается артериальное давление, ускоряется пульс, изменяется ритм дыхания, снижается острота зрения.

Причин, вызывающих повышенный шум, очень много, и установить истинную причину в каждом конкретном случае весьма сложно. Во вращающихся электриче-

---

*Геннадий Иосифович Цопов (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электромеханика и автомобильное оборудование».*

*Владимир Николаевич Овсянников, старший преподаватель кафедры «Электромеханика и автомобильное оборудование».*

*Николай Анатольевич Елианский (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электромеханика и автомобильное оборудование».*

ских машинах имеют место магнитные, механические и аэродинамические виды шумов [2]. Магнитный шум зависит от частоты и формы колебаний статора, виброскорости, величины излучающей поверхности. Механический шум и вибрации обусловлены трением щеток на контактных кольцах, а аэродинамический шум создается в первую очередь охлаждающим вентилятором. Кроме этого следует учитывать и такие факторы, как повышенный дисбаланс ротора, вибрации, несоответствие технических показателей консистентных смазок рабочим температурам подшипников.



Распределение отказов по отдельным узлам ГУ

Подшипники являются комплектующим и неремонтируемым изделием. В исследуемых ГУ производства ОАО «ЗиТ» установлены подшипники зарубежного производства SKS (Франция), но, судя по рекламациям, на долю подшипниковых узлов приходится 24,4 % отказов, они не в полной мере отвечают требованиям по шуму. Проводимый входной контроль ограничивает уровень вибрации 69 Дб (при выборке 10 % от партии); кроме этого, изделия проверяются на герметичность (1 %); выборочно контролируются и геометрические размеры, внешний вид и температура каплепадения.

Для установления истинной причины неудовлетворительной работы подшипникового узла и разработки мероприятий, предупреждающих отказ, необходимы дальнейшие дополнительные исследования отбракованных ГУ в номинальном режиме работы и при повышенной частоте вращения ротора. Оценка среднего уровня шума согласно ГОСТ 16372-84 устанавливает предельные значения уровней звуковой мощности:

$$L_2 - L_1 \approx 60 \lg \frac{n_2}{n_1}, \quad (1)$$

где  $L_2$  – уровень шума при повышенной частоте вращения  $n_2$ ;  $L_1$  – уровень шума при номинальной частоте вращения  $n_1$ . Аналитическое выражение (1) справедливо

при отношении  $\frac{n_2}{n_1} = 1 \dots 1,5$ .

#### Превалирующие виды отказов

№	Вид дефектов	Число дефектов, шт.	Процент числа дефектов, %
1	Повышенный шум подшипников	1683	24,4
2	Контактные соединения:	1296	18,8
	а) некачественно закреплен шкив;	703	10,2
	б) некачественно закреплен контактный болт и винты крепления фаз	593	8,6
3	Некачественная токарная обработка контактных колец	1044	15,1
4	Скользящий контакт:	1000	14,5
	а) излом щеток;	407	5,9
	б) обрыв обмотки возбуждения;	386	5,6
	в) недопрессовка и перепрессовка контактных колец;	166	2,4
	г) смещение щеток относительно контактных колец	41	0,6
5	Отказ интегрального регулятора напряжения	977	14,2
6	Отказ выпрямительного блока	861	12,5
7	Прочие	30	0,5
8	Итого	6891	100

Вторым по величине (18,8 %) видом неисправности является недостаточная жесткость контактных соединений. Была обнаружена неудовлетворительная механическая прочность крепления контактного болта и винтов крепления фазных выводов обмотки (8,6 %), а также шкива (10,2 %). Эти отказы относятся к технологическим отклонениям операции сборки. В качестве предупреждающего отказ мероприятия может быть рекомендован более жесткий контроль момента затяжки в соответствии с требованиями технических условий ТУ 37.460.090-94. Так, например, момент затяжки шкива распределительного вала согласно нормативным данным должен нахо-

даться в пределах 67,42...83,3 (8,88...8,5) Нм (кГс.м). Уменьшение момента затяжки шкива вызывает неуравновешенность вращающихся частей, при этом нарушается динамическая жесткость рабочей поверхности шкива, а при наличии радиального зазора вал расшатывается и возможны ударные нагрузки.

Третьим по величине (15,1 %) видом неисправности является некачественная токарная обработка поверхности контактных колец. Эта неисправность не связана с полным отказом, но влияет на механизм контактирования кольцо – щетка, а также на износостойкость скользящего контакта. Поверхность контактного кольца, обработанная точением ( $H_{\max} = 20...30$  мкм), способствует более интенсивному износу щетки, особенно в период приработки.

Однако и слишком гладкая поверхность, полученная, например, полированием, не дает положительных результатов, так как при этом ухудшаются условия формирования электрической проводимости. Оптимальная система характеристик шероховатости поверхностного слоя определяются экспериментально. Практика эксплуатации подобных скользящих контактов показала [3, 4, 5], что поверхность кольца, обработанная точением с высотой неровностей  $H_{\max} = 20...30$  мкм, что соответствует 7-му классу шероховатости, является близкой к оптимальной.

Скользкий контакт (кольцо – щетка) является одним из самых уязвимых узлов ГУ, требующим неукоснительного выполнения операций сборки в соответствии с техническими требованиями. Несоблюдение правил установки щеткодержателей и несоответствие щеток дорожкам скольжения колец приводит к их смещению, излому и ускоренному износу. При этом нарушается работа системы возбуждения. При наличии такого дефекта функционирование ГУ прекращается только на период его устранения и замены щеток.

Недопрессовка или перепрессовка контактных колец встречается довольно редко, но, как показала практика, имеет место при их изготовлении. Контактные кольца опрессовываются пластмассой на гидравлическом прессе. Используемый прессматериал АГ-4С представляет собой анизотропный материал, прочность которого ориентирована вдоль волокна. Условия формирования изделий из АГ-4С имеют некоторые особенности. Так, материал этой марки в виде лент целесообразно применять лишь для изготовления деталей, имеющих простую геометрическую форму. Контактные кольца этим требованиям соответствуют. На качество изделия значительное влияние оказывают условия хранения прессматериала (температура, повышенная влажность), степень полимеризации смолы. Кроме этого, необходимо выбрать технологический процесс таким, чтобы условия прессования и последующая термообработка обеспечивали полную полимеризацию связывающего вещества. Таким режимом является следующий: температура прессования 130...150 °С, удельное давление прессования  $P = 500$  кг/см<sup>2</sup> (при времени выдержки 1 мин). Отклонение от оптимального технологического процесса приводит к снижению прочностных и диэлектрических свойств прессматериала, усилению ползучести, обусловленной перераспределением напряжения между стеклонитью и связующими (модифицированной фенолформальдегидной смолой) в процессе релаксации напряжений в материале.

Отказ интегрального регулятора напряжения со встроенным щеткодержателем (14,2 %) является внезапным, носит случайный характер, что приводит к отказу всей ГУ. Он является неразборным и неремонтируемым узлом. В случае выхода его из строя или износа щеток (выступают из щеткодержателя менее чем на 5 мм) заменяется целиком весь узел. Однако после его замены ГУ восстанавливает свои функциональные действия. Сам по себе износ щеток является постепенным и прогнозируемым отказом.

Чуть меньше (12,5 %) отказов приходится на выпрямительный блок. Их основными причинами являются пробой и короткое замыкание. Это неремонтируемый узел ГУ, и поэтому его обычно заменяют на новый. На отечественных ТУ типа 9402.3701 и 9412.3701 применяются блоки двух типов – БВ03-105-01 и БПВ076-105-02, имеющие трехфазные мостовые двухпериодные схемы выпрямления. Общим для этих блоков является то, что силовыми выпрямительными элементами в них являются автомобильные диоды Зенера, у которых максимально допустимая сила прямого тока через диод составляет 35А, а максимальный импульс прямого напряжения при этом не превышает 1,16 В. Дополнительные выпрямители в цепи обмотки возбуждения выполняются на диодах типа Д223А с номинальным током 2,0 А. Для ГУ с выпрямительным блоком БПВО 76-105-02 особо опасным является короткое замыкание изолированного от «массы» теплоотвода блока на крышку. В этом случае аккумуляторная батарея может оказаться замкнутой накоротко внутри ГУ.

Приведенные отказы и дефекты согласно теории надежности можно условно разделить на внезапные и постепенные. К первым можно отнести такие, как отказ выпрямительного блока, обрыв в цепи обмотки возбуждения, повышенный шум подшипников, отказ интегрального регулятора напряжения, которые являются событиями случайными. Вторую группу составляют постепенные, вызванные дефектами технологического процесса или сборки, особо выявляемые в приработочный период. На этапе производства возможна реализация связей путем управления технологическим процессом и операциями, а также ужесточения контроля.

Таким образом, проведенные исследования позволяют рекомендовать проведение мероприятий по предупреждению и устранению отказов:

- не все изготовленные ГУ проходят приработочный режим. В целях обнаружения технологических отклонений необходимо обеспечить их 100%-е прохождение;
- ужесточить промежуточный контроль жесткости крепления соединений отдельных элементов (шкива, контактного болта, фаз и т. д.) согласно ТУ 37.460.090-94;
- оптимизация режимов обработки поверхности контактных колец окажет положительное влияние на изнашивающую способность скользящего контакта;
- для комплектующих изделий необходимо увеличить выборку от партии производимого входного контроля.

Эти мероприятия позволяют не только сократить число отказов отдельных элементов ГУ в приработочный период, но и положительно повлиять на эксплуатационные характеристики изделия в целом.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Анисимов В.М., Николаев В.А.* Системы и статические методы обеспечения качества промышленной продукции: Учеб. пособие. – Самара: СамГТУ, 2000. – 230 с.
2. *Гольдберг О.Д.* Испытание электрических машин: Учебник для вузов по спец. «Электромеханика». – М.: Высшая школа, 1990. – 254 с.
3. *Витенберг Ю.Р.* Расчет параметров оптимальной шероховатости пар трения // Тезисы докладов научно-технического совещания «Контактная жесткость в машиностроении». – Куйбышев, 1997. – С. 174-175.
4. *Демкин Н.Б.* Контактное трение шероховатых поверхностей. – М.: Наука, 1970. – 227 с.
5. *Цопов Г.И., Костылев Б.Н., Скороспешкин А.И., Лексенберг Е.Л.* Влияние материалов и исходного микрорельефа контактирующих поверхностей на надежность работы скользящего контакта // Тезисы докладов научно-технической конференции «Пути повышения качества и надежности электрических машин». – Киев: Институт проблем материаловедения, 1981. – С. 143-146.

## TECHNOLOGICAL SUPPORT OF RELIABILITY OF THE AUTOMOBILE GENERATING INSTALLATION (GI)

***G.I. Tsopov, V.N. Ovsyannikov, N.A. Elshansky***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The most widespread types of refusals of automobile generating installation are considered. The general factors and the reasons of emergence of refusals are revealed. Recommendations of their elimination and the prevention are given.*

***Keywords:*** *refusal, bearing knot, magnetic noise, reliability, resource.*

---

*Gennady I. Tsopov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.  
Vladimir N. Ovsyannikov, Senior Lecture.  
Nikolay A. Elshansky (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*