

Электротехника

УДК 62-531.7

АВТОМАТИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ РАДИАЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ РОТОРА МИКРОЭЛЕКТРОПРИВОДА МЕТОДОМ СИГНАЛЬНО-АДАПТИВНОЙ ОБРАТНОЙ МОДЕЛИ

И.С. Дымов, Д.А. Котин, Ю.В. Панкрац

Новосибирский государственный технический университет
Россия, 630073, г. Новосибирск, пр-т К. Маркса, 20

Аннотация. Статья посвящена разработке и исследованию системы автоматической коррекции радиального положения ротора микроэлектропривода, применяемого в прецизионных технологических установках. Предлагается новый подход к решению проблемы стабилизации вращающейся части электрической машины, основанный на активной текущей стабилизации его пространственного положения. Автоматическая стабилизация достигается путем организации в электромеханической системе электромагнитного воздействия реверсивного характера. Предлагается применять парные группы электромагнитов, действующих на объект управления. Разработка алгоритма автоматической коррекции производится методом сигнально-адаптивной обратной модели. Такой подход способен обеспечить желаемые показатели качества процесса управления нелинейным объектом, а также достичь нечувствительности системы коррекции к внешним и внутренним сигнальным и параметрическим возмущениям. Приводятся описание способа конструктивной реализации подхода, методика структурного синтеза закона управления. Представлены структурные и функциональные схемы системы автоматической коррекции радиальных отклонений, а также результаты имитационного моделирования, подтверждающие перспективность проведенного исследования.

Ключевые слова: активная стабилизация, балансировка, сигнально-адаптивный регулятор, микроэлектропривод.

Уже на начальных этапах проектировочных работ по созданию узлов или элементов технологических установок инженерами-разработчиками ставится требование, чтобы в течение всего периода эксплуатации оборудования достигалась высокая точность вращения, быстроходность и параметрическая надежность. Проведенные исследования по оценке влияния различных факторов на итоговую точность выполнения технологического процесса сводятся к тому, что данный показатель качества более чем на половину определяется характеристиками рабочего органа, механически связанного с ротором приводного двигателя [1]. Все технологические операции так или иначе осуществляются за счет

Дымов Илья Сергеевич, аспирант.

Котин Денис Алексеевич (к.т.н., доц.), заведующий кафедрой «Электропривод и автоматизация промышленных установок».

Панкрац Юрий Витальевич (к.т.н.), доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок».

вращения вала электрической машины. Это и влечет за собой неустойчивую работу относительно выходных характеристик системы электропривода. Во время вращения ротора на стационарных опорах скольжения или качения траектория движения рабочего органа может быть нестабильной, изменяется жесткость и возникают тепловые смещения подшипниковых узлов. Но наиболее важной проблемой является отклонение радиального положения вращающейся части электрической машины во время работы технологического оборудования.

Во многих областях высокоточного производства в качестве электромеханических систем применяются микроэлектроприводы постоянного и переменного тока, питающиеся от широтно-импульсных преобразователей. Требования, предъявляемые к указанным технологическим процессам, ставят перед разработчиками электромеханических систем задачу недопустимости даже незначительных погрешностей в радиальных отклонениях оси вращения исполнительных механизмов.

Для достижения нахождения значений радиальных отклонений ротора электрической машины в необходимых или допустимых пределах на современном прецизионном оборудовании применяется наиболее распространенный метод увеличения жесткости подшипников за счет изменения преднатяга, т. е. получения отрицательного рабочего зазора в подшипнике. Помимо увеличения жесткости узла это влечет за собой понижение уровня шума и предотвращение проскальзывания во время быстрых запусков и остановок, но только лишь при поддержании постоянства статической нагрузки, а также при условии очень низкой динамической нагрузки или ее отсутствия [2].

Также в конструкциях высокоскоростных установок в настоящее время устанавливают шпиндельные узлы и кронштейны с гидро- и аэростатическими, а также электромагнитными опорами скольжения, которые превосходят стандартные опоры практически по всем основным показателям: перегрузочная способность, точность и т. д. Использование подшипников с гидростатическим смазочным слоем обеспечивает высокую точность вращения и повышенную демпфирующую и нагрузочную способности. Но из-за потерь на трение и наличия дополнительной системы анализа и сбора масла недостатком таких опор является ограничение по частоте вращения [3]. Использование аэростатических подшипников позволяет ротору двигателя развить высокую частоту вращения, к тому же снизить износ конструктивных элементов и существенно увеличить срок эксплуатации электрической машины и повысить производительность выполняемых работ, уменьшить вибрационные и акустические воздействия, позволяет надежно работать при высокой и низкой температуре и влажности. Однако газовым опорам свойственны недостатки, которые выражаются в относительно небольшой жесткости и демпфирующей способности [4]. Поэтому их применяют в малонагруженных системах, как и в случае со стандартными опорами качения при преднатяге. Высокой быстроходностью обладают системы на активных магнитных подвесах. При их использовании появляется возможность управления радиальным положением ротора в процессе работы с необходимыми изменениями демпфирования и жесткости [5]. Однако электромагнитные опоры широко не распространены, что связано с их высокой стоимостью, сложностью конструкции и систем управления, возможностью нагрева ротора, высокой инерционностью индукционной системы и т. д.

Существует огромный резерв, направленный на улучшение эксплуатационных характеристик современного прецизионного оборудования в части умень-

шения возникающих дисбалансов. Поэтому основной задачей будет являться разработка и исследование адаптивной магнитной системы с использованием способа активной стабилизации пространственного положения вращающейся части электродвигателя.

Способ активной стабилизации радиальных отклонений ротора электрической машины

Предлагаемый способ активного исключения радиальных смещений ротора заключается в использовании совершенно другой, по сравнению с известными, исполнительской части системы стабилизации пространственного положения. По своей конструкции ротор электродвигателя опирается на шарикоподшипниковый узел. Основной рассматриваемой стороной электрической машины предполагается торцевая сторона. В роли объекта управления (ОУ) предлагается использовать электромагниты, установленные в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Такая пара ОУ обеспечивает противоположно направленный характер перемещений при компенсации радиальных отклонений, анализируя сигналы, которые поступают с датчиков отклонения ротора [6]. Таким образом, процесс балансировки вращающегося ротора производится в каждый момент времени и в основе его лежит электромагнитное воздействие. Функциональная схема конструкции и системы управления процессом активной стабилизации представлена на рис. 1.

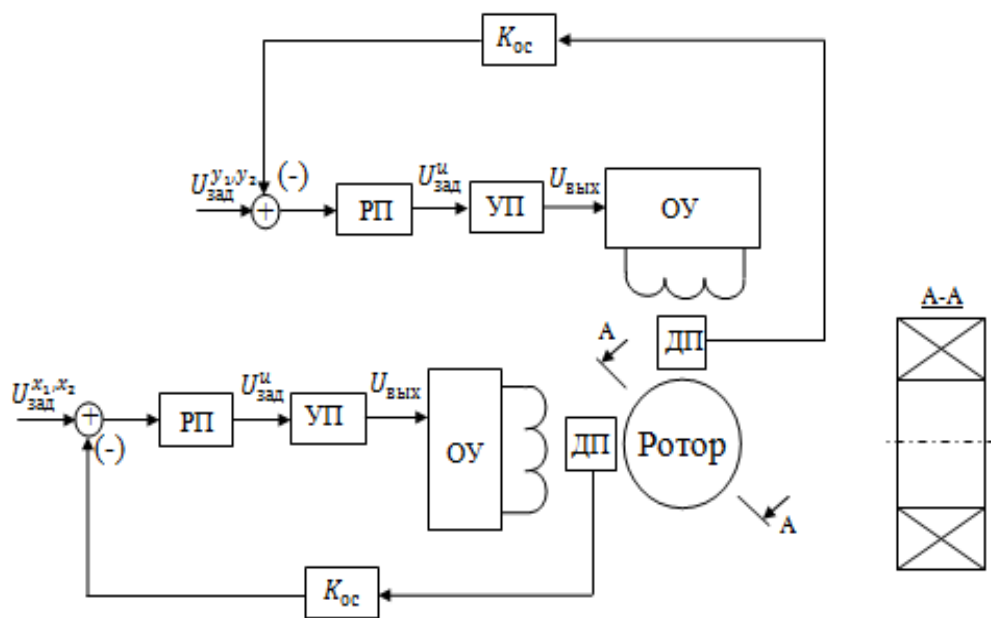


Рис. 1. Функциональная схема автоматической системы активной стабилизации ротора

Для описания разработанной функциональной схемы приведены следующие обозначения: $U_{зад}^{x1, x2, y1, y2}$ – сигналы задания на требуемое радиальное отклонение в плоскости X и Y соответственно, В; РП – регуляторы пространственного положения; УП – управляемый преобразователь; $U_{зад}^u$ – сигнал задания на напряже-

ние УП, В; $U_{\text{вых}}$ – выходное напряжение УП (напряжение возбуждения электромагнита), В; ОУ – электромагнит; ДП – датчики пространственного положения ротора, фиксирующие его радиальное отклонение в плоскости X и Y; K_{oc} – коэффициенты обратных связей по радиальному отклонению в плоскости X и Y.

В качестве датчиков пространственного положения ротора, фиксирующих его радиальное отклонение в плоскости X и Y, предполагается использовать фотоэлектрические преобразователи комбинированного типа (ФПКТ), у которых информационная часть способна с предельной точностью производить измерения осевых смещений с помощью самостоятельной коррекции угловой погрешности измерительного раstra [7].

В процессе подготовки электрической машины для реализации предложенного способа активной стабилизации необходимо напыление магнитного материала или установка магнитного кольца требуемой толщины на поверхность ее вращающейся части.

Метод сигнально-адаптивной обратной модели

Метод сигнально-адаптивной обратной модели (САОМ) является способом синтеза робастных одно- и многоканальных систем управления с многотемповыми процессами, который формирует алгоритмы без промежуточной идентификации изменяющихся параметров с сигнальной самонастройкой. Синтезированные методом САОМ системы обладают малой чувствительностью как ко внешним, так и к параметрическим возмущениям, а также к вариациям характеристик ОУ [8]. Пояснения основных положений метода наиболее полно описаны в [9].

Запишем уравнение математической модели ОУ в общем виде:

$$\dot{x}^{(n)} = a(t, \mathbf{x}) + b(t, \mathbf{x})u, \quad (1)$$

где x – выходная (управляемая) переменная;

t – параметр времени;

$x^{(n)} = \frac{d^n x}{dt^n}$ старшая производная управляемой координаты, явно зависящая от управляющего воздействия u ;

– вектор канонических для методов управления

$\mathbf{x} = [x, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ – вектор канонических для методов управления

движениями на инвариантных многообразиях координат состояния.

Метод САОМ предполагает, что в структуре функций $a(\cdot)$ и $b(\cdot)$ можно выделить известные (расчетные) составляющие $a_0(\cdot)$, $b_0(\cdot)$ и приведенные «возмущения» $\delta a(\cdot)$, $\delta b(\cdot)$:

$$\begin{cases} a(t, \mathbf{x}) = a_0(t, \mathbf{x}) + \delta a(t, \mathbf{x}); \\ b(t, \mathbf{x}) = b_0(t, \mathbf{x}) + \delta b(t, \mathbf{x}), \end{cases} \quad (2)$$

причем $|\delta b(\cdot)| < |b_0(\cdot)| \forall (t, \mathbf{x})$ из области допустимых.

Для учета истинных начального и текущего состояний объекта, а также подавления возмущений при построении системы автоматического управления

необходимо воспользоваться принципом обратной связи по координатам ОУ или их оценкам, т. е.

$$x_d^{(n)} = F(v, \mathbf{x}), \quad (3)$$

где $x_d(t)$ – заданная программно генерируемая временная траектория желаемых движений выходной переменной ОУ, устойчивая и обладающая требуемыми показателями качества;

$v(t)$ – внешнее задающее воздействие.

Приравняв правые части (1) и (3), определяем закон управления как обратную модель управляемого процесса:

$$u = \frac{1}{b_0(t, \mathbf{x})} (F(v, \mathbf{x}) - a_0(t, \mathbf{x}) - \hat{y}(t)), \quad (4)$$

где $\hat{y}(t)$ – оценка «возмущений», формируемая наблюдателем:

$$\mu \dot{\hat{y}} + \hat{y} = x^{(n)} - a_0(t, \mathbf{x}) - b_0(t, \mathbf{x})u. \quad (5)$$

После исключения старшей производной выхода математическую модель наблюдателя можно описать уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -\mu^{-1} (a_0(t, x) + b_0(t, x)u + \hat{y}); \\ \hat{y} = \eta + \mu^{-1} x^{(n-1)}, \end{cases} \quad (6)$$

где $\mu > 0$ – малый параметр, определяющий скорость процесса сигнальной адаптации алгоритма управления (4).

Закон управления (6) предусматривает использование обратных связей по выходной переменной ОУ и ее производным вплоть до (n-1)-ой. Однако прямые измерения производных выхода нестационарных объектов, которые подвержены воздействию внешних сил, или даже их косвенное восстановление по информации о физических переменных фактически недостижимо. Поэтому для нахождения оценок неизмеряемых производных регулируемой переменной и обеспечения требуемой помехозащищенности системы используются специальные алгоритмы, например дифференцирующие фильтры (ДФ) [10].

Метод расчета параметров ОУ

В качестве ОУ будут использованы две пары электромагнитов, что соответствует числу пар полюсов $p = 8$, следовательно, они обязаны обладать заданным максимальным тяговым усилием F_{\max} , которое может развиваться в течение продолжительной работы без перегрева обмотки катушки управления. Соответственно, для того чтобы гарантированно оставался запас на отработку динамических нагрузок, всегда должно выполняться условие $F_{\max} > Q$, где Q – статическая нагрузка.

Для нахождения параметров ОУ, а также для оптимизации его геометрии воспользуемся методикой, представленной в [11].

Во время оптимизации геометрии с самого начала требуется знать магнитную индукцию в зазоре B , которая зависит от магнитных свойств используемого

материала. При этом из-за проблем с управляемостью системы магнитное насыщение не допускается [12].

Плотность тока в проводниках катушек управления должна быть равна допустимому значению j_{\max} :

$$j_{\max} k_{Cu} A = \frac{B}{\mu_0} 2\delta, \quad (7)$$

где A – площадь обмотки в пазу, мм²;
 $k_{Cu} = 0.3...0.5$ – коэффициент заполнения площади паза медью;
 δ – величина воздушного зазора, мм;
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ – магнитная проницаемость вакуума, Гн/м.

Площадь, занимаемую обмоткой в пазу, можно выразить как [13]

$$A = \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} - t_p \right) \left(\frac{\pi d}{8} - t_p \right), \quad (8)$$

где D – внешний диаметр расположения ОУ, мм;
 d – диаметр магнитного кольца; мм;
 t_p – ширина полюса, мм.

Отсюда следует выражение для индукции в воздушном зазоре

$$B(d, t_p) = C_B \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} - t_p \right) \left(\frac{\pi d}{8} - t_p \right) \quad (9)$$

и выражение для тягового усилия

$$F(d, t_p) = C_F C_B^2 \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} - t_p \right) \left(\frac{\pi d}{8} - t_p \right), \quad (10)$$

где C_B и C_F – постоянные, определяемые соотношениями

$$C_B = \frac{\mu_0 j_{\max} k_{Cu}}{2\delta}; \quad (11)$$

$$C_F = \frac{p a l}{8\mu_0}, \quad (12)$$

где $a = 0.924$ – коэффициент числа полюсов при $p = 8$; l – длина пакета стали, мм.

Задача оптимизации и тем самым нахождения недостающих параметров ОУ сводится к задаче исследования на условный экстремум, т. е. необходимо найти максимум функции $F(d, t_p)$ при дополнительном условии $B(d, t_p) = B_{\max}$. Условие экстремума запишем в виде уравнения [14]:

$$\phi(d, t_p) = \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} - t_p \right) \left(\frac{\pi d}{8} - t_p \right) - \frac{B_{\max}}{C_B} = 0. \quad (13)$$

Способом решения такой задачи является нахождение функции Лагранжа, определяемой выражением

$$L(d, t_p) = F(d, t_p) + \lambda \phi(d, t_p), \quad (14)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Затем решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \phi(d, t_p) = 0; \\ \frac{\partial L(d, t_p)}{\partial d} = 0; \\ \frac{\partial L(d, t_p)}{\partial t_p} = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Таким образом, решение системы (15), состоящей из уравнения (13) и частных производных уравнения (14), позволяет определить значения неизвестных величин d , мм; t_p , мм; λ .

Максимальный ток в проводнике катушки управления i_{\max} должен вызывать максимальное тяговое усилие F_{\max} и максимальную МДС. Зная значения тока i_{\max} , можно вычислить [15]:

– число витков на полюс:

$$n = \frac{j_{\max} k_{Cu} A}{2i_{\max}}; \quad (16)$$

– площадь сечения проводника:

$$a_0 = \frac{i_{\max}}{j_{\max}}; \quad (17)$$

– среднюю длину проводника катушки:

$$l_m = 2l + \frac{2\pi d}{p}, \quad (18)$$

где l – длина пакета стали, мм;

– активное сопротивление катушки управления:

$$R = \frac{\rho n l_m}{a_0}, \quad (19)$$

где ρ – удельное сопротивление меди;

– индуктивность катушки управления:

$$L = \frac{1}{m^2} \frac{p \mu_0 n^2 d l \Delta \alpha}{8 \delta}, \quad (20)$$

где $m = 1$ – число параллельных ветвей в электрической цепи контура при последовательном соединении катушек полюсов; $\Delta \alpha = 10^\circ \dots 15^\circ$ – полюсный угол.

Результаты экспериментов

Проведем математическое моделирование системы центрирования радиальных отклонений ротора электрической машины в составе микроэлектропривода, синтезированной методом САОМ. Общая структурная схема метода САОМ для предложенного способа активной стабилизации радиальных отклонений ротора представлена на рис. 2.

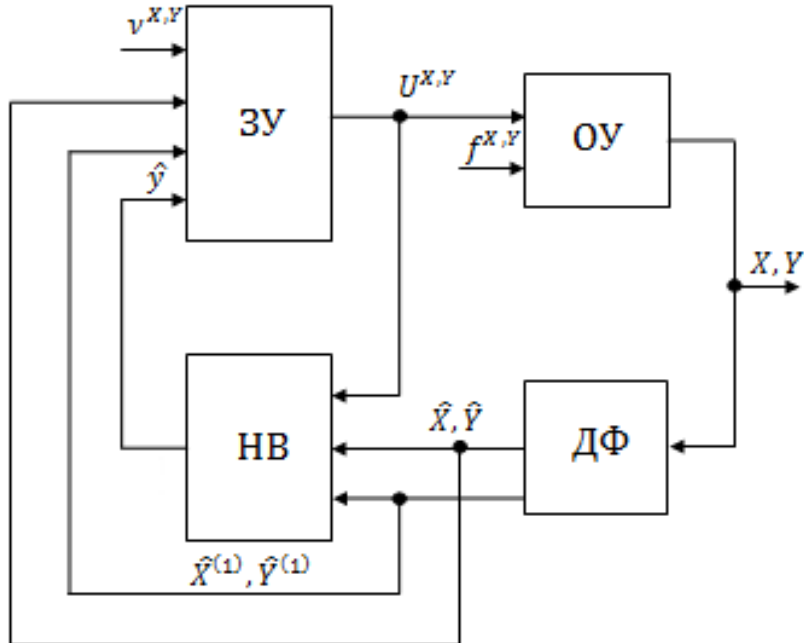


Рис. 2. Общая структурная схема метода САОМ

Для описания структурной схемы приведены следующие обозначения: $v^{X,Y}$ – сигналы задания на радиальные отклонения в плоскостях X и Y соответственно, В; ЗУ – подсистема закона управления; ОУ – подсистема ОУ; ДФ – подсистема ДФ; НВ – подсистема наблюдателя возмущений; $U^{X,Y}$ – напряжение, формируемое на ОУ, В; $f^{X,Y}$ – возмущающее воздействие, действующее на ОУ; \hat{y} – оценка возмущений, включающая в себя как параметрические, так и сигнальные возмущения, В; X, Y – выходные координаты радиальных отклонений ротора по плоскостям X и Y ; $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{X}^{(1)}, \hat{Y}^{(1)}$ – оценки радиальных отклонений ротора и их первые производные в плоскостях X и Y соответственно.

Математическая модель электромагнитных процессов в катушке управления электромагнита представляет собой следующее дифференциальное уравнение:

$$U = IR + L \frac{dx}{dt}. \quad (21)$$

При дальнейших рассуждениях о системе активной стабилизации, синтезированной по методу САОМ, описание будет производиться только в одной плоскости X для одного электромагнита (для всех остальных электромагнитов рас-

суждения одинаковы), причем обозначение радиальных отклонений X и Y заменяется на x_2 . Структурная схема подсистемы ОУ представлена на рис. 3.

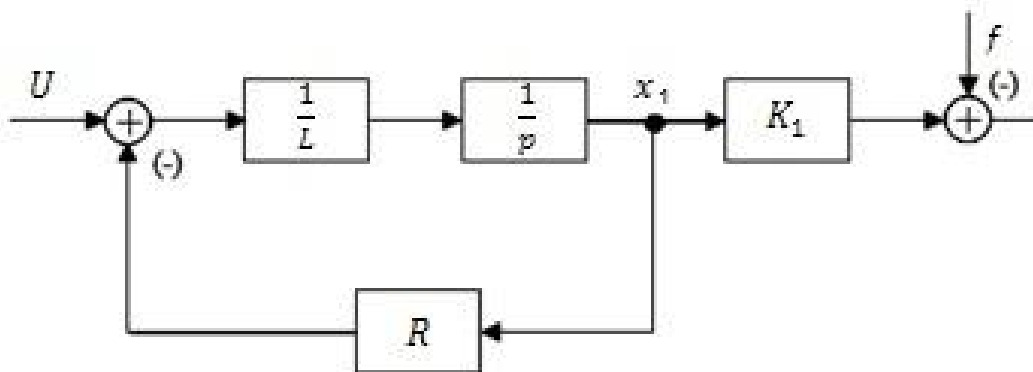


Рис. 3. Структурная схема подсистемы ОУ

Для описания структурной схемы ОУ приведены следующие обозначения: K_1 – коэффициент пропорциональности между током возбуждения и радиальным отклонением ротора; x_1 – ток возбуждения электромагнита, А; x_2 – радиальное отклонение ротора по стабилизируемой координате, мм.

С другой стороны, для возможности синтеза системы автоматического управления методом САОМ математическое представление электромагнита в операторной форме записи выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} x_1(p) = (U(p) - Rx_1(p)) \frac{1}{L} \frac{1}{p}, \\ x_2(p) = K_1 x_1(p) - f(p). \end{cases} \quad (22)$$

Приведем математическую модель (22) к общему виду (1):

$$\ddot{x}_2 = \frac{UK_1}{L} - \frac{R\dot{x}_2}{L} - f \frac{R}{L} - \dot{f}. \quad (23)$$

Составляющие уравнения (23) можно разбить на две части: известную (неизменяемую) и неизвестную (изменяемую) в соответствии с (2):

$$\begin{cases} a(t, \mathbf{x}) = -\frac{R}{L} \dot{x}_2 - f \frac{R}{L} - \dot{f}, \\ b(t, \mathbf{x}) = \frac{K_1}{L}. \end{cases} \quad (24)$$

Для упрощения процедуры синтеза закона управления приведем первое уравнение системы (24) к следующему виду:

$$a_0(t, x) = a_{01} \dot{x}_2 - a_{00} x_2. \quad (25)$$

Согласно выражению (3) и условию, при котором необходимо обеспечить движения объекта в соответствии с эталонными процессами, уравнение желаемых движений выглядит следующим образом:

$$\ddot{x}_2 = \Omega_d^2 U - \Omega_d^2 x_2 - \Omega_d \dot{x}_2 A_1, \quad (26)$$

где $A_1 = 1.41$ – коэффициент формы стандартной линейной настройки по Баттерворту, который определяет колебательность переходного процесса; $\Omega_d = \frac{1}{T_d}$ – среднегеометрический корень, определяющий быстродействие процесса регулирования; $T_d = \frac{0.1L}{R}$ – желаемая постоянная времени, с.

В итоге закон управления для системы активной стабилизации радиального положения вала микроэлектропривода будет определяться следующим уравнением:

$$U = \frac{1}{b_0} \left((-\Omega_d^2 - a_{00})x_2 + (-\Omega_d A_1 - a_{01})\dot{x}_2 + \Omega_d^2 v - \hat{y} \right). \quad (27)$$

Структурная схема подсистемы закона управления представлена на рис. 4.

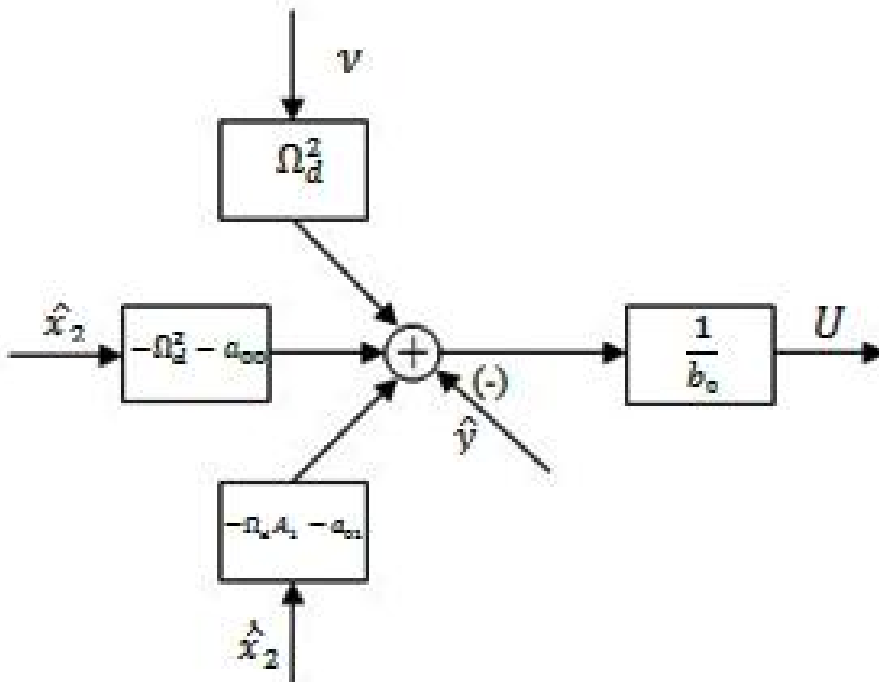


Рис. 4. Структурная схема подсистемы закона управления

Для снижения уровня помех в канале формирования управляющего воздействия ДФ должен представлять собой фильтр низких частот и иметь порядок инерционности минимум на единицу выше, чем порядок самой высшей оцениваемой с его помощью производной. Тогда математическое описание ДФ представляет собой:

$$T_F^2 \frac{d^2 \hat{x}_2}{dt^2} + T_F A_1 \frac{d \hat{x}_2}{dt} + \hat{x}_2 = x_2, \quad (28)$$

где $T_F \leq \frac{\mu}{K_{dm}}$ – постоянная времени фильтра, с;
 $K_{dm} = 6 \dots 10$ – коэффициент разделения движений;
 \hat{x}_2 – оценка выходной регулируемой координаты (радиального отклонения) в плоскости X и Y.

Структурная схема подсистемы ДФ представлена на рис. 5.

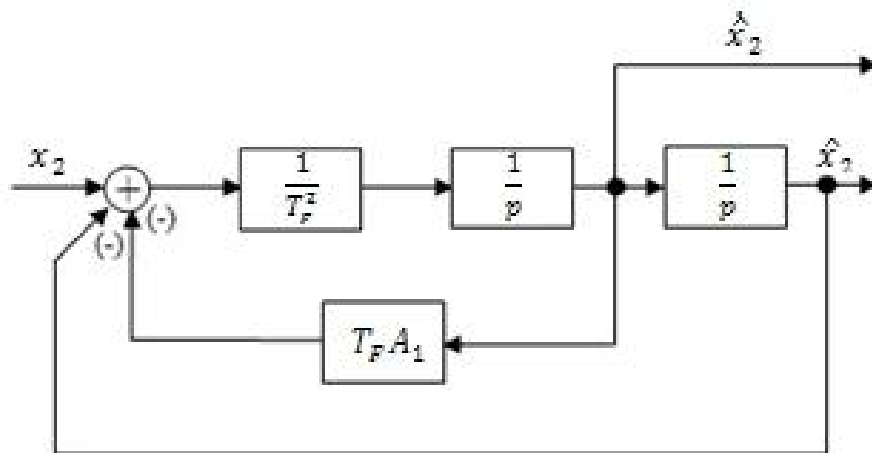


Рис. 5. Структурная схема подсистемы ДФ

Структурная схема подсистемы наблюдателя возмущений представлена на рис. 6.

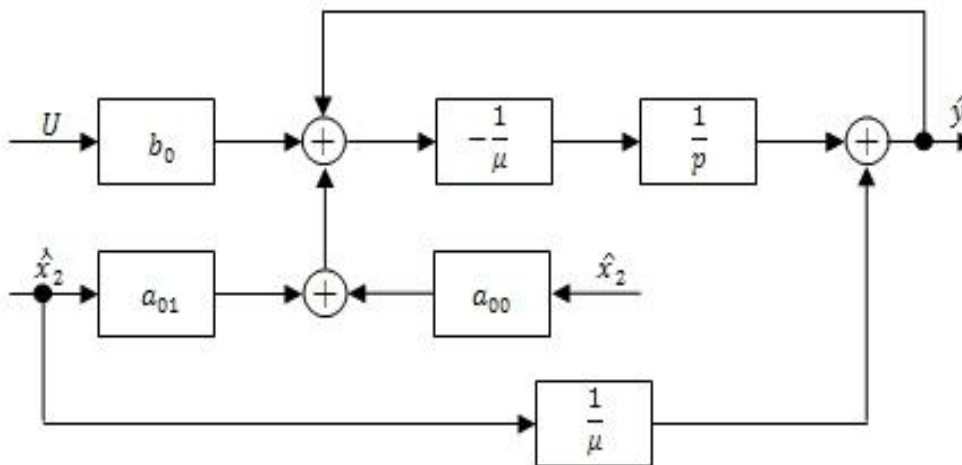


Рис. 6. Структурная схема подсистемы наблюдателя возмущений

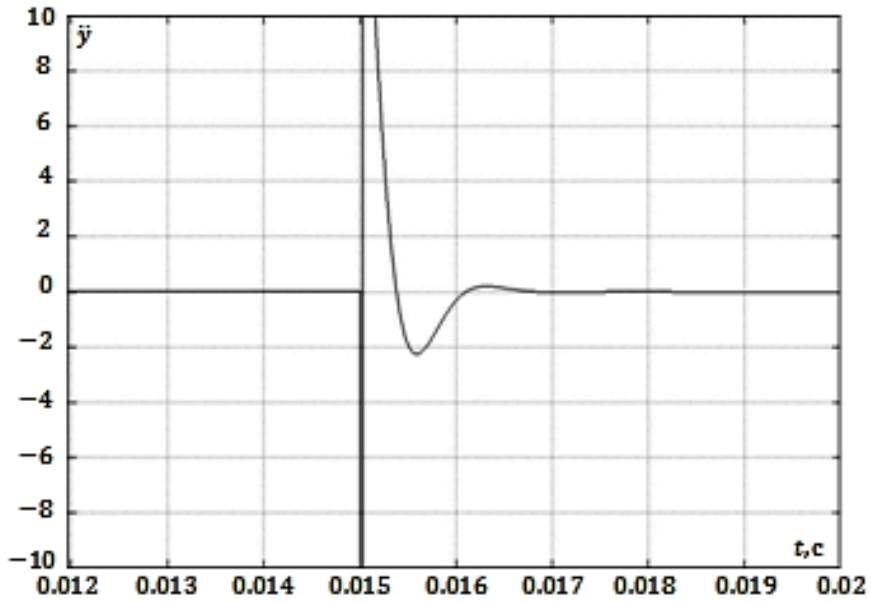


Рис. 7. Переходный процесс по оценке возмущений

Результатом цифрового моделирования является переходный процесс по оценке возмущений, включающей как параметрические, так и сигнальные возмущения (рис. 7), и по радиальному смещению ротора микроэлектродвигателя при работе системы активной стабилизации пространственного положения (рис. 8). В момент времени $T = 3.5$ с происходит ступенчатый наброс момента сопротивления нагрузки на вал электродвигателя, сопровождающийся отклонением его центральной оси вращения.

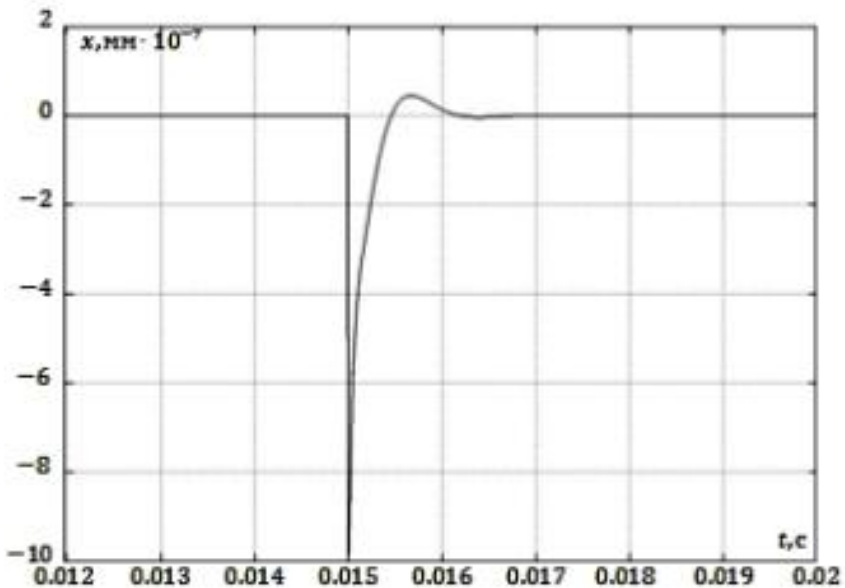


Рис. 8. Переходный процесс по радиальному смещению ротора

Выводы

Анализируя результаты цифрового моделирования предложенного подхода активной стабилизации радиальных отклонений ротора электропривода, можно сделать следующие заключения:

1. Синтезированная система автоматического управления за счет действия наблюдателя возмущений обладает нечувствительностью как ко внешним, так и к параметрическим отклонениям в работе электропривода.

2. Время регулирования выходной координаты принципиально мало для оказания негативного влияния на выполнение технологического процесса; величина перерегулирования находится в допустимом диапазоне, который в динамике не повлияет на возможное возникновение механических повреждений сборочных частей микроэлектропривода.

3. Применяемый для синтеза системы управления метод САОМ позволяет достичь больших вариантов выбора траекторий желаемых процессов и обеспечить малую чувствительность как параметрическим, так и внешним возмущениям.

Заключение

Исходя из полученных в ходе исследования результатов можно сделать заключение, что предложенный подход к активной стабилизации радиальных отклонений вращающейся части электрической микромашины является работоспособным. Результаты имитационного моделирования доказали, что полученные статические и динамические характеристики соответствуют характеру работы прецизионных технологических установок, поскольку компенсация радиальных отклонений производится в микрометровом диапазоне точности.

Последующие шаги будут направлены на создание и применение функциональных возможностей предложенного метода устранения дисбаланса. Дальнейшее развитие данной теории является актуальной научно-технической проблемой области машино- и приборостроения, решение которой позволяет значительно повысить точность и производительность технологических установок.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Космынин А.В., Шаломов В.И.* Аэростатические шпиндельные опоры с частичнопористой стенкой вкладыша // *Современные проблемы науки и образования.* – 2006. – № 2. – С. 69.
2. *Шмагин А.А.* Предельная частота вращения шпинделя при затяжке резьбовых соединений // *Известия МГТУ.* – 2008. – № 2. – С. 340–342.
3. *Бундур М.С., Прокопенко В.А., Чернов И.А.* Моделирование шпиндельных гидростатических подшипников и исследование возможностей повышения их динамического качества // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики.* – 2009. – № 6 (64). – С. 32–37.
4. *Дымов И.С., Котин Д.А.* Проектирование адаптивной магнитной системы аэростатического шпинделя // *Фундаментальные исследования.* – 2015. – № 10 (часть 2). – С. 254–258.
5. *Поляхов Н.Д., Стоцкая А.Д.* Обзор способов практического применения активных магнитных подшипников // *Научное приборостроение.* – 2012. – Т. 22, № 4. – С. 5–18.
6. *Дымов И.С., Котин Д.А., Аносов В.Н., Кучер Е.С.* Синтез системы автоматической коррекции осевых смещений вращающегося ротора мехатронного модуля // *Изв. вузов. Приборостроение.* – 2017. – Т. 60, № 6. – С. 157–166.
7. *Кирьянов А.В., Жмудь В.А., Томилов И.Н. [и др.].* Повышение точностных параметров лазерных генераторов изображений с круговым сканированием для формирования прецизионных углоизмерительных структур // *Научный вестник Новосибирского государственного технического университета.* – 2013. – № 3 (52). – С. 46–50.

8. Панкратов В.В. Метод синтеза робастных алгоритмов управления на основе адаптивных обратных моделей // Автоматизированные электромеханические системы: Сб. науч. трудов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. – С. 14–27.
9. Панкратов В.В., Нос О.В. Специальные разделы ТАУ. Ч. I. Модальное управление и наблюдатели: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2001.
10. Панкратов В.В., Зима Е.А., Нос О.В. Специальные разделы современной теории автоматического управления: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007.
11. Журавлев Ю.Н. Активные магнитные подшипники: теория, расчет, применение. – СПб.: Политехника, 2003.
12. Щеклеина И.Л., Угольников А.В. К теории расчета радиального активного магнитного подшипника // Известия УГТУ. – 2016. – № 2 (42). – С. 59–62.
13. Bleuler H. Magnetic levitation: a challenge for control design in mechatronics. Toshiba Chair for Intelligent Mechatronics. 2011. Vol. 44, № 12. P. 578–583.
14. Kimman M.H., Langen H.H., Munnig Schmidt R.H. A miniature milling spindle with active magnetic bearings. Mechatronics. 2010. Vol. 20, № 2. P. 224–235.
15. Зотов И.В., Лисиенко В.Г. Усовершенствование методики расчета радиальных активных магнитных подшипников // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2012. – Т. 8, № 6. – С. 54–56.

Статья поступила в редакцию 15 июля 2019 г.

AUTOMATIC CORRECTION OF RADIAL DISPLACEMENT OF THE MICRO ELECTRIC DRIVE ROTOR BY THE SIGNAL-ADAPTIVE INVERSE MODEL METHOD

I.S. Dymov, D.A. Kotin, Y.V. Pankracz

Novosibirsk State Technical University
20, Prospekt K. Marksa, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

Abstract. The paper is devoted to the development and investigation of automatic correction system of rotor radial position updating of micro electric drive, used in high-precision processing systems. A new approach of solving the problem of stabilizing the rotating element of motor, based on active current updating of the spatial position is offered. Automatic stabilization is achieved by organizing in the electromechanical system an electromagnetic effect of reversible nature. It is proposed to use the paired groups of electromagnets operating on the control object. The development of the automatic correction algorithm is done by the signal-adaptive inverse model method. The approach is able to provide the desired quality indicators for the control process of a nonlinear object, and also to achieve insensitivity of the correction system for external and internal signal and parametric disturbances. The paper describes the way of constructive implementation of this method, structural synthesis methodology of control law. Structural and functional diagrams of the automatic correction system for radial deviations are presented in the article, as well as the results of simulation, confirming potential of conducted research.

Keywords: active stabilization, balancing, signal-adaptive controller, micro electric drive.

Ilya S. Dymov, Postgraduate Student.

Denis A. Kotin (Ph.D. (Techn.)), Head of Department.

Yuriy V. Pankrats (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

REFERENCES

1. *Kosmynin A.V., Shalomov V.I.* Aerostatic spindle supports with a partially-porous liner wall. Modern problems of science and education. 2006. No. 2. P. 69. (In Russian).
2. *Shmagin A.A.* Maximum spindle speed when tightening threaded connections. Izvestia MSTU. 2008. No. 2. Pp. 340–342. (In Russian).
3. *Bundur M.S., Prokopenko V.A., Chernov I.A.* Simulation of spindle hydrostatic bearings and the study of the possibilities of improving their dynamic quality. Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. 2009. No. 6 (64). Pp. 32–37. (In Russian).
4. *Dymov I.S., Kotin D.A.* Designing an adaptive magnetic system of aerostatic spindle. Fundamental research. 2015. No. 10 (part 2). Pp. 254–258. (In Russian).
5. *Polyakhov N.D., Stotskaya A.D.* Review of practical applications of active magnetic bearings. Scientific Instrument. 2012. V. 22, No. 4. Pp. 5–18. (In Russian).
6. *Dymov I.S., Kotin D.A., Anosov V.N., Kucher E.S.* Synthesis of the system for automatic correction of axial displacements of the rotating rotor of the mechatronic module. Izv. universities. Instrument making. 2017. Vol. 60, No. 6. Pp. 157–166. (In Russian).
7. *Kiryayov A.V., Zhmud V.A., Tomilov I.N. [et al.]*. Increase of accuracy parameters of laser generators of images with circular scanning for the formation of precision angle-measuring structures. Scientific Bulletin of Novosibirsk State Technical University. 2013. No. 3 (52). Pp. 46–50. (In Russian).
8. *Pankratov V.V.* Method of synthesis of robust control algorithms based on adaptive inverse models. Automated electromechanical systems: Coll. scientific works. Novosibirsk: NSTU Publishing House, 2008. Pp. 14–27. (In Russian).
9. *Pankratov V.V., Nos O.V.* Special sections TAC. Part I Modal control and observers. Tutorial. NSTU, 2001. (In Russian).
10. *Pankratov V.V., Zima E.A., Nos O.V.* Special sections of the modern theory of automatic control: Proc. allowance. Novosibirsk: NSTU Publishing House, 2007. (In Russian).
11. *Zhuravlev Yu.N.* Active magnetic bearings: Theory, calculation, application. SPb.: Polytechnic, 2003. (In Russian).
12. *Schekleina I.L., Ugolnikov A.V.* To the theory of calculation of the radial active magnetic bearing. Proceedings of the USSU. 2016. No. 2 (42). Pp. 59–62. (In Russian).
13. *Bleuler H.* Magnetic levitation: a challenge for control design in mechatronics. Toshiba Chair for Intelligent Mechatronics. 2011. Vol. 44, № 12. Pp. 578–583.
14. *Kimman M.H., Langen H.H., Munnig Schmidt R.H.* A miniature milling spindle with active magnetic bearings. Mechatronics. 2010. Vol. 20, № 2. Pp. 224–235.
15. *Zotov I.V., Lisenko V.G.* Improving the method of calculating radial active magnetic bearings. Bulletin of Voronezh State Technical University. 2012. V. 8, No. 6. Pp. 54–56.

УДК 621.316.1

РАЗРАБОТКА И ПРОВЕРКА НА АДЕКВАТНОСТЬ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ СНИЖЕНИЯ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ В СЕТЕВОЙ ОРГАНИЗАЦИИ ПРИ КОМПЕНСАЦИИ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ В СЕТИ ПОТРЕБИТЕЛЯ*

А.В. Кузнецов, Д.А. Ребровская

Ульяновский государственный технический университет
Россия, 432027, г. Ульяновск, ул. Северный Венец, 32

E-mail: kav2@ulstu.ru; diana-06-08@mail.ru

Аннотация. Показано, что модели оценки конкретного вклада отдельного потребителя в снижение потерь в сетевой организации при установке компенсирующих устройств (КУ) долго отсутствовали. Это не позволяло инвесторам получать достоверную информацию о доходной составляющей проекта установки КУ, проекты не поддерживались. КУ в сетях потребителей перестали устанавливаться в необходимом объеме, потоки реактивной мощности увеличились, потери электроэнергии возросли. Появление такой модели и ее совершенствование позволяет активизировать деятельность по установке КУ в сетях потребителей электроэнергии. Достижению цели способствует совершенствование модели в направлении ее упрощения и создание упрощенных инженерных методик. Упрощение модели возможно путем преобразования ее в полиномиальную при использовании математической теории планирования эксперимента. По результатам вычислительных экспериментов определены коэффициенты полиномиальной модели и произведена проверка на адекватность по критерию Фишера. Отмечено, что предложенная полиномиальная модель может быть рекомендована для потребителей электроэнергии, не имеющих возможности воспользоваться математической моделью для получения важной информации для технико-экономического обоснования решения об установке КУ необходимой мощности.

Ключевые слова: система электроснабжения, сетевая организация, математическая модель, полиномиальная модель, компенсация реактивной мощности, компенсирующее устройство, РФФИ.

Известно, что при установке компенсирующих устройств (КУ) снижаются потоки реактивной мощности в питающей электрической сети, снижаются потери активной мощности и электроэнергии. Необходимость компенсации реактивной мощности и координации действий сетевых организаций и потребителей в этом направлении очевидна [1, 2]. Стоимость снижения потерь представляет собой показатель доходной части инвестиционного проекта установки КУ или годовое сбережение [3]. Точное определение доходной части

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Ульяновской области в рамках научного проекта № 18-48-730025.

Кузнецов Анатолий Викторович (д.т.н., с.н.с.), заведующий кафедрой «Электроснабжение».

Ребровская Диана Андреевна, старший преподаватель кафедры «Электроснабжение».

проекта необходимо для получения достоверных показателей эффективности инвестиционного проекта [4]. Наиболее важными из них являются период окупаемости PB , чистый дисконтированный доход NPV , индекс доходности PI , внутренняя норма рентабельности IRR , дисконтированный период окупаемости DPB [5].

После анализа и оценки показателей эффективности инвестором принимается решение о финансировании проекта. Либо наоборот, инвестор отказывается заказчику в финансировании проекта [6]. Неточность значений этих показателей может привести к ошибочным решениям, в результате которых окажется под сомнением прибыльность таких проектов. Надежды инвестора на получение запланированной прибыли должны быть оправданы. Годовое сбережение зависит от величины снижения потерь мощности $\delta\Delta P_{CD}$ и электроэнергии во всех ветвях схемы электроснабжения, питающих узел, в котором планируется размещение КУ. Значение $\delta\Delta P_{CD}$ для каждой ветви определяется по выражению

$$\delta\Delta P_{CD} = \frac{P^2 + Q^2}{U_n^2} \cdot R - \frac{P^2 + (Q - Q_{CD})^2}{U_n^2} \cdot R = \left(\frac{Q^2 - (Q - Q_{CD})^2}{U_n^2} \right) \cdot R, \quad (1)$$

где P и Q – активная и реактивная мощность ветви;

R – активное сопротивление ветви;

Q_{CD} – мощность КУ;

U_n – номинальное напряжение.

Для определения величины снижения потерь $\delta\Delta P_{CD}$ во всех ветвях схемы необходимо просуммировать значения $\delta\Delta P_{CD}$ в отдельных ветвях. Затем можно определить годовую экономию электроэнергии и годовое сбережение в денежном эквиваленте. Расчеты $\delta\Delta P_{CD}$ достаточно трудоемки, требуют большего массива исходных данных по конфигурации сети. В условиях ведомственной принадлежности электрических сетей такие данные доступны для каждой сетевой организации только в пределах ее сферы деятельности [7]. Кроме того, расчеты, связанные с использованием данных о схемах и нагрузках в смежной сетевой организации, сопряжены с трудностями организационно-правового характера [8]. Это затрудняет их получение в полном объеме. Следовательно, потребители не имеют возможности произвести расчеты, которые дают возможность оценить их возможный вклад в снижение потерь электроэнергии в смежной сетевой организации в результате установки КУ и доходность инвестиционного проекта.

В таких случаях прибегают к моделированию сетей, находящихся вне сферы деятельности организации, производящей расчет. Модели строятся и работают в условиях ограниченной информации, которую легче получить от смежной сетевой организации. К сожалению, модели оценки конкретного вклада отдельного потребителя в снижение потерь в сетевой организации, учитывающие индивидуальный подход к каждому потребителю, долго отсутствовали. Отсутствие таких моделей не позволяло получать достоверную информацию о доходной составляющей проекта установки КУ. Инвесторы с недоверием относились к тем методикам, которые давали усредненные значения, не обеспечивающие точности и определенности возврата затраченных на КУ средств. КУ в сетях потребителей

перестали устанавливаться в необходимом объеме. Зачастую имеющиеся КУ отключались от сети или демонтировались. В результате потоки реактивной мощности увеличились и увеличиваются, потери электроэнергии возросли и возрастают.

Появление такой модели [9] и ее совершенствование [10, 11] позволило инвесторам получать достоверную информацию о доходной части проекта для принятия решения, дало возможность уточнить методику расчета экономического эффекта установки КУ. На следующем этапе необходимо проинформировать о ее существовании широкий круг научной общественности, потребителей электроэнергии и инвесторов. Целью этого мероприятия является активизация деятельности по установке КУ в сетях потребителей электроэнергии для снижения потерь электроэнергии в электроэнергетической системе. Достижению цели способствует совершенствование модели в направлении ее упрощения и создание упрощенных инженерных методик.

Математическая модель [9] представляет собой схему замещения сетевой организации в виде трех сопротивлений, соединенных по схеме «звезда». Одно из сопротивлений является сопротивлением ветви 1, питающей исследуемого потребителя электроэнергии мощностью P_1 , второе сопротивление – это эквивалентное сопротивление ветви 2, питающей эквивалентного потребителя, мощностью P_2 , равной сумме мощностей всех потребителей сетевой организации, за исключением мощности первого. Третье сопротивление представляет собой эквивалентное сопротивление питающей ветви 3 и соединено с источником питания.

Модель предназначена для определения изменения потерь мощности $\delta\Delta P_{CD}^*$ в сети при установке КУ мощностью Q_{CD} в системе электроснабжения потребителя с нагрузкой P_1 , $tg\varphi_1$. Выражение для определения изменения снижения потерь мощности $\delta\Delta P_{CD}^*$ в соответствии с [1] имеет вид

$$\delta\Delta P_{CD}^* = 1 - \left(\frac{(1 + tg^2\varphi_{1,nov})}{(1 + tg^2\varphi_1)} \cdot \frac{\Delta P_1}{\sum_1^3 \Delta P_i} + \frac{\Delta P_2}{\sum_1^3 \Delta P_i} + \frac{(1 + tg^2\varphi_{3,nov})}{(1 + tg^2\varphi_3)} \cdot \frac{\Delta P_3}{\sum_1^3 \Delta P_i} \right), \quad (2)$$

где ΔP_1 , ΔP_2 , ΔP_3 – потери в ветвях схемы замещения до КРМ;

$tg\varphi_1$, $tg\varphi_3$ – коэффициент мощности в ветвях схемы до КРМ;

$tg\varphi_{1,nov}$, $tg\varphi_{3,nov}$ – коэффициент мощности после КРМ.

Если принять, что

$$P_1^* = \frac{P_1}{P_1 + P_2}, \quad Q_{CD}^* = \frac{Q_{CD}}{Q_1}, \quad (3)$$

то в выражении (3)

$$tg\varphi_{1,nov} = (1 - Q_{CD}^*) \cdot tg\varphi_1, \quad (4)$$

$$tg\varphi_3 = P_1^* \cdot tg\varphi_1 + (1 - P_1^*) \cdot tg\varphi_2, \quad (5)$$

$$tg\varphi_{3,nov} = P_1^* (1 - Q_{CD}^*) \cdot tg\varphi_1 + (1 - P_1^*) \cdot tg\varphi_2. \quad (6)$$

Выражения (3–6) представляют собой математическую модель снижения потерь мощности $\delta\Delta P_{CD}^*$.

В [9] модель содержит семь независимых переменных:

$$P_1^*, \frac{\Delta P_1}{P_1}, \frac{\Delta P_2}{P_2}, \frac{\Delta P_3}{P_1 + P_2}, tg\varphi_1, tg\varphi_2, Q_{CD}^*. \quad (7)$$

Значения переменных для расчета $\delta\Delta P_{CD}^*$ могут быть определены из документооборота потребителя и из документооборота сетевой организации. Значения переменных в форме (7) не представляет собой коммерческую тайну и могут быть без трудностей представлены по запросам заинтересованных организаций.

Использование известной математической модели требует достаточно высокой квалификации. Далеко не все потребители имеют достаточно квалифицированный персонал энергетических служб. В ряде случаев оптимизация производства приводит к тому, что собственной энергетической службы потребители не имеют. Собственники заключают договоры на обслуживание энергетического оборудования со специализированными фирмами. Потребитель не всегда имеет возможности воспользоваться математической моделью.

Для таких потребителей нужен простой и доступный инструмент, не требующий высокой квалификации, затрат времени на освоение и, наконец, материальных ресурсов на обучение и покупку программы. Таким инструментом может быть линейная полиномиальная модель, созданная на основе математической модели. Преобразование математической модели в полиномиальную возможно путем применения математической теории планирования эксперимента [12]. Для этого на математической модели проводится серия вычислительных экспериментов при определенном сочетании верхних и нижних пределов варьирования факторов. По результатам вычислительных экспериментов вычисляются коэффициенты полиномиальной модели и производится ее проверка на адекватность математической модели.

Анализ математической модели позволил сократить число входящих в ее состав переменных с семи до четырех, изменить набор переменных и ввести ограничения на интервалы варьирования факторов, определить константы. В результате анализа математическая модель преобразована к виду, в котором переменными модели являются:

$$P_1^*, \frac{\Delta P_1}{P_1}, \frac{\sum_{i=1}^3 \Delta P_i}{(P_1 + P_2)}, tg\varphi_{1,NAT}. \quad (8)$$

Константами модели приняты следующие величины:

$$tg\varphi_2 = tg\varphi_{2,pred} = 0,4;$$

$$tg\varphi_{1,nov} = tg\varphi_{1,pred} = (0,35; 0,4);$$

$$b = 0,03; 0,04, 0,05.$$

$$\text{В (8) } \frac{\sum_1^3 \Delta P_i}{(P_1 + P_2)} = \frac{\Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3}{(P_1 + P_2)} - \text{потери мощности во всей сети относи-}$$

тельно передаваемой по ним мощности;

$tg \varphi_{1,NAT}$ – натуральный коэффициент мощности первого потребителя.

Переменная $tg \varphi_{1,nov} = tg \varphi_{1,pred}$, значение которой принято константой, представляет собой значение коэффициента мощности, к которому необходимо стремиться потребителю при установке КУ. В случае, если потребитель получает питание при напряжении ниже 1 кВ, ее значение должно быть принято константой, равной 0,35. При напряжении 1–35 кВ это значение становится равным 0,4 [13];

$$b = \frac{\Delta P_1}{(P_1 + P_2)} + \frac{\Delta P_2}{(P_1 + P_2)} - \text{сумма потерь мощности в первой и второй ветви.}$$

В результате анализа области определения факторов получаем полный набор переменных с диапазонами изменения, при которых в полиномиальной модели будут исключены случаи использования некорректных значений параметров, выходящих за пределы реально существующих значений. Набор переменных с диапазонами их изменения будет следующим:

$$0,05 \leq P^* \leq 0,6; 0 \leq \frac{\Delta P_1}{P_1} \leq 0,05; b \leq \frac{\sum_1^3 \Delta P_i}{(P_1 + P_2)} \leq 0,06; 0,6 \leq tg \varphi_{1,NAT} \leq 1 \quad (9)$$

при $b = 0,03$, $b = 0,04$, $b = 0,05$.

Обозначенные переменные с их пределами изменения будут являться аргументами, или воздействующими факторами полиномиальной модели. Для каждого сочетания значений константы b и константы $tg \varphi_{1,nov} = tg \varphi_{1,pred}$ проводился полнофакторный вычислительный эксперимент в соответствии с математической моделью и набором переменных (8), составлялось уравнение регрессии:

$$\delta \Delta P_{CD}^* = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \sum_{l=j+1}^n a_{ijl} \cdot x_i \cdot x_j \cdot x_l + \dots \quad (10)$$

В этом уравнении:

a_0, a_i – свободный член и коэффициенты уравнения регрессии в именованных единицах a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 ;

a_{ij} – коэффициенты парного взаимодействия $a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{23}, a_{24}, a_{34}$;

a_{ijl} – коэффициенты тройного взаимодействия $a_{123}, a_{124}, a_{134}, a_{234}$;

n – число коэффициентов уравнения регрессии $n = 4$;

x_i, x_j, x_l – значения факторов в кодированных единицах $i = 1, 2, 3, 4$;
 $i + 1 \leq j \leq 4, j + 1 \leq l \leq 4$.

Свободный член и коэффициенты регрессии определялись следующим образом:

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta \Delta P_{CD,k}^* \cdot x_{0,k} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta \Delta P_{CD,k}, \quad k = 1, 2, 3 \dots 16, \quad x_{0,k} = 1; \quad (11)$$

$$a_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta \Delta P_{CD,k}^* \cdot x_{i,k}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad k = 1, 2, 3 \dots 16; \quad (12)$$

$$a_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta \Delta P_{CD,k}^* \cdot x_{i,k} \cdot x_{j,k}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad i+1 \leq j \leq 4; \quad (13)$$

$$a_{ijl} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta \Delta P_{CD,k}^* \cdot x_{i,k} \cdot x_{j,k} \cdot x_{l,k}, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad i+1 \leq j \leq 4, \quad j+1 \leq l \leq 4, \quad (14)$$

где N – число строк матрицы плана ($N = 16$);

$\delta \Delta P_{CD,k}^*$ – значение функции отклика в k -той строке плана в именованных единицах;

$x_{l,k}, x_{j,k}, x_{i,k}$ – значение фактора в k -той строке плана в кодированных единицах.

На основе результатов вычислительного эксперимента получены шесть полиномиальных уравнений регрессии при значениях констант $b = 0,03, b = 0,04, b = 0,05$ и $tg \varphi_{1,nov} = tg \varphi_{1,pred} = 0,35; 0,4$.

Коэффициенты уравнений регрессии, полученные при вычислительных экспериментах, представлены в табл. 1. Результаты вычислительного эксперимента (опытные значения), а также результаты вычислений по полученным уравнениям регрессии (расчетные значения) при $b = 0,04$ представлены в табл. 2. В этой таблице представлена разность между значениями, полученными в результате вычислительного эксперимента и в результате использования уравнения регрессии. Эта разность Δ_k характеризует степень расхождения результатов вычислительного эксперимента (опыта) и расчета по уравнению регрессии. Значения Δ_k используются при вычислении дисперсии адекватности модели в целом. В случае адекватности полиномиальной модели Δ_k стремится к нулевому значению. В таком случае полиномиальную модель в виде уравнения регрессии можно использовать вместо программной модели. В противном случае это невозможно. При увеличении Δ_k степень неадекватности возрастает. Следует отметить, что вывод об адекватности, сделанный по значениям Δ_k , вычисленным для каждой строки матрицы, не является корректным. Значения Δ_k , рассчитанные при другом сочетании значений факторов, могут превышать эти значения и говорить о неадекватности. Для окончательного вывода об адекватности необходима оценка статистической значимости коэффициентов модели по критерию Стьюдента и проверка на адекватность по критерию Фишера.

Статистическая оценка значимости коэффициентов модели по критерию Стьюдента для каждого из шести выбранных уравнений регрессии проводилась по установленным правилам. Интерес в этой процедуре представляет определение дисперсии эксперимента. Известно, что дисперсия σ_{ex}^2 определяется разбросом параметров объекта в заданном поле допусков. Для определения σ_{ex}^2 стави-

лись так называемые параллельные опыты для произвольно выбранной строки матрицы плана (табл. 3). В таких случаях основным уровнем значений факторов считается уровень, заданный для каждого фактора в третьей строке матрицы планирования. Нижний и верхний уровни определяются с учетом возможного разброса значений каждого параметра. В каждом параллельном опыте факторам задавалось значение с учетом положительного и отрицательного отклонения. Разброс задавался с учетом возможного поля допусков и отклонений всех независимых факторов. Для всех факторов возможное отклонение принималось равным 3 % (см. табл. 3).

Таблица 1

Значения коэффициентов модели

Кэф. модели	Значения коэффициентов модели					
	при $b=0,03$		при $b=0,04$		при $b=0,05$	
	$tg \varphi_{1,nov} = 0,35$	$tg \varphi_{1,nov} = 0,4$	$tg \varphi_{1,nov} = 0,35$	$tg \varphi_{1,nov} = 0,4$	$tg \varphi_{1,nov} = 0,35$	$tg \varphi_{1,nov} = 0,4$
a_0	8,828	8,131	6,924	6,381	5,435	5,014
a_1	7,478	6,896	5,864	5,410	4,601	4,248
a_2	6,23	5,759	5,191	4,800	4,568	4,223
a_3	0,522	0,452	0,694	0,622	0,459	0,407
a_4	3,859	3,971	3,020	3,110	2,359	2,433
a_{12}	5,271	4,873	4,393	4,061	3,866	3,574
a_{13}	0,450	0,398	0,593	0,536	0,384	0,349
a_{14}	3,271	3,369	2,556	2,6370	1,998	2,061
a_{23}	-2,077	-1,920	-1,038	-0,960	-0,415	-0,384
a_{24}	2,682	2,772	2,235	2,310	1,967	2,033
a_{34}	0,289	0,275	0,338	0,338	0,214	0,215
a_{123}	-1,757	-1,624	-0,879	-0,812	-0,351	-0,325
a_{124}	2,270	2,346	1,891	1,955	1,664	1,720
a_{134}	0,245	0,241	0,289	0,291	0,182	0,185
a_{234}	-0,894	-0,924	-0,447	-0,462	-0,179	-0,185
a_{1234}	-0,757	-0,782	-0,378	-0,391	-0,151	-0,156

Результаты вычислительного эксперимента при $b=0,04$

Номер опыта	$\delta\Delta P_{CD}^* \cdot 100\%; b = 0,04$					
	$tg \varphi_{1,nov} = 0,35$			$tg \varphi_{1,nov} = 0,4$		
	Опытное значение	Расчетное значение	Расхождение	Опытное значение	Расчетное значение	Расхождение
	$\delta\Delta P_{CD,Q}^*$	$\delta\Delta P_{CD,P}^*$	Δ_k	$\delta\Delta P_{CD,Q}^*$	$\delta\Delta P_{CD,P}^*$	Δ_k
0	7,214	6,924	0,29	6,644	6,381	0,26
1	0,00	0,00	1,33E-15	0,000	0,00000	-6,66E-16
2	0,00	0,00	1,78E-15	0,000	0,00000	0,00E+00
3	1,09	1,09	0,00E+00	0,919	0,91912	0,00E+00
4	13,10	13,10	0,00	11,029	11,02941	0,00E+00
5	0,29	0,29	1,33E-15	0,231	0,23114	-4,44E-16
6	3,50	3,50	0,00	2,897	2,89673	0,00E+00
7	1,02	1,02	0,00E+00	0,844	0,84389	0,00E+00
8	12,23	12,23	0,00	10,250	10,24967	0,00E+00
9	0,00	0,00	0,00	0,000	0,00000	6,66E-16
10	0,00	0,00	4,44E-16	0,000	0,00000	-1,11E-15
11	2,74	2,74	0,00	2,625	2,62500	0,00E+00
12	32,91	32,91	0,00	31,500	31,50000	0,00E+00
13	0,76	0,76	0,00	0,700	0,70048	-1,78E-15
14	9,31	9,31	0,00	8,824	8,82353	0,00E+00
15	2,58	2,58	0,00	2,450	2,45048	0,00E+00
16	31,25	31,25	0,00	29,824	29,82353	0,00E+00

В каждом параллельном опыте факторам на заданном уровне задавалось значение с учетом положительного и отрицательного отклонения. По результатам параллельных опытов вычислялась дисперсия в третьей строке матрицы планирования:

$$\sigma_3^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (\delta\Delta P_{CD,i}^* - \delta\Delta P_{CD,med}^*)^2}{k_{3,ex}}, \quad (15)$$

где $\delta\Delta P_{CD,i}^*$ – результат вычислительного эксперимента в каждом i -том параллельном опыте;

m – число параллельных опытов, равное 10;

$\delta\Delta P_{CD,med}^*$ – среднее значение выхода системы по результатам параллельных опытов;

$k_{3,ex}$ – число степеней свободы в строке:

$$k_{3,ex} = m - 1.$$

(16)

Таблица 3

Порядок проведения параллельных опытов, план эксперимента, результаты опытов при $b=0,04$

Номер опыта	Знак отклонения от уровня фактора				$\delta\Delta P_{CD}^* \cdot 100\%; b = 0,04$									
					$tg \varphi_{1,nov} = 0,35$				$tg \varphi_{1,nov} = 0,4$					
	x_1	x_2	x_3	x_4	Опытное значение	Расчетное значение	Среднее опытное значение	Дисперсия σ^2		Опытное значение	Расчетное значение	Среднее опытное значение	Дисперсия σ^2	
								в строке	эксперимента				в строке	эксперимента
1	0	0	0	0	1,091 5	1,091 5	1,10711	0,00895	0,00001	0,919 1	0,919 1	0,93391	0,00862	0,00005
2	+	+	+	+	1,236 3	1,228 1				1,056 5	1,048 5			
3	-	-	-	-	0,955 1	0,963 1				0,790 4	0,798 3			
4	+	-	+	-	1,003 2	1,010 0				0,828 3	0,835 7			
5	-	+	-	+	1,180 7	1,173 0				1,011 1	1,002 8			
6	+	+	+	-	1,063 8	1,071 4				0,878 4	0,886 6			
7	-	-	-	+	1,110 3	1,103 6				0,950 9	0,943 5			
8	+	+	-	-	1,078 5	1,081 6				0,892 5	0,896 3			
9	-	-	+	+	1,098 0	1,095 7				0,938 2	0,935 4			
10	+	+	+	+	1,253 7	1,239 3				1,073 7	1,059 5			
Дисперсия неадекватности					0,00056				0,00060					
Критерий Фишера					111,76				128,55					

Дисперсия всего эксперимента определяется как среднее значение дисперсий во всех строках матрицы плана. Очевидно, что результаты параллельных опытов при одних и тех же исходных данных в отличие от натурального эксперимента не изменяются при вычислительном эксперименте. Примем во внимание, что параллельные опыты во всех строках матрицы кроме третьей проводились с исход-

ными данными без учета их возможного разброса. Значит, во всех строках плана кроме третьей дисперсию можно принять равной нулевому значению. Тогда, принимая во внимание однородность дисперсии в строке, можно считать, что дисперсия эксперимента равна дисперсии в третьей строке, деленной на количество строк матрицы плана:

$$\sigma_{ex}^2 = \frac{\sigma_3^2}{N}. \quad (17)$$

Число степеней свободы дисперсии всего эксперимента с учетом того, что в каждой строке ставится m параллельных опытов, равно

$$k_{ex} = k_{3,ex} = m - 1. \quad (18)$$

Результаты расчетов показали, что все коэффициенты модели значимы.

Следующим этапом является проверка модели на адекватность по критерию Фишера. Критерий Фишера позволяет сравнивать величины выборочных дисперсий двух независимых выборок. Одна из них – это результаты вычислительного эксперимента. Другая – результаты расчета по уравнению регрессии. Результаты расчета критерия Фишера и сравнение его с табличным значением по установленной методике показали, что все уравнения регрессии являются адекватными. Значит, они могут использоваться в качестве основы для инженерной методики расчета δP_{CD}^* .

Предложенная полиномиальная модель является очередным шагом в направлении совершенствования математической модели и обеспечивает расширение круга сетевых организаций и потребителей электроэнергии, имеющих возможность получить информацию о снижении потерь в смежной сетевой организации при установке КУ в собственной сети. Она может быть рекомендована для потребителей электроэнергии, не имеющих возможности воспользоваться математической моделью для получения важной информации для технико-экономического обоснования решения об установке КУ необходимой мощности. Ее использование будет способствовать активизации деятельности по установке КУ в сетях потребителей электроэнергии, позволит потребителям и сетевым организациям проверить и уточнить значения применяемых повышающих коэффициентов к тарифам на потребление реактивной мощности [14], улучшить качество управления процессом компенсации реактивной мощности в электроэнергетической системе [15].

Выводы

1. Модели оценки конкретного вклада отдельного потребителя в снижение потерь в сетевой организации при установке компенсирующих устройств (КУ) долго отсутствовали. Это не позволяло инвесторам получать достоверную информацию о доходной составляющей проекта установки КУ, проекты не поддерживались. КУ в сетях потребителей перестали устанавливаться в необходимом объеме, потоки реактивной мощности увеличились, потери электроэнергии возросли.

2. Появление такой модели и ее совершенствование позволяет активизировать деятельность по установке КУ в сетях потребителей электроэнергии. Достижению цели способствует совершенствование модели в направлении ее упрощения и создание упрощенных инженерных методик.

3. Упрощение модели возможно путем преобразования ее в полиномиальную при использовании математической теории планирования эксперимента. Для этого ограничена область определения переменных путем исключения значений, далеких от реальных. Часть переменных принята константами.

4. По результатам вычислительных экспериментов определены коэффициенты полиномиальной модели и произведена проверка на адекватность по критерию Фишера.

Предложенная полиномиальная модель может рекомендована для потребителей электроэнергии, не имеющих возможности воспользоваться математической моделью для получения важной информации для технико-экономического обоснования решения об установке КУ необходимой мощности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Воротницкий В.Э.* Энергетическая эффективность и компенсация реактивной мощности в электрических сетях. Проблемы и пути решения // Энергосовет. – 2017. – № 1(47). – С. 44–54.
2. *Воротницкий В.Э., Шакарян Ю.Г., Сокур П.В.* О развитии и координации услуг по компенсации реактивной мощности // Энергоэксперт. – 2013. – № 5(40). – С. 32–37.
3. *Кузнецов А.В., Аргентова И.В., Буянкин М.И., Даскал Н.В.* Оценка снижения потерь мощности в сетевой организации при компенсации реактивной мощности в сети потребителя // Энергосбережение в городском хозяйстве, энергетике, промышленности: VII Междунар. науч.-техн. конф. (г. Ульяновск, 21–22 апреля 2017 г.): сб. науч. тр. Т. 2. – Ульяновск: УлГТУ, 2017. – С. 260–265.
4. *Кузнецов А.В., Ребровская Д.А.* Уточнение методики оценки финансовой эффективности установок компенсирующих устройств в сети потребителя // Вестник Ульяновского государственного технического университета. – 2017. – № 3 (79). – С. 51–56.
5. *Кузнецов А.В., Ребровская Д.А.* Уточненная оценка эффективности установки компенсирующих устройств в сети потребителя электроэнергии // Актуальные проблемы энергетики в АПК: IX Междунар. науч.-практ. конф. – Саратов, 2018. – С. 85–86.
6. *Кузнецов А.В., Ребровская Д.А.* Особенности математического моделирования процесса компенсации реактивной мощности условиях ведомственной принадлежности электрических сетей // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике (ИИТЭ-2018): матер. IX Всерос. науч.-техн. конф. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2018. – С. 345–346.
7. *Кузнецов А.В., Магазинник Л.Т.* Повышение эффективности функционирования устройств управления передачей электроэнергии в системах электроснабжения потребителей. – Ульяновск: УлГТУ, 2013. – 144 с.
8. *Кузнецов А.В., Аргентова И.В.* Правовые аспекты применения повышающих коэффициентов к тарифам за потребление реактивной энергии // Промышленная энергетика. – 2013. – № 3. – С. 17–20.
9. *Кузнецов А.В., Аргентова И.В.* Математическая модель оценки снижения потерь мощности в сетевой организации при компенсации реактивной мощности в сети потребителя // Электротехника. – 2016. – № 10. – С. 68–73.
10. *Кузнецов А.В., Аргентова И.В., Ребровская Д.А.* Программная модель оценки снижения потерь мощности в сетевой организации при компенсации реактивной мощности в сети потребителя // Промышленная энергетика. – 2016. – № 6. – С. 48–54.
11. *Кузнецов А.В., Ребровская Д.А.* Уточнение модели оценки снижения потерь мощности в сетевой организации при компенсации реактивной мощности в сети потребителя // Промышленная энергетика. – 2018. – № 10. – С. 31–36.
12. *Адлер Ю.П., Грановский Ю.В., Маркова Е.В.* Теория эксперимента: прошлое, настоящее, будущее. – М.: Знание, 1982. – 64 с.
13. О порядке расчета значений соотношения потребления активной и реактивной мощности для отдельных энергопринимающих устройств (групп энергопринимающих устройств) потребителей электрической энергии. Приказ Министерства энергетики РФ от 23 июня 2015 г. № 380 [Электронный ресурс] // СПС Консультант Плюс. – Режим доступа: <http://www.pravo.gov.ru> <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001201507270034>
14. *Кузнецов А.В., Аргентова И.В.* Уточнение методики расчета тарифа на передачу электроэнергии в связи с применением повышающих коэффициентов за потребление реактивной мощно-

сти // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2014. – № 3 (43). – С. 131–138.

15. Кузнецов А.В., Ребровская Д.А. Управление процессом компенсации реактивной мощности в электроэнергетической системе // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-31: XXXI Междунар. науч. конф. – СПб., 2018. – С. 71–74.

Статья поступила в редакцию 12 февраля 2019 года

DEVELOPMENT AND VERIFICATION FOR THE ADEQUACY OF THE POLYNOMIAL MODEL TO REDUCE THE POWER LOSSES IN THE ALLIED GRID COMPANY AT REACTIVE POWER COMPENSATION OF THE CONSUMER

A.V. Kuznetsov, D.A. Rebrovskaya

Ulyanovsk State Technical University
32, Severniy Venets str., Ulyanovsk, 432027, Russian Federation

Abstract. The paper reveals that the models for assessing the specific contribution of the individual consumer to reducing losses in the network organization when installing compensating devices (CD) have been missed for a long time. This did not allow investors to receive reliable information about the revenue component of the CD installation project; projects were not supported. CD in the networks of consumers ceased to be installed in the required volume, reactive power flows increased, electric power losses increased. The emergence of such a model and its improvement allows us to intensify the activity of installing CD in the networks of electricity consumers. Achieving the goal contributes to the improvement of the model in the direction of its simplification and the creation of simplified engineering techniques. Simplification of the model is possible by converting it into a polynomial one with using the mathematical experimental design theory. For this, the scope of variables is limited by eliminating values that are far from the real ones in practice. Part of the variables is accepted as constants. According to the results of computational experiments, the coefficients of the polynomial model were determined and the adequacy of the program model was tested as per the F-ratio test. It is noted that the proposed polynomial model can be recommended for electric power consumers who are not able to use the mathematical model to obtain important information for the feasibility study of the decision to install the compensating device with a required power.

Keywords: electricity supply system, the allied grid company, mathematical model, the polynomial model, reactive power compensation, the compensating device, Russian Foundation for Basic Research.

REFERENCES

1. Voronitskiy V.E. Energy efficiency and reactive power compensation in electrical networks. Problems and solutions. *Energosovet*, 2017. no. 1 (47). Pp. 44–54 (In Russian).
2. Voronitskiy V.E., SHakaryan YU.G., Sokur P.V. On the development and coordination of services for reactive power compensation. *Energoekspert*, 2013. no. 5 (40). Pp. 32–37 (In Russian).
3. Kuznetsov A.V., Argentova I.V., Buyankin M.I., Daskal N.V. The assessment of the reduction of power losses in network organization during reactive power compensation in the network of the consum-

*Anatoly V. Kuznetsov (Dr. Sci. (Techn.)), Head of Department.
Diana A. Rebrovskaya, Senior Lecturer.*

- er. *Energoberezhnie v gorodskom khozyaystve energetike promyshlennosti: Sedmaya Mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya*. Ulyanovsk, UISTU, 2017. Vol. 2. P. 260–265 (In Russian).
4. *Kuznetsov A.V., Rebrovskaya D.A.* Refinement of methods of assessing financial efficiency of the installation of compensating devices in the network consumer. *Vestnik Ulyanovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2017. № 3 (79). Pp. 51–56 (In Russian).
 5. *Kuznetsov A.V., Rebrovskaya D.A.* Refined estimation of efficiency of installation of compensating devices in the network consumer of electricity. *Aktualnye problemy energetiki v APK: IX Mezhdunarodnaya nauchno prakticheskaya konferentsiya*. Saratov, 2018. P. 85–86 (In Russian).
 6. *Kuznetsov A.V., Rebrovskaya D.A.* Features of mathematical modeling of reactive power compensation conditions of affiliation of electric networks. *Informatsionnye tekhnologii v elektrotekhnike i elektroenergetike: materialy IX Vseros. nauch.-tekhn. konf.* CHEboksary, 2018. P. 345–346 (In Russian).
 7. *Kuznetsov A.V., Magazinnik L.T.* Increase of efficiency of functioning of control devices of electric power transmission in systems of power supply of consumers. Ulyanovsk, UISTU, 2013. 144 p. (In Russian).
 8. *Kuznetsov A.V., Argentova I.V.* Legal aspects of application of raising factors to tariffs for the reactive energy consumption. *Industrial Power Engineering*, 2013. no. 3. Pp. 17–20 (In Russian).
 9. *Kuznetsov A.V., Argentova I.V.* Mathematical model for estimation of the power losses enhancement in a grid company with power factor compensation in a consumer's network. *Electrical Engineering*, 2016. no. 10. Pp. 68–73 (In Russian).
 10. *Kuznetsov A.V., Argentova I.V., Rebrovskaya D.A.* Software model for estimation of the power losses enhancement in a grid company with power factor compensation in a consumer's network. *Industrial Power Engineering*, 2016. no. 6. Pp. 48–54 (In Russian).
 11. *Kuznetsov A.V., Rebrovskaya D.A.* Refinement of the model for estimation of the power losses enhancement in a grid company with power factor compensation in a consumer's network. *Industrial Power Engineering* 2018. no. 10. Pp. 31–36 (In Russian).
 12. *Adler YU.P., Granovsky YU.V., Markova E.V.* Theory of experiment: past, present, future. M.: Knowledge, 1982. 64 p. (In Russian).
 13. Regarding the procedure for calculating the ratio of consumption of active and reactive power for individual power receivers (groups of power receivers) of electric power consumers. Order of the Ministry of Energy of the Russian Federation dated June 23, 2015 N 380 // SPS Consultant Plus. <http://www.pravo.gov.ru> <http://publication.pravo.gov.ru> / Document / View / 0001201507270034 (In Russian).
 14. *Kuznetsov A.V., Argentova I.V.* Clarifying the methods for calculating tariffs for electricity transmission in connection with the use of raising factors for the consumption of reactive power. *Vestnik SamGTU. Ser. Tekhnicheskije nauki*, 2014. № 3 (43). Pp. 131–138 (In Russian).
 15. *Kuznetsov A.V., Rebrovskaya D.A.* Process control of reactive power compensation in electrical power system. *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyakh – MMTT-31 XXXI Mezhdunarodnaya nauchnaya konf.* St. Petersburg, 2018. Pp. 71–74 (In Russian).

УДК 621.3.078

**ЛИНЕАРИЗОВАННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ПОГРУЖНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ*****А.В. Стариков¹, С.Л. Лисин¹, Т.В. Табачникова², И.А. Косорлуков¹,
О.С. Беляева¹***¹Самарский государственный технический университет

Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

²Альметьевский государственный нефтяной институт

Россия, 423450, Республика Татарстан, г. Альметьевск, ул. Ленина, 2

Аннотация. В настоящее время погружные асинхронные двигатели находят широкое применение в установках электроцентробежных насосов, обеспечивающих основную долю добычи нефти в России. Для поддержания заданного динамического уровня жидкости в скважине станции управления погружными насосами оснащаются замкнутыми системами с частотными преобразователями. Для корректного синтеза регуляторов системы стабилизации динамического уровня необходимо знать передаточную функцию асинхронного двигателя как объекта управления. При этом следует учитывать, что для согласования высоковольтного погружного двигателя с частотным преобразователем используют повышающий трансформатор и скалярное частотное управление асинхронной машиной. Существующие линеаризованные математические модели асинхронного двигателя при таком способе управления являются приближенными. Поэтому цель настоящего исследования заключается в получении уточненной модели погружного асинхронного двигателя. В статье приводится известная система уравнений асинхронной машины при скалярном частотном управлении. Показано, что эта система является нелинейной, поскольку в ней происходит перемножение ряда переменных. Произведена линеаризация основных нелинейностей методом их разложения в ряд Тейлора. В линеаризованной системе за входную координату принята частота питающего напряжения статора, а за выходную – скорость вращения ротора асинхронного двигателя. Избавляясь методом последовательной подстановки от промежуточных переменных, получаем передаточную функцию погружного асинхронного двигателя при скалярном частотном управлении. Показано, что характеристический полином найденной передаточной функции имеет пятнадцатый порядок. Найдены аналитические выражения, связывающие коэффициенты передаточной функции с параметрами асинхронного двигателя и координатами начальной точки. Произведена оценка адекватности полученной математической модели методом сравнения результатов моделирования переходных

Стариков Александр Владимирович (д.т.н., проф.) заведующий кафедрой «Электропривод и промышленная автоматика».

Лисин Сергей Леонидович (к.т.н.), доцент кафедры «Электропривод и промышленная автоматика».

Табачникова Татьяна Владимировна (к.т.н., доц.), заведующий кафедрой «Электро- и теплоэнергетика».

Косорлуков Игорь Андреевич (к.т.н., доц.), докторант кафедры «Электропривод и промышленная автоматика».

Беляева Ольга Сергеевна аспирант кафедры «Электропривод и промышленная автоматика».

процессов в нелинейной системе уравнений и в линеаризованной. Показано, что расхождение результатов не превышает 0,54 %.

Ключевые слова: погружной асинхронный двигатель, скалярное управление, математическая модель, передаточная функция, линеаризация.

Погружные асинхронные двигатели находят широкое применение в установках электроцентробежных насосов, обеспечивающих значительную долю механизированной добычи нефти в России. С целью поддержания требуемого динамического уровня жидкости в скважине станции управления погружными насосами оснащаются частотными преобразователями и замкнутыми по соответствующему датчику системами [1–8]. В качестве датчиков обратной связи могут применяться датчики давления на приеме насоса или эхолоты, измеряющие непосредственно динамический уровень жидкости в скважине.

Отличительной особенностью электротехнического комплекса нефтяной скважины, оснащенной погружным электроцентробежным насосом, является наличие повышающего трансформатора, включенного между частотным преобразователем и двигателем. Поэтому в таких системах, как правило, применяется скалярное управление погружным асинхронным двигателем. В связи с этим при синтезе регулятора системы стабилизации динамического уровня жидкости в скважине необходимо знать математическую модель асинхронного двигателя при скалярном частотном управлении. Такие модели существуют [9–16], но обладают рядом недостатков. Большинство моделей асинхронного двигателя как объекта управления являются нелинейными [9–14], что не позволяет напрямую найти его передаточную функцию. Другие модели являются линеаризованными [15, 16], но передаточные функции двигателя по отношению к управляющему и возмущающему воздействию в них получены с большими погрешностями, вызванными применяемыми методами линеаризации. Существует также математическая модель асинхронного двигателя, получаемая на основе компьютерного моделирования и дальнейшей идентификации переходных процессов [17]. Погрешность передаточной функции двигателя в этом случае в основном зависит от точности определения величин опорных точек идентификации с графика переходных процессов.

Целью настоящего исследования является получение уточненной линеаризованной математической модели погружного асинхронного двигателя в виде передаточной функции.

Движение асинхронного двигателя при линейном законе регулирования напряжения в функции частоты описывается известной системой уравнений [9–17]

$$\left. \begin{aligned}
\frac{d\psi_{1x}}{dt} &= U_{1x} - \frac{R_1 L_2'}{\Delta} \psi_{1x} + \frac{R_1 L_0}{\Delta} \psi_{2x} + \omega_0 \psi_{1y}; \\
\frac{d\psi_{1y}}{dt} &= U_{1y} - \frac{R_1 L_2'}{\Delta} \psi_{1y} + \frac{R_1 L_0}{\Delta} \psi_{2y} - \omega_0 \psi_{1x}; \\
\frac{d\psi_{2x}}{dt} &= -\frac{R_2' L_1}{\Delta} \psi_{2x} + \frac{R_2' L_0}{\Delta} \psi_{1x} + (\omega_0 - \omega) \psi_{2y}; \\
\frac{d\psi_{2y}}{dt} &= -\frac{R_2' L_1}{\Delta} \psi_{2y} + \frac{R_2' L_0}{\Delta} \psi_{1y} - (\omega_0 - \omega) \psi_{2x}; \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{m_1 Z_n L_0}{2J_{np} \Delta} (\psi_{1y} \psi_{2x} - \psi_{1x} \psi_{2y}) - \frac{1}{J_{np}} M_c; \\
U_{1x} &= k_{U1} f_1 + U_0; \\
U_{1y} &= k_{U1} f_1 + U_0; \\
\omega_0 &= \frac{2\pi f_1}{Z_n},
\end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где ψ_{1x} и ψ_{1y} – проекции вектора потокосцепления статора в ортогональной системе координат Oxy , вращающейся со скоростью магнитного поля;

U_{1x} и U_{1y} – проекции изображающего вектора напряжения в той же системе координат;

ψ_{2x} и ψ_{2y} – соответствующие проекции вектора потокосцепления ротора;

L_1 и R_1 – индуктивность и активное сопротивление цепи статора;

L_2' и R_2' – приведенные индуктивность и активное сопротивление цепи ротора;

L_0 – взаимная индуктивность;

ω_0 – угловая скорость вращения магнитного поля;

ω – угловая частота вращения ротора двигателя;

J_{np} – приведенный момент инерции ротора;

m_1 – число фаз электродвигателя;

Z_n – число пар полюсов;

M_c – момент сопротивления на валу погружного электродвигателя;

$\Delta = L_1 L_2' - L_0^2$;

f_1 – частота питающего напряжения;

k_{U1} – коэффициент пропорциональности,

U_0 – напряжение при нулевой частоте;

t – время.

Система уравнений (1) является нелинейной, поскольку в ней наблюдаются такие произведения переменных, как $\omega_0 \psi_{1y}$, $\omega_0 \psi_{1x}$, $(\omega_0 - \omega) \psi_{2y}$, $(\omega_0 - \omega) \psi_{2x}$, $\psi_{1y} \psi_{2x}$ и $\psi_{1x} \psi_{2y}$. Для определения передаточной функции погружного асинхронного двигателя, например по отношению к управляющему воздействию f_1 , необходимо произвести линеаризацию уравнений в системе (1). Воспользуемся

разложением в степенной ряд Тейлора основных нелинейностей, отбросив при этом члены высшего порядка малости [18–20]. Тогда приведенные выше произведения переменных $\omega_0\psi_{1y}$ можно представить в виде

$$\omega_0\psi_{1y} = \frac{2\pi}{Z_n}(\psi_{1y0}f_1 + f_{10}\psi_{1y}); \quad (2)$$

$$\omega_0\psi_{1x} = \frac{2\pi}{Z_n}(\psi_{1x0}f_1 + f_{10}\psi_{1x}); \quad (3)$$

$$(\omega_0 - \omega)\psi_{2y} = \frac{2\pi}{Z_n}(\psi_{2y0}f_1 + f_{10}\psi_{2y}) - (\psi_{2y0}\omega + \omega_{00}\psi_{2y}); \quad (4)$$

$$(\omega_0 - \omega)\psi_{2x} = \frac{2\pi}{Z_n}(\psi_{2x0}f_1 + f_{10}\psi_{2x}) - (\psi_{2x0}\omega + \omega_{00}\psi_{2x}); \quad (5)$$

$$\psi_{1y}\psi_{2x} = \psi_{2x0}\psi_{1y} + \psi_{1y0}\psi_{2x}; \quad (6)$$

$$\psi_{1x}\psi_{2y} = \psi_{2y0}\psi_{1x} + \psi_{1x0}\psi_{2y}, \quad (7)$$

где ψ_{1x0} , ψ_{1y0} , ψ_{2x0} , ψ_{2y0} , ω_{00} и f_{10} – начальные условия.

Подставляя формулы (2) – (7) в (1) и полагая $U_0 = 0$, после несложных преобразований получим линеаризованную систему уравнений движения погружного асинхронного двигателя

$$\left. \begin{aligned} (T_1 p + 1)\psi_{1x} &= A f_1 + F \psi_{2x} + B \psi_{1y}; \\ (T_1 p + 1)\psi_{1y} &= C f_1 + F \psi_{2y} - B \psi_{1x}; \\ (T_2 p + 1)\psi_{2x} &= D \psi_{1x} + G f_1 + (H - T_2 \omega_{00})\psi_{2y} - T_2 \psi_{2y0} \omega; \\ (T_2 p + 1)\psi_{2y} &= D \psi_{1y} - K f_1 - (H - T_2 \omega_{00})\psi_{2x} + T_2 \psi_{2x0} \omega; \\ J_{np} p \omega &= k_m \left[(\psi_{2x0}\psi_{1y} + \psi_{1y0}\psi_{2x}) - (\psi_{2y0}\psi_{1x} + \psi_{1x0}\psi_{2y}) \right] - M_c, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $T_1 = \frac{\Delta}{R_1 L_2}$;

$T_2 = \frac{\Delta}{R_2 L_1}$ – электромагнитные постоянные времени цепей статора

и ротора;

$p = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования; $A = \left(k_{U1} + \frac{2\pi\psi_{1y0}}{Z_n} \right) T_1$;

$B = \frac{2\pi T_1 f_{10}}{Z_n}$; $C = \left(k_{U1} - \frac{2\pi\psi_{1x0}}{Z_n} \right) T_1$;

$D = \frac{L_0}{L_1}$; $F = \frac{L_0}{L_2}$; $G = \frac{2\pi T_2 \psi_{2y0}}{Z_n}$;;

$H = \frac{2\pi T_2 f_{10}}{Z_n}$; $K = \frac{2\pi T_2 \psi_{2x0}}{Z_n}$; $k_m = \frac{m_1 Z_n L_0}{2\Delta}$.

Найдем из системы уравнений (8) передаточную функцию асинхронного двигателя по отношению к управляющему воздействию f_1 , при этом за выходную координату примем угловую частоту ω вращения ротора двигателя. Вос-

пользуемся принципом суперпозиции и примем возмущающее воздействие M_c равным нулю. Для достижения поставленной цели выразим из первого уравнения (8) переменную ψ_{1x} :

$$\psi_{1x} = \frac{A}{(T_1 p + 1)} f_1 + \frac{F}{(T_1 p + 1)} \psi_{2x} + \frac{B}{(T_1 p + 1)} \psi_{1y}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в остальные уравнения системы (8), получим

$$\left. \begin{aligned} \psi_{1y} &= \frac{C(T_1 p + 1) - AB}{(T_1 p + 1)^2 + B^2} f_1 + \frac{F(T_1 p + 1)}{(T_1 p + 1)^2 + B^2} \psi_{2y} - \frac{BF}{(T_1 p + 1)^2 + B^2} \psi_{1x}; \\ [(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) - DF] \psi_{2x} &= [G(T_1 p + 1) + AD] f_1 + BD \psi_{1y} + \\ &+ (H - T_2 \omega_{00})(T_1 p + 1) \psi_{2y} - \psi_{2y0} T_2 (T_1 p + 1) \omega; \\ (T_2 p + 1) \psi_{2y} &= D \psi_{1y} - K f_1 - (H - T_2 \omega_{00}) \psi_{2x} + T_2 \psi_{2x0} \omega; \\ \frac{J_{np}}{k_m} (T_1 p + 1) p \omega &= [\psi_{2x0} (T_1 p + 1) - B \psi_{2y0}] \psi_{1y} + \\ &+ [\psi_{1y0} (T_1 p + 1) - F \psi_{2y0}] \psi_{2x} - A \psi_{2y0} f_1 - \psi_{1x0} (T_1 p + 1) \psi_{2y}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Производя подстановку ψ_{1y} из первого уравнения (10) во второе, третье и четвертое и избавляясь в дальнейшем аналогичным образом от переменных ψ_{2x} и ψ_{2y} , в конечном итоге получим передаточную функцию асинхронного двигателя при скалярном частотном управлении

$$W_{\omega y}(p) = \frac{\omega(p)}{f_1(p)} = \frac{k_{\omega y} (b_0 p^{13} + b_1 p^{12} + b_2 p^{11} + b_3 p^{10} + b_4 p^9 + b_5 p^8 + b_6 p^7 + b_7 p^6 + b_8 p^5 + b_9 p^4 + b_{10} p^3 + b_{11} p^2 + b_{12} p + 1)}{(a_0 p^{15} + a_1 p^{14} + a_2 p^{13} + a_3 p^{12} + a_4 p^{11} + a_5 p^{10} + a_6 p^9 + a_7 p^8 + a_8 p^7 + a_9 p^6 + a_{10} p^5 + a_{11} p^4 + a_{12} p^3 + a_{13} p^2 + a_{14} p + 1)}, \quad (11)$$

$$\text{где } k_{\omega y} = \frac{A_{71} A_{65} + A_{62} A_{76}}{A_{71} A_{84} + A_{63} A_{76}}; \quad b_0 = A_{40} (A_{01} A_{05} + A_{02} A_{06}); \quad A_{40} = \frac{1}{A_{71} A_{65} + A_{62} A_{76}};$$

$$b_1 = A_{40} (A_{01} A_{15} + A_{11} A_{05} + A_{02} A_{16} + A_{12} A_{06});$$

$$b_2 = A_{40} (A_{01} A_{25} + A_{11} A_{15} + A_{21} A_{05} + A_{02} A_{26} + A_{12} A_{16} + A_{22} A_{06});$$

$$b_3 = A_{40} (A_{01} A_{35} + A_{11} A_{25} + A_{21} A_{15} + A_{31} A_{05} + A_{02} A_{36} + A_{12} A_{26} + A_{22} A_{16} + A_{32} A_{06});$$

$$b_4 = A_{40} (A_{01} A_{45} + A_{11} A_{35} + A_{21} A_{25} + A_{31} A_{15} + A_{41} A_{05} + A_{02} A_{46} + A_{12} A_{36} + A_{22} A_{26} + A_{32} A_{16} + A_{42} A_{06});$$

$$b_5 = A_{40} (A_{01} A_{55} + A_{11} A_{45} + A_{21} A_{35} + A_{31} A_{25} + A_{41} A_{15} + A_{51} A_{05} + A_{02} A_{56} + A_{12} A_{46} + A_{22} A_{36} + A_{32} A_{26} + A_{42} A_{16} + A_{52} A_{06});$$

$$b_6 = A_{40} (A_{01} A_{65} + A_{11} A_{55} + A_{21} A_{45} + A_{31} A_{35} + A_{41} A_{25} + A_{51} A_{15} + A_{61} A_{05} + A_{02} A_{66} + A_{12} A_{56} + A_{22} A_{46} + A_{32} A_{36} + A_{42} A_{26} + A_{52} A_{16} + A_{62} A_{06});$$

$$b_7 = A_{40} (A_{11} A_{65} + A_{21} A_{55} + A_{31} A_{45} + A_{41} A_{35} + A_{51} A_{25} + A_{61} A_{15} + A_{71} A_{05} + A_{02} A_{76} + A_{12} A_{66} + A_{22} A_{56} + A_{32} A_{46} + A_{42} A_{36} + A_{52} A_{26} + A_{62} A_{16});$$

$$b_8 = A_{40} (A_{21} A_{65} + A_{31} A_{55} + A_{41} A_{45} + A_{51} A_{35} + A_{61} A_{25} + A_{71} A_{15} + A_{12} A_{76} + A_{22} A_{66} + A_{32} A_{56} + A_{42} A_{46} + A_{52} A_{36} + A_{62} A_{26});$$

$$\begin{aligned}
b_9 &= A_{40} (A_{31}A_{65} + A_{41}A_{55} + A_{51}A_{45} + A_{61}A_{35} + A_{71}A_{25} + A_{22}A_{76} + A_{32}A_{66} + A_{42}A_{56} + A_{52}A_{46} + \\
&+ A_{62}A_{36}) \\
b_{10} &= A_{40} (A_{41}A_{65} + A_{51}A_{55} + A_{61}A_{45} + A_{71}A_{35} + A_{32}A_{76} + A_{42}A_{66} + A_{52}A_{56} + A_{62}A_{46}); \\
b_{11} &= A_{40} (A_{51}A_{65} + A_{61}A_{55} + A_{71}A_{45} + A_{42}A_{76} + A_{52}A_{66} + A_{62}A_{56}); \\
b_{12} &= A_{40} (A_{61}A_{65} + A_{71}A_{55} + A_{52}A_{76} + A_{62}A_{66}); \quad a_0 = A_{40}A_{01}A_{04}; \quad a_1 = A_{40} (A_{01}A_{14} + A_{11}A_{04}); \\
a_2 &= A_{40} (A_{01}A_{24} + A_{11}A_{14} + A_{21}A_{04} + A_{03}A_{06}); \\
a_3 &= A_{40} (A_{01}A_{34} + A_{11}A_{24} + A_{21}A_{14} + A_{31}A_{04} + A_{03}A_{16} + A_{13}A_{06}); \\
a_4 &= A_{40} (A_{01}A_{44} + A_{11}A_{34} + A_{21}A_{24} + A_{31}A_{14} + A_{41}A_{04} + A_{03}A_{26} + A_{13}A_{16} + A_{23}A_{06}); \\
a_5 &= A_{40} (A_{01}A_{54} + A_{11}A_{44} + A_{21}A_{34} + A_{31}A_{24} + A_{41}A_{14} + A_{51}A_{04} + A_{03}A_{36} + A_{13}A_{26} + A_{23}A_{16} + \\
&+ A_{33}A_{06}) \\
a_6 &= A_{40} (A_{01}A_{64} + A_{11}A_{54} + A_{21}A_{44} + A_{31}A_{34} + A_{41}A_{24} + A_{51}A_{14} + A_{61}A_{04} + A_{03}A_{46} + A_{13}A_{36} + \\
&+ A_{23}A_{26} + A_{33}A_{16} + A_{43}A_{06}) \\
a_7 &= A_{40} (A_{01}A_{74} + A_{11}A_{64} + A_{21}A_{54} + A_{31}A_{44} + A_{41}A_{34} + A_{51}A_{24} + A_{61}A_{14} + A_{71}A_{04} + A_{03}A_{56} + \\
&+ A_{13}A_{46} + A_{23}A_{36} + A_{33}A_{26} + A_{43}A_{16} + A_{53}A_{06}) \\
a_8 &= A_{40} (A_{01}A_{84} + A_{11}A_{74} + A_{21}A_{64} + A_{31}A_{54} + A_{41}A_{44} + A_{51}A_{34} + A_{61}A_{24} + A_{71}A_{14} + A_{03}A_{66} + \\
&+ A_{13}A_{56} + A_{23}A_{46} + A_{33}A_{36} + A_{43}A_{26} + A_{53}A_{16} + A_{63}A_{06}) \\
a_9 &= A_{40} (A_{11}A_{84} + A_{21}A_{74} + A_{31}A_{64} + A_{41}A_{54} + A_{51}A_{44} + A_{61}A_{34} + A_{71}A_{24} + A_{03}A_{76} + A_{13}A_{66} + \\
&+ A_{23}A_{56} + A_{33}A_{46} + A_{43}A_{36} + A_{53}A_{26} + A_{63}A_{16}) \\
a_{10} &= A_{40} (A_{21}A_{84} + A_{31}A_{74} + A_{41}A_{64} + A_{51}A_{54} + A_{61}A_{44} + A_{71}A_{34} + A_{13}A_{76} + A_{23}A_{66} + A_{33}A_{56} + \\
&+ A_{43}A_{46} + A_{53}A_{36} + A_{63}A_{26}) \\
a_{11} &= A_{40} (A_{31}A_{84} + A_{41}A_{74} + A_{51}A_{64} + A_{61}A_{54} + A_{71}A_{44} + A_{23}A_{76} + A_{33}A_{66} + A_{43}A_{56} + A_{53}A_{46} + \\
&+ A_{63}A_{36}) \\
a_{12} &= A_{40} (A_{41}A_{84} + A_{51}A_{74} + A_{61}A_{64} + A_{71}A_{54} + A_{33}A_{76} + A_{43}A_{66} + A_{53}A_{56} + A_{63}A_{46}); \\
a_{13} &= A_{40} (A_{51}A_{84} + A_{61}A_{74} + A_{71}A_{64} + A_{43}A_{76} + A_{53}A_{66} + A_{63}A_{56}); \\
a_{14} &= A_{40} (A_{61}A_{84} + A_{71}A_{74} + A_{53}A_{76} + A_{63}A_{66}).
\end{aligned}$$

Коэффициенты $A_{01} - A_{71}$; $A_{02} - A_{62}$; $A_{03} - A_{63}$; $A_{04} - A_{84}$; $A_{05} - A_{65}$; $A_{06} - A_{76}$ имеют сложную взаимосвязь с параметрами асинхронного двигателя и начальными условиями. Например, коэффициенты A_{42} и A_{45} равны

$$\begin{aligned}
A_{42} &= \left\{ K(1+B^2-DF)T_1 + (2K-CD) \left[(3+B^2-2DF)T_1 + (1+B^2)T_2 \right] + \right. \\
&+ \left[K(1+B^2) + (AB-C)D \right] \left[(3+B^2)T_2 + (3-DF)T_1 \right] + \\
&+ \left\{ A_{30}(H-T_2\omega_{00}) + 2(H-T_2\omega_{00}) \left[(1+B^2)G + 2(AD+G) + BCD \right] + \right. \\
&\left. + A_{20}(ATD+3G) \right\} T_1 \} T_1; \\
A_{45} &= \left\{ \left[(10AD+3AB^2D+6BCD+B^3CD+15G+12B^2G+B^4G) \psi_{1,y0} + \right. \right. \\
&+ (10C+3B^2C-6AB-AB^3-B^2CDF-6BFG-B^3FG-6CDF) \psi_{2,x0} - \\
&- (10A+3AB^2+6BC+B^3C+10FG+3B^2FG) \psi_{2,y0} \left. \right] T_1 + \\
&+ \left[(5C+3B^2C-4AB-2AB^3) \psi_{2,x0} - (5A+3AB^2+4BC+2B^3C) \psi_{2,y0} \right] T_2 \left. \right\} T_1,
\end{aligned}$$

где $A_{20} = (H - T_2 \omega_{00})(1 + B^2) + BDF$; $A_{30} = AD + BCD + (1 + B^2)G$.

Для оценки адекватности полученной передаточной функции произведем моделирование в программе Matlab Simulink асинхронного двигателя 1LA7083-2AA10-Z, имеющего следующие технические характеристики: $P_n = 1100$ Вт; $U_{1н} = 220$ В; $f_{1н} = 50$ Гц; $I_{1н} = 2,3$ А; $\cos\varphi = 0,87$; $\eta = 0,83$; $R_1 = 7,731$ Ом; $L_1 = 0,833$ Гн; $L'_2 = 0,677$ Гн; $L_0 = 0,648$ Гн; $T_1 = 0,0275$ с; $T_2 = 0,0273$ с, $Z_n = 1$, $J_{np} = 0,001$ кгм². Расчет переходного процесса «в малом» по нелинейной системе уравнений (1) показывает, что при начальной частоте $f_{10} = 50$ Гц и приращении $\Delta f_1 = 0,3$ Гц время переходного процесса составляет $t_m = 0,197$ с, а перерегулирование – $\sigma = 45,3$ % (рис. 1).

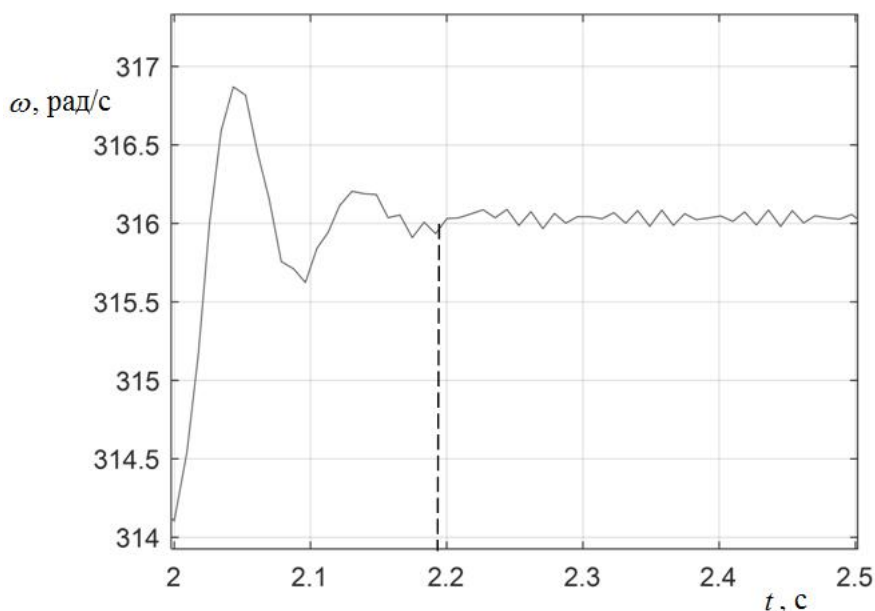


Рис. 1. Переходный процесс на начальной частоте 50 Гц, построенный по нелинейной системе уравнений

При этом проекции потокоцеплений статора и ротора имеют следующие начальные условия: $\psi_{1x0} = 0,718$ Вс, $\psi_{1y0} = -0,678$ Вс, $\psi_{2x0} = 0,56$ Вс, $\psi_{2y0} = -0,528$ Вс, а начальная угловая скорость ротора равна $\omega_{00} = 314,1$ рад/с. Подставляя значения начальных условий и параметров исследуемой электрической машины в формулу (11), найдем численные значения передаточной функции асинхронного двигателя по управляющему воздействию на номинальной частоте питающего напряжения:

$$W_{\omega}^{50}(p) = \frac{6,283(1,5859 \cdot 10^{-26} p^{13} + 6,9265 \cdot 10^{-26} p^{12} + 7,6212 \cdot 10^{-23} p^{11} + 2,4949 \cdot 10^{-20} p^{10} + 1,3255 \cdot 10^{-17} p^9 + 3,2488 \cdot 10^{-15} p^8 + 1,0191 \cdot 10^{-12} p^7 + 1,8053 \cdot 10^{-10} p^6 + 3,2033 \cdot 10^{-8} p^5 + 3,6683 \cdot 10^{-6} p^4 + 2,3046 \cdot 10^{-4} p^3 + 7,892 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,13948p + 1)}{(3,0808 \cdot 10^{-32} p^{15} + 1,5705 \cdot 10^{-29} p^{14} + 1,5947 \cdot 10^{-26} p^{13} + 5,888 \cdot 10^{-24} p^{12} + 2,9614 \cdot 10^{-21} p^{11} + 8,0395 \cdot 10^{-19} p^{10} + 2,4591 \cdot 10^{-16} p^9 + 4,8007 \cdot 10^{-14} p^8 + 8,8611 \cdot 10^{-12} p^7 + 1,148 \cdot 10^{-9} p^6 + 1,0426 \cdot 10^{-7} p^5 + 6,8865 \cdot 10^{-6} p^4 + 3,1473 \cdot 10^{-4} p^3 + 9,093 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,146691p + 1)}$$

(12)

По передаточной функции (12) также построен переходный процесс (рис. 2).

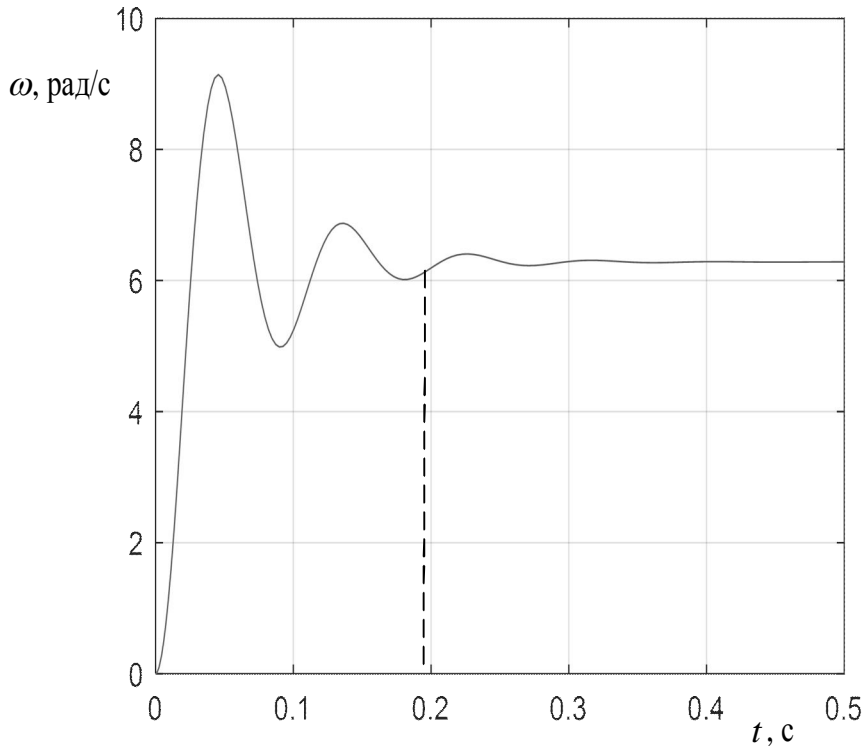


Рис. 2. Переходный процесс на начальной частоте 50 Гц, построенный по передаточной функции

Анализ графика показывает, что время переходного процесса равно $t_m = 0,1976$ с, а перерегулирование – $\sigma = 45,5$ %. Сравнение с аналогичными показателями, полученными по нелинейной системе уравнений, позволяет сказать, что расхождение результатов не превышает 0,44 %.

Для убедительности промоделируем по уравнениям (1) рассматриваемый электродвигатель на начальной частоте $f_{i0} = 1$ Гц и $\Delta f_1 = 0,05$ Гц (рис. 3). Время переходного процесса в этом случае составляет $t_m = 0,55$ с, а перерегулирование равно нулю. Начальные условия имеют следующие значения: $\psi_{1x0} = 0,545$

Вс, $\psi_{1y0} = 0,105$ Вс, $\psi_{2x0} = 0,424$ Вс, $\psi_{2y0} = 0,082$ Вс, $\omega_{00} = 6,282$ рад/с. Поэтому передаточная функция (11) принимает следующие численные значения:

$$W_{dy}^1(p) = \frac{6,2837(1,7671 \cdot 10^{-19} p^{13} + 7,7186 \cdot 10^{-17} p^{12} + 1,5189 \cdot 10^{-14} p^{11} + 1,78 \cdot 10^{-12} p^{10} + 1,3826 \cdot 10^{-10} p^9 + 7,4948 \cdot 10^{-9} p^8 + 2,9057 \cdot 10^{-7} p^7 + 8,1211 \cdot 10^{-6} p^6 + 1,6286 \cdot 10^{-4} p^5 + 2,3063 \cdot 10^{-3} p^4 + 0,0225 p^3 + 0,1445 p^2 + 0,5647 p + 1)}{(1,0923 \cdot 10^{-22} p^{15} + 5,5684 \cdot 10^{-20} p^{14} + 1,3048 \cdot 10^{-17} p^{13} + 1,864 \cdot 10^{-15} p^{12} + 1,8144 \cdot 10^{-13} p^{11} + 1,2736 \cdot 10^{-11} p^{10} + 6,6499 \cdot 10^{-10} p^9 + 2,625 \cdot 10^{-8} p^8 + 7,8773 \cdot 10^{-7} p^7 + 1,7911 \cdot 10^{-5} p^6 + 3,0477 \cdot 10^{-4} p^5 + 3,7931 \cdot 10^{-3} p^4 + 0,033255 p^3 + 0,193028 p^2 + 0,661296 p + 1)}$$

(13)

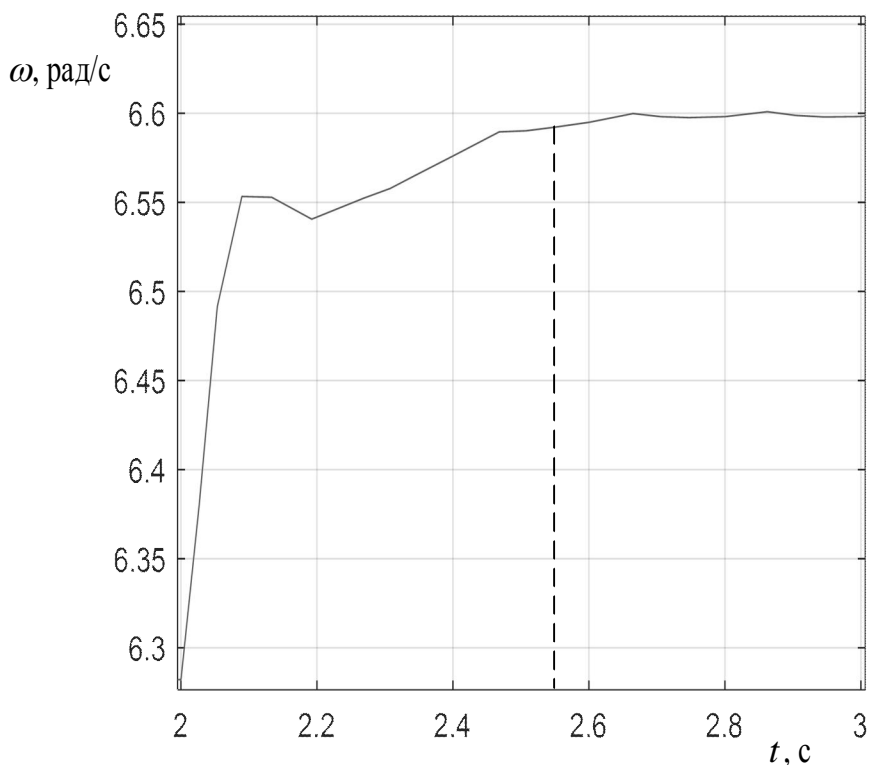


Рис. 3. Переходный процесс на начальной частоте 1 Гц, построенный по нелинейной системе уравнений

График переходного процесса, построенный по передаточной функции (13), показывает, что время переходного процесса равно $t_m = 0,547$ с, а перерегулирование отсутствует (рис. 4). Сравнивая эти значения с показателями, полученными при моделировании нелинейной системы уравнений, можно сделать вывод, что расхождение результатов не превышает 0,54 %.

Следовательно, передаточная функция (11), имеющая характеристический полином пятнадцатого порядка, с высокой степенью точности отражает процессы, протекающие в любом асинхронном двигателе, в том числе и погружном, при скалярном частотном управлении. Полученная линеаризованная модель может быть использована при синтезе регуляторов замкнутых систем управления с

асинхронными исполнительными двигателями, и в частности при выборе параметров регулятора, поддерживающего требуемый динамический уровень в нефтяной скважине.

Аналогичным образом может быть найдена передаточная функция погружного двигателя и при квадратичном законе регулирования напряжения в функции частоты.

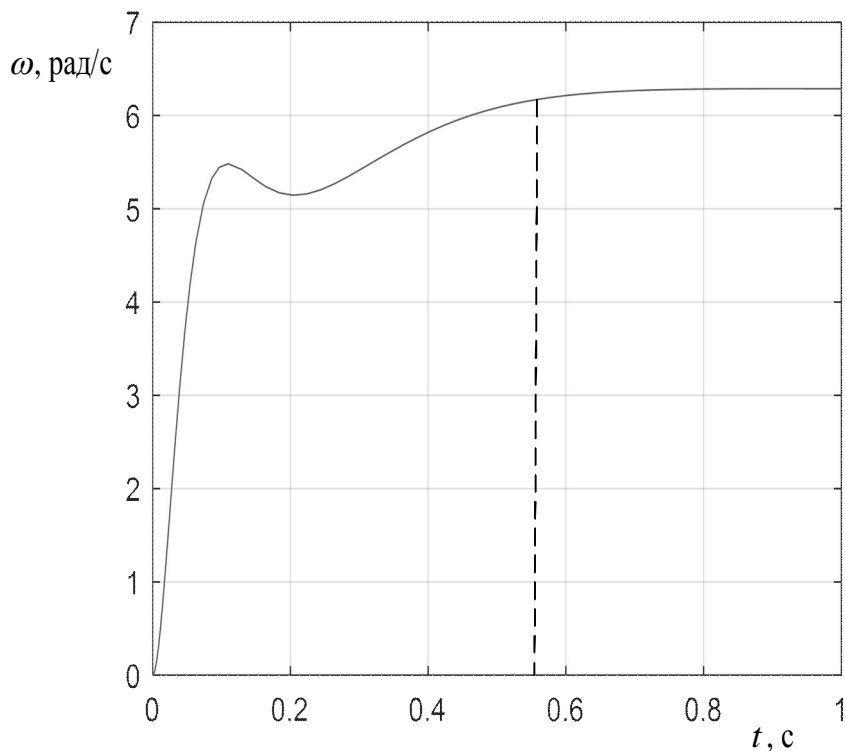


Рис. 4. Переходный процесс на начальной частоте 1 Гц, построенный по передаточной функции

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Масляницын А.П.* Автоматизация технологического процесса добычи нефти погружными центробежными насосами: Дис.... канд. техн. наук. – Самара: СамГАСА, 1999. – 268 с.
2. *Стариков В.А.* Автоматизация технологического процесса вывода нефтяной скважины на стационарный режим работы после капитального ремонта: Дис.... канд. техн. наук. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2010. – 153 с.
3. Патент России № 2165037. Способ эксплуатации скважины с погружным центробежным насосом и устройство для его осуществления / В.М. Люстрицкий, С.Я. Галицков, А.П. Масляницын, С.А. Шишков (Россия) // Оpubл. 10.04.2001, Бюл. № 10.
4. Патент России № 2181829. Способ вывода скважины, оборудованной установкой электроцентробежного насоса с частотно-регулируемым приводом, на стационарный режим работы / В.М. Люстрицкий, С.А. Шишков (Россия) // Оpubл. 27.04.2002, Бюл. № 12.
5. *Живаева В.В., Стариков А.В., Стариков В.А.* Применение частотно-регулируемого электропривода для вывода скважины на стационарный режим // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2009. – № 1 (23). – С. 142–151.
6. Патент России № 2370673. Система управления погружным электроцентробежным насосом / В.В. Живаева, А.В. Стариков, В.А. Стариков (Россия) // Оpubл. 20.10.2009, Бюл. № 29.
7. Патент России № 2442024. Система управления погружным электроцентробежным насосом / А.В. Стариков, В.А. Стариков (Россия) // Оpubл. 10.02.2012, Бюл. № 4

8. *Стариков В.А.* Дискретная математическая модель цифровой системы управления погружным электроцентробежным насосом // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2009. – № 3 (25). – С. 193–198.
9. *Михайлов О.П.* Автоматизированный электропривод станков и промышленных роботов. – М.: Машиностроение, 1990. – 304 с.
10. *Соколовский Г.Г.* Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. – М.: Академия, 2006. – 265 с.
11. *Анучин А.С.* Системы управления электроприводов. – М.: Изд. дом МЭИ, 2015. – 373 с.
12. *Калачев Ю.Н.* Векторное регулирование (заметки практика). – М.: ЭФО, 2013. – 63 с.
13. *Поздеев А.Д.* Электромагнитные и электромеханические процессы в частотно-регулируемых асинхронных электроприводах. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1998. – 172 с.
14. *Онищенко Г.Б.* Теория электропривода: учебник для студ. высш. учебн. заведений. – М.: ООО «Образование и исследование», 2013. – 352 с.
15. *Стариков А.В.* Линеаризованная математическая модель асинхронного электродвигателя как объекта системы частотного управления // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физико-математические науки. – 2002. – Вып. 16. – С. 175–180.
16. *Галицков С.Я., Галицков К.С., Масляницын А.П.* Динамика асинхронного двигателя: Учеб. пособие. – Самара: СамГАСА, 2004. – 104 с.
17. *Кузнецов В.А., Мигачев А.В., Стариков А.В., Титов А.Р.* Особенности математической модели асинхронного электродвигателя аппаратов воздушного охлаждения масла // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2011. – № 3 (31). – С. 171–179.
18. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 768 с.
19. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов по спец. «Автоматика и телемеханика». В 2 ч. Ч. 1. Теория линейных систем автоматического управления / Н.А. Бабаков, А.А. Воронов, А.А. Воронова и др.; под ред. А.А. Воронова. – М.: Высш. шк., 1986. – 367 с.
20. *Попов Е.П.* Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1989. – 304 с.

Статья поступила в редакцию 20 октября 2019 г.

LINEARIZED MATHEMATICAL MODEL OF SUBMERSIBLE ASYNCHRONOUS MOTOR

A.V. Starikov², S.L. Lisin¹, T.V. Tabachnikova², I.A. Kosorlukov¹, O.S. Belyaeva¹

¹Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russia

²Almetyevsk State Oil Institute
2, Lenin's street, Almetyevsk, Tatarstan, 423450, Russia

Abstract. Currently, submersible induction motors are widely used in electric centrifugal pump units, which provide the bulk of oil production in Russia. To maintain a given dynamic fluid level in the well, submersible pump control stations are equipped with closed systems with frequency converters. For the correct synthesis of the regulators of the dynamic level stabilization system, it is necessary to know the transfer function of the induc-

Alexander V. Starikov, (Dr. Sci. (Techn.)), Professor. Head of the Department.

Sergey L. Lisin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

Tatyana V. Tabachnikova (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor, Head of the Department.

Igor A. Kosorlukov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

Olga S. Belyaeva Postgraduate Student.

tion motor as a control object. It should be borne in mind that for matching a high-voltage submersible motor with a frequency converter, a step-up transformer and scalar frequency control of an asynchronous machine are used. Existing linearized mathematical models of an induction motor with this control method are approximate. Therefore, the purpose of this study is to obtain an updated model of a submersible induction motor. The article provides a well-known system of equations of an asynchronous machine with scalar frequency control. It is shown that this system is non-linear since a number of variables are multiplied in it. The linearization of the main nonlinearities was carried out by the method of their expansion into a Taylor series. In the linearized system, the frequency of the supply voltage of the stator is taken as the input coordinate, and the rotational speed of the rotor of the induction motor is taken as the output coordinate. Getting rid of the intermediate variables by the method of sequential substitution, we obtained the transfer function of a submersible induction motor with scalar frequency control. It is shown that the characteristic polynomial of the found transfer function is of the fifteenth order. Analytical expressions are found that connect the coefficients of the transfer function with the parameters of the induction motor and the coordinates of the starting point. The adequacy of the obtained mathematical model is estimated by comparing the modeling results of step response in a nonlinear system of equations and in a linearized one. It is shown that the discrepancy between the results does not exceed 0.54%.

Keywords: submersible induction motor, scalar control, mathematical model, transfer function, linearization.

REFERENCES

1. *Maslyanitsyn A.P.* Automation of the technological process of oil production by submersible centrifugal pumps: Dis cand. tech. sciences. Samara: SamGASA, 1999. 268 p.
2. *Starikov V.A.* Automation of the technological process of bringing an oil well to a stationary mode of operation after a major overhaul: Dis cand. tech. sciences. Samara: Samara State Technical University, 2010. 153 p.
3. Patent of Russia 2165037. Method for operating a well with a submersible centrifugal pump and a device for its implementation. V.M. Lyustritsky, S.Ya. Galitskov, A.P. Maslyanitsyn, S.A. Shishkov (Russia). Publ. 04.10.2001, Bull. 10.
4. Patent of Russia 2181829. Method for outputting a well equipped with an electric centrifugal pump with a variable frequency drive to a stationary operating mode / V.M. Lyustritsky, S.A. Shishkov (Russia). Publ. 04.27.2002, Bull. 12.
5. *Zhivaeva V.V., Starikov A.V., Starikov V.A.* The use of a frequency-controlled electric drive to bring a well to a stationary mode. Bulletin of Samara State Technical University. Series "Engineering sciences", 1 (23). 2009. Samara: SamSTU, 2009. Pp. 142–151.
6. Patent of Russia 2370673. Control system for submersible electric centrifugal pump. V.V. Zhivaev, A.V. Starikov, V.A. Starikov (Russia). Publ. 10.20.2009, Bull. 29.
7. Patent of Russia 2442024. Control system for a submersible electric centrifugal pump. A.V. Starikov, V.A. Starikov (Russia). Publ. 02.10.2012, Bull. 4.
8. *Starikov V.A.* Discrete mathematical model of a digital control system for a submersible electric centrifugal pump. Bulletin of Samara State Technical University. Series "Engineering sciences", 3 (25) – 2009. Samara: SamSTU, 2009. Pp. 193–198.
9. *Mikhailov O.P.* Automated electric drive of machines and industrial robots. Moscow: Mechanical Engineering, 1990. 304 p.
10. *Sokolovsky G.G.* Electric drives of alternating current with frequency regulation. Moscow: Academy, 2006. 265 p.
11. *Anuchin A.S.* Control systems of electric drives. Moscow: Publishing house MEI, 2015. 373 p.
12. *Kalachev Yu.N.* Vector regulation (practice notes). Moscow: EFO, 2013. 63 p.
13. *Pozdeev A.D.* Electromagnetic and electromechanical processes in frequency-controlled asynchronous electric drives. Cheboksary: Publishing house of Chuvash. University, 1998. 172 p.
14. *Onishchenko G.B.* Theory of electric drive: a textbook for students of higher education institutions. Moscow: Education and Research, 2013. 352 p.
15. *Starikov A.V.* Linearized mathematical model of an asynchronous electric motor as an object of a frequency control system. Bulletin of Samara State Technical University. Issue 16. A series of "Physics and Mathematics". Samara: Samara State Technical University, 2002. Pp. 175–180.

16. *Galitskov S.Ya., Galitskov K.S., Maslyanitsyn A.P.* Dynamics of the asynchronous motor: Textbook. Samara: SamGASA, 2004. 104 p.
17. *Kuznetsov V.A., Migachev A.V., Starikov A.V., Titov A.R.* Features of the mathematical model of an asynchronous electric motor of air-cooled oil coolers. Bulletin of Samara State Technical University. Series "Engineering sciences", 3 (31). – 2011. – Samara: SamSTU, 2011. – pp. 171–179.
18. *Besekersky V.A., Popov E.P.* Theory of automatic control systems. Moscow: Nauka, 1975. 768 p.
19. Theory of automatic control: Textbook. for universities for special. "Automation and telemechanics". In 2 hours. Part 1. Theory of linear automatic control systems. N.A. Babakov, A.A. Voronov, A.A. Voronova, etc. Ed. A.A. Voronov. Moscow: Higher school, 1986. 367 p.
20. *Popov E.P.* The theory of linear systems of automatic regulation and control. Moscow: Nauka, 1989. 304 p.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Представленная в журнал работа **должна обязательно содержать новые научные результаты**, нигде ранее не публиковавшиеся и не представленные к публикации в других изданиях.

В приоритетном порядке рассматриваются материалы докторских и кандидатских диссертаций.

Требования к оформлению статей находятся на сайте университета

<http://vestnik-teh.samgtu.ru>

К статье прилагаются:

- экспертное заключение;
- авторская справка;
- лицензионный договор передачи авторского права на публикацию;
- направление от организации (если авторы не работают в СамГТУ).

Статьи, не удовлетворяющие указанным правилам оформления, будут возвращены авторам без рассмотрения.

Статьи можно передать ответственному секретарю серии «Технические науки» И.Г. Минаковой (443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. СамГТУ. Корп. 8, комн. 519).

Справки по телефонам:

337 07 00 – Эдгар Яковлевич Рапопорт

337 03 42 – Ирина Григорьевна Минакова

E-mail: vest_teh@samgtu.ru

Редколлегия журнала