# Электротехника

УДК 621.365

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОСЛОЙНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

#### А.А. Базаров, А.И. Данилушкин, В.А. Данилушкин, И.В. Васильев

Самарский государственный технический университет Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассматриваются вопросы моделирования и расчета электромагнитных параметров в индукционной трехфазной системе для технологического нагрева и перемешивания вязких жидкостей. Исследуются взаимосвязанные электромагнитные и электромеханические процессы в многослойной системе «индуктор – металлический цилиндр – полый ротор». Отмечены специфические особенности исследуемых процессов. Представлены результаты численного расчета электромагнитных полей и электромагнитного момента вращения ротора в нагреваемой жидкости. Показано, что при соответствующем выборе геометрических параметров индукционной системы можно найти требуемое соотношение между тепловой мощностью, выделяемой в элементах системы, и мощностью, идущей на вращение ротора. Результаты проведенных исследований предназначены для решения задачи расчета оптимальных электрических и геометрических параметров предлагаемой конструкции.

*Ключевые слова:* индукционная система, магнитопровод, математическая модель, электромагнитные процессы, плотность тока, тепловыделение.

Актуальной проблемой сложных технических систем, к которым относятся технологические объекты трубопроводного транспорта, является обеспечение эффективности и надежности их эксплуатации [1–4].

В работах [5, 6, 7] рассматриваются вопросы расчета, проектирования и практического применения систем электрообогрева трубопроводов, резервуаров и технологического оборудования в нефтегазовой промышленности. Приведены описания и характеристики установок электрообогрева, работающих в различных отраслях промышленности. Однако вопросы моделирования и расчета охватывают ограниченный класс нагревателей с источниками энергии в виде греющих кабелей или индукционных систем с однослойной нагрузкой в виде металлической стенки резервуара или трубопровода.

Александр Александрович Базаров (д.т.н., доц.), профессор кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Александр Иванович Данилушкин (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Василий Александрович Данилушкин (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Иван Владимирович Васильев, аспирант.

В работе [8] выполнены исследования электромагнитных и тепловых процессов в установке технологического нагрева нефти при транспортировке по трубопроводам. Предложена конструкция многосекционного индукционного нагревателя для транспортировки высоковязких жидкостей, в частности высокопарафинистых нефтей. Показано, что вследствие низкой теплопроводности и высокой вязкости нефти при наличии технологических ограничений на максимальную температуру контактирующих поверхностей трубы и жидкости для трубопроводных систем высокой производительности индукционные нагреватели должны иметь несколько автономных секций с развитой поверхностью теплообмена. В работах [9, 10] рассмотрена конструкция индукционного нагревателя для транспортировки высоковязких нефтей по магистральным трубопроволным системам. Предлагаемая конструкция нагревателя с осесимметричными трубами, в которой внутренняя труба служит вытеснителем и позволяет вдвое увеличить площадь теплообмена при минимальном поперечном сечении потока жидкости. Однако и в этом случае, как показывает практика, общая длина нагревателя составляет не менее 8÷12 м. Повысить интенсивность теплообмена и тем самым уменьшить габариты нагревательной системы при той же производительности можно либо путем создания турбулентности потока за счет высоких скоростей, либо путем перемешивания жидкости в нагреваемом потоке. При практически реализуемых скоростях потока нефти в трубопроводных системах имеет место ламинарное течение жидкости. Решение указанной проблемы путем использования внешнего устройства для перемешивания осложняется наличием высокого давления в трубопроводе, которое предполагает полную герметизацию трубопроводной системы.

В настоящей работе проблема уменьшения общей длины нагревателя при той же производительности трубопровода решается за счет повышения интенсивности теплообмена между стенкой тепловыделяющего цилиндра и потоком нагреваемой жидкости с помощью индукционного устройства, не нарушающего герметичность трубопроводной системы. Эскиз устройства представлен на рис. 1. Предлагаемая конструкция представляет собой систему, состоящую из трехфазного цилиндрического индуктора с замкнутым магнитопроводом. Внутри расточки индуктора находится труба, встроенная в трубопроводную систему. Внутри трубы располагается полый ферромагнитный цилиндр – ротор с беличьей клеткой. Ротор установлен в подшипниках качения. В полости ротора находится крыльчатка, закрепленная под определенным углом к плоскости сечения цилиндра.

Назначением предлагаемой конструкции является преобразование электрической энергии, подводимой к индуктору, в механическую для перемешивания жидкости и в тепловую для нагрева. Перемешивание жидкости осуществляется за счет вращения ротора под воздействием трехфазного электромагнитного поля статора. При этом часть энергии, передаваемой индуктором, выделяется в виде тепла во внешней трубе и в роторе, обеспечивая дополнительный подогрев жидкости.

Такой способ, совмещающий нагрев и перемешивание в одном устройстве, позволяет значительно ускорить процесс нагрева жидкости с низкой теплопроводностью и уменьшить общую длину нагревателя. Соотношение между мощностью нагрева и мощностью, идущей на вращение ротора и перемешивание жидкости, зависит от частоты тока источника питания, реологических свойств транспортируемой жидкости, электрофизических свойств материала и конструктивных параметров системы.



1 – магнитопровод статора; 2 – пазы обмотки статора; 3 – внешняя труба; 4 – ротор;
 5 – крыльчатка; 6 – поток нагреваемой жидкости; 7 – слой изоляции

Для разработки предлагаемой конструкции, расчета и выбора оптимальных конструктивных параметров нагревателя, частоты тока источника питания, схемы трехфазной обмотки индуктора решается ряд задач, связанных с исследованием электромагнитных и тепловых полей и созданием на этой основе алгоритма и методики расчета конструктивных и режимных параметров многослойной индукционной системы.

Основным видом нелинейной среды являются ферромагнитные участки магнитной цепи и стальные конструктивные элементы, для которых связь между индукцией B и напряженностью H магнитного поля определяется магнитными свойствами среды. Известная неопределенность зависимости B(H) связана с проявлением гистерезиса и наличием частных циклов намагничивания, в связи с чем вектор индукции зависит не только от напряженности магнитного поля, но и от предыдущего ее изменения в данной точке, а также от начальной намагниченности. При решении нелинейных уравнений электромагнитного поля основную кривую намагничивания аппроксимируют аналитическими выражениями, которые, с одной стороны, должны достаточно точно описывать эту кривую, а с другой – допускать интегрирование системы уравнений поля в удобном для расчетов виде. Наибольшее распространение получила параболическая зависимость B(H).

Математическая модель процесса индукционного нагрева многослойной системы «индуктор – внешняя труба – вращающийся ротор – жидкость» может быть представлена нелинейной взаимосвязанной системой уравнений Максвелла [11] и Фурье [12] соответственно для электромагнитного и теплового полей с соответствующими краевыми условиями:

$$rot\left\{\overline{H}\right\} = \left\{J_s\right\} + \left\{J_e\right\} \quad rot\left\{\overline{E}\right\} = -\left\{\frac{\partial\overline{B}}{\partial t}\right\}; \quad div\left\{\overline{B}\right\} = 0; \quad (1)$$

$$c_1(T_1)\gamma_1\frac{\partial T_1}{\partial t} = div(\lambda_1(T_1)gradT_1) - div[EH];$$
<sup>(2)</sup>

$$c_2(T_2)\gamma_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = div(\lambda_2(T_2)gradT_2) - div[EH];$$
(3)

$$c_3(T_3)\gamma_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = div(\lambda_3(T_3)gradT_3) - c_3(T_3)\gamma_3 V_3 gradT_3.$$
(4)

Здесь  $\{H\}, \{B\}, \{E\}$  – векторы напряженности магнитного поля, магнитной индукции и напряженности электрического поля;

 $\{J_s\}$  – вектор плотности первичного тока;

 $\{J_e\}$  – вектор плотности индуцированного тока;

t – время;

 $T_1, T_2, T_3$  — соответственно температурные поля в стенке немагнитной внешней трубы, в стенке ротора, в нагреваемом потоке жидкости внутри ротора;

 $c_1, c_2, c_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  – удельные значения теплоемкости и плотности материалов трубы, ротора и жидкости соответственно;

 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  – коэффициенты теплопроводности материала внешней трубы, ротора и нагреваемой жидкости соответственно;

 $V_{3}$  – скорость потока.

Объемная плотность внутренних источников тепла, индуцируемых в стенках труб, определяется дивергенцией вектора Пойнтинга  $\Pi = -div[EH]$ .

Система уравнений (1) – (4) дополняется граничными условиями для электромагнитной и тепловой задач. Для электромагнитной задачи используются условия равенства функции нулю на бесконечно удаленной границе  $S_1$  и условие симметрии на осевой линии  $S_2$ , которое заключается в равенстве нулю производной от функции.

Численный расчет электромагнитных полей в сложной составной структуре тел, содержащей ферромагнитные участки магнитной цепи и стальные конструктивные элементы, производился с помощью программного комплекса ELCUT 5.9 Professional [13].

Для расчета интегральных параметров индукционной системы использовалась двумерная постановка электромагнитной задачи в форме системы дифференциальных уравнений. Перейдя от системы уравнений Максвелла к формулировке с использованием векторного магнитного потенциала, можно записать дифференциальное уравнение с соответствующими граничными условиями

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - j \omega g A = -j_{ext}; \ A \Big|_L = 0.$$

Здесь А – векторный магнитный потенциал;

 $\mu_x, \mu_y$ – относительная магнитная проницаемость материала по осям x, y;

j – мнимая единица;

ω-круговая частота тока;

*g* – удельная электрическая проводимость;

L – граница расчетной области (линия удаленной поверхности);

 $j_{ext}$  – плотность стороннего тока.

На базе приведенных систем уравнений строится конечно-элементная формулировка для плоской двумерной области [14].

Граница раздела магнитных сред описывается системой соотношений:

$$B_{1n} = B_{2n};$$
  

$$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n};$$
  

$$H_{1\tau} - H_{2\tau} = \frac{dI}{dl}.$$

Последнее выражение учитывает скачкообразное изменение вектора напряженности  $\{\overline{H}\}$  на границе раздела сред. Кроме условий сопряжения для получения однозначного решения уравнений Максвелла в форме напряженности электрического поля  $\{\overline{E}\}$  и напряженности магнитного поля  $\{\overline{H}\}$  в области  $Q \subset R^3$  с границей *S* необходимо задать:

– уравнения поверхностей, отделяющих друг от друга среды i и j,  $f_{ii}(x, y, z) = 0$ ;

– начальные величины E(x,y,z), H(x,y,z) в момент времени  $t_0$  в произвольной точке исследуемого объема  $O \subset R^3$  с границей *S*;

– касательные составляющие вектора  $\overline{E}$  или  $\overline{H}$  в произвольной точке поверхности в произвольном временном интервале от  $t_0$  до t или распределения полей  $\overline{E}$  и  $\overline{H}$  вне исследуемого объема Q;

 – функциональные зависимости магнитной проницаемости μ и удельной проводимости γ от пространственных координат или от напряженности соответствующего поля.

Решение задачи электромагнитного поля достигается использованием векторного магнитного потенциала  $\{A\}$  и скалярного электрического потенциала V, которые выражаются следующим образом:

$$\{\overline{B}\} = rot\{\overline{A}\};$$
$$\{\overline{E}\} = -\left\{\frac{\partial\overline{A}}{\partial t}\right\} - divV.$$

Чтобы функция  $\{\overline{A}\}$  была определена, нужно определить значение ее дивергенции. Для этого добавляется условие, которое называется калибровкой Кулона:

$$div{\overline{A}} = 0.$$

В результате получим следующую систему уравнений:

$$rot\left(\frac{1}{[\mu]}rot\{\overline{A}\}\right) + [\sigma]\frac{\partial\{\overline{A}\}}{\partial t} = \{\overline{J}\};$$
$$rot\{\overline{A}\} = \{\overline{B}\};$$
$$div\{\overline{A}\} = 0.$$

Используя соотношение

$$rot(rot\{\overline{A}\}) = grad(div\{\overline{A}\}) - \nabla^2\{\overline{A}\},$$

при  $\mu$ =*const* получим уравнение

$$\nabla^2 \left\{ \overline{A} \right\} - j \omega \sigma \left\{ \overline{A} \right\} - \left\{ \overline{J} \right\} = 0.$$

Уравнение Пуассона дополняется граничными условиями Дирихле и Неймана на различных участках границы:

$$\left\{\overline{A}\right\} = 0$$
 на  $S_1$ ;  $\frac{\partial \left\{\overline{A}\right\}}{\partial n} = 0$  на  $S_2$ 

Такое упрощение условий задачи объясняется тем, что дальнейший переход к конечно-элементной формулировке намного облегчается для линейной задачи.

Для учета нелинейной зависимости  $\mu_a(H)$  в ферромагнитных областях используется итерационный алгоритм многократного решения результирующей системы уравнений. В начальной стадии расчета задается значение  $\mu = const$  по всей области ферромагнитных макроэлементов, затем вычисляются распределенные параметры поля, что позволяет на следующей стадии расчета корректировать  $\mu$  внутри каждого конечного элемента в зависимости от значения напряженности магнитного поля в данной области. Определение магнитной проницаемости производится с помощью введения в программу расчета полинома, аппроксимирующего кривую намагничивания.

Рассмотренная модель электромагнитной задачи реализована в виде пакета программ, предназначенного для решения двухмерных задач.

Численный расчет электромагнитных и тепловых полей в сложной составной структуре тел, содержащей ферромагнитные участки магнитной цепи, стальные конструктивные элементы и ферромагнитную загрузку, производился с помощью программного комплекса ELCUT 5.9 Professional – интегрированной диалоговой системы программ, позволяющей решать двумерные краевые задачи математической физики, описываемые эллиптическими дифференциальными уравнениями в частных производных относительно скалярной или однокомпонентной векторной функции.



Рис. 2. Распределение плотности тока в элементах системы

#### Исходные данные

Параметр	Значение		
Диаметр внешней трубы, мм	169		
Материал внешней трубы	Нержавеющая сталь		
Толщина стенки внешней трубы, мм	4,5		
Диаметр цилиндрического ротора внешний, мм	158		
Толщина стенки цилиндра, мм	12		
Диаметр цилиндрического ротора внутренний, мм	134		
Материал цилиндрического ротора	Сталь ферромагнитная		
Размер паза (высота×ширина), мм	5×7		
Размер зуба (высота×ширина), мм	5×7		
Обмотка к.з., алюминий, мм	Шинка (4×6)		
Толщина электрической изоляции, мм	0,5		
Количество пазов, шт.	36		
Зазор между внешней трубой и цилиндрическим ротором, мм	2		
Зазор между внешней трубой и статором, мм	2		
Диаметр вала, мм	30		
Диаметр статора внутренний, мм	171		
Диаметр статора внешний, мм	231		
Материал статора	Электротехническая сталь		
Толщина набора магнитопровода, мм	20		
Длина статора, мм	400		
Размер паза (высота×ширина), мм	17x10		
Размер зуба (высота×ширина), мм	17x8		
Частота тока индуктора, Гц	50		
Кол-во пазов, шт.	36		

В качестве исходных данных для решения электромагнитной задачи вводятся свойства сред, источники поля, распределенные и сосредоточенные токи, кривые намагничивания ферромагнитных материалов, граничные условия и др. Основными расчетными параметрами являются изменяющиеся во времени магнитный потенциал, магнитная индукция, напряженность поля, плотности токов, удельная тепловая мощность, вращающий момент. Исходными данными для решения электромагнитной задачи являются:

- конструктивные параметры нагревателя;

 – электрофизические характеристики материала труб, табличные значения зависимостей относительной магнитной проницаемости материала труб от напряженности магнитного поля, параметры индуктирующей катушки, размеры и характеристики магнитопровода;

- энергетические параметры;

- напряжение питания, частота тока.

Численные эксперименты выполнены для устройства с параметрами, приведенными в таблице.

На рис. 2 показано распределение плотности тока в элементах электромагнитной системы.

На рис. 3, 4, 5, 6 представлены графики момента ротора, плотности тока и тепловыделения в стенках ротора и внешней трубы.



Рис. 3. Момент ротора

По результатам расчета построены графики значений плотности тока и тепловыделения в элементах индукционной системы.

Полученные результаты решения электромагнитной задачи позволяют рассчитать температурные распределения в расчетной области.

Результаты расчета для приведенного в работе примера показали следующее распределение мощности: стенка внешней трубы – 18 %, стенка ротора – 55 %, мощность вращения ротора – 27 %, момент ротора – 152,28 Нм.



Рис. 4. Мощность тепловыделения в роторе



Рис. 5. Мощность тепловыделения в трубе из нержавеющей стали



Рис. 6. Плотность тока и тепловыделения в элементах системы

Приведенные результаты существенно зависят от частоты источника питания, геометрических параметров системы и электрофизических характеристик материалов.

Полученные результаты позволяют выполнить анализ зависимости электромагнитных параметров индуктора – индукции магнитопровода, плотности тока в проводниках, объемной мощности тепловыделения в металлических элементах конструкции, вращающего момента – и других характеристик от геометрических и электрофизических характеристик системы, частоты и напряжения источника питания. На основании всестороннего анализа полученных зависимостей устанавливается закономерность и степень влияния электрических и геометрических параметров на энергетические характеристики системы. Полученные закономерности далее могут быть использованы при решении задачи выбора оптимальных параметров системы, обеспечивающей требуемые эксплуатационные характеристики в стационарных режимах работы установки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Губин В.Е., Губин В.В. Трубопроводный транспорт нефти и нефтепродуктов. М.: Недра, 1982. 296 с.
- 2. Трубопроводный транспорт нефти: Сб. науч. трудов / Уфа, ВНИИСПТнефть, 1987. 136 с.

- 3. *Тугунов П.И.* Нестационарные режимы перекачки нефтей и нефтепродуктов. М.: Недра, 1984. 224 с.
- 4. *Надиров Н.К., Тугунов П.И.* Трубопроводный транспорт вязких нефтей. Алма-Ата: Наука, 1985. 146 с.
- 5. *Фонарев З. И.* Электроподогрев трубопроводов, резервуаров и технологического оборудования в нефтяной промышленности. Л.: Недра, 1984. 148 с.
- Струпинский М.Л., Хренков Н.Н., Кувалдин А.Б. Проектирование и эксплуатация систем электрического обогрева в нефтегазовой отрасли. М.: Инфра-Инженерия, 2015. 272 с.
- Индукционные котлы EXPRO [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://protek.if.ua/inductboilers.html
- Данилушкин А.И., Базаров А.А., Зиннатуллин Д.А. Исследование электромагнитных и тепловых полей в установке технологического нагрева нефти // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2004. – Вып. 24. – С. 171–173.
- Данилушкин В.А. Оптимизация конструкции и режимов работы индукционных подогревателей высоковязких нефтей при транспортировке по трубопроводам // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2004. – Вып. 20. – С. 176–179.
- Базаров А.А. Система индукционного нагрева движущейся жидкости // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2005. – Вып. 37. – С. 12–17.
- 11. Немков В.С., Демидович В.Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1988. – 280 с.
- 12. Лыков А.В. Тепломассообмен: Справочник. М.: Энергия, 1978. 480 с.
- ELCUT. Моделирование двумерных полей методом конечных элементов: Руководство пользователя. Версия 5.7. С-Пб.: Производственный кооператив ТОР, 2009.
- 14. Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. М.: Мир, 1981. – 216 с.

Статья поступила в редакцию 13 июня 2017 г.

#### MODELING OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES IN A MULTILAYER THREE-PHASE INDUCTION CYLINDRICAL SYSTEM

#### A.A Bazarov, A.I. Danilushkin, V.A. Danilushkin, I.V. Vasilyev

Samara State Technical University 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The article deals with modeling and calculation of electromagnetic parameters in an induction three-phase system for technological heating and mixing of viscous liquids. The interrelated electromagnetic and electromechanical processes in the multilayer system "inductor-metal cylinder-hollow rotor" are investigated. Specific features of the studied processes are noted. The results of a numerical calculation of electromagnetic fields and the electromagnetic moment of rotation of a rotor in a heated liquid are presented. It is shown that with an appropriate choice of the geometric parameters of the induction system, one can find the required ratio between the thermal power released in the elements of the system and the power going to rotor rotation. The results of the studies are designed to solve the problem of calculating the optimal electrical and geometric parameters of the proposed design.

*Keywords:* induction system, magnetic circuit, mathematical model, electromagnetic processes, current density, heat release.

Alexander A. Bazarov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor. Alexander I. Danilushkin (Dr. Sci. (Techn.)), Professor. Vasily A. Danilushkin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor. Ivan V. Vasilyev, Postgraduate Student.

УДК 621.365.511

# ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ ИНДУКТОРА ДЛЯ ЗАКАЛКИ СФЕРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

#### Н.Н. Клочкова, А.В. Обухова, А.Н. Проценко

Самарский государственный технический университет Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Представлены результаты экспериментов по определению влияния формы и размера поперечного сечения индуктора на равномерность нагрева сферических поверхностей для закалки. Рассмотрены два варианта формы поперечного сечения индуктора: круглая и квадратная. Размер поперечного сечения индуктора относительно диаметра сферы изменялся в пределах 25÷100 %, воздушный зазор индуктор – сфера и скорость вращения сферы сохранялись неизменными. Наилучшим для достижения равномерности нагрева определен индуктор прямоугольного сечения с относительным размером сечения 55 % от радиуса нагреваемой сферы и наклоном плоскости витка индуктора 30°, максимальный перепад температуры составляет 300 °C при ее максимальном значении 942 °C.

*Ключевые слова:* индукционный нагрев, температура, конструктивные параметры, угол наклона индуктора, форма поперечного сечения.

Термическая обработка сталей – одна из самых важных операций в машиностроении, от правильного проведения которой зависит качество выпускаемой продукции. Термообработка стали заключается в тепловом воздействии на металл по определенным режимам для изменения его структуры и свойств. Температура нагрева при закалке сталей различной марки меняется приблизительно от 800 до 1300 °C, при этом нагревать требуется равномерно, разброс температуры допускается не более ±30 °C [1].

При индукционной закалке равномерное распределение температуры по закаливаемой поверхности чаще всего достигается выбором соответствующей конструкции индуктора. В качестве дополнительной меры, улучшающей равномерность нагрева, применяется вращение обрабатываемой детали. Сложные для индукционного нагрева детали, имеющие острые углы, поверхности с резкой кривизной в нескольких направлениях, в частности сферические поверхности, вызывают дополнительные трудности при выборе конструкции индуктора.

В [2, 3, 4] рассматривался процесс нагрева стального шара диаметром 20 мм в одновитковом индукторе из медной трубки с поперечным сечением круглой формы, далее – индуктор круглого сечения (рис. 1).

Внешний диаметр трубки 5 мм, внутренний диаметр 3 мм. Свойства стали: относительная магнитная проницаемость  $\mu = 100$ , удельное электрическое сопротивление  $\rho = 1,3 \times 10^{-7}$  Ом×м, теплопроводность  $\lambda$ =45 Вт/м×К, удельная объемная теплоемкость  $C_{\rho}$ = 3,71×10<sup>6</sup> Дж/м<sup>3</sup>К. Исследования проводились с целью опреде-

Наталья Николаевна Клочкова (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Алла Васильевна Обухова (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Александр Николаевич Проценко (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

ления *наилучших* конструктивных параметров индукционной нагревательной установки для получения *наилучших* температурных *кондиций* обрабатываемой детали.



Рис. 1. Внешний вид индукционной нагревательной установки для закалки шаров

В результате серии вычислительных экспериментов были определены рациональные значения параметров процесса нагрева, определяющих равномерность распределения температуры по поверхности сферы в конце нагрева. Так, скорость вращения нагреваемой сферы определена равной 400 об/мин, напряжение на индукторе 26 В, угол наклона плоскости витка индуктора  $\alpha_{\rm H}$  = 35 градусов. Перепад температуры к концу процесса нагрева в указанных условиях составил 452 °C, при этом максимальная температура равна 1100 °C. Очевидно, такой нагрев нельзя считать удовлетворительным.

С целью улучшения равномерности нагрева была проведена серия вычислительных экспериментов для определения влияния формы и размера поперечного сечения индуктирующего проводника на равномерность нагрева (рис. 2).

Рассматривались два варианта формы поперечного сечения индуктора: круглая и квадратная. Для сравнения выбрана квадратная форма сечения, так как она обеспечивает увеличенную площадь поверхности взаимодействия индуктора ос сферой. В процессе исследования размер поперечного сечения индуктора относительно диаметра сферы изменялся в пределах 25÷100 %, при этом воздушный зазор индуктор – сфера сохранялся неизменным и равным 2мм. Скорость вращения сферы, равная 400 об/мин, также не менялась. Дополнительно контролировалось изменение рациональной величины угла наклона плоскости витка индуктора, определенного в [2, 3, 4], для индуктора круглого сечения диаметром 5 мм. Результаты исследования представлены на рис. 2.

Из рисунка видно, что для индуктора круглого сечения (рис. 2a) существует достаточно четко определенное рациональное значение угла наклона плоскости витка индуктора. Рациональный угол наклона индуктора 35°, который обеспечивает достижение минимального по сравнению с другими углами перепада температуры по поверхности сферы, сохраняет свое значение для всех соотношений радиусов индуктор/сфера.

Для индуктора квадратного сечения (рис. 2б) рациональное значение угла наклона индуктора равно 30°, хотя зависимость менее явная. С увеличением размера сечения перепад температуры уменьшается непрерывно (рис. 3).



Рис. 2. Перепад температуры на поверхности сферы в конце процесса нагрева в зависимости от наклона плоскости витка индуктора и относительного размера поперечного сечения индуктирующего проводника: *а* – круглой формы; *б* – квадратной формы

Из приведенного графика следует, что для достижения наилучшей равномерности нагрева необходимо использовать индуктор квадратного сечения со стороной квадрата, примерно равной диаметру нагреваемой сферы. Однако в этом случае оказывается недостаточно места для размещения приспособлений фиксации и механизмов подачи детали.

Электрическая эффективность индуктора такого сечения резко снижается (рис. 4). Из-за повышенной напряженности магнитного поля в области углов наблюдается сильная неравномерность распределения плотности тока J по сечению индуктора, которая усиливается с увеличением размеров, так для меньшего размера плотность тока увеличивается в 2,3 раза, а для большего – в 2,6 раза. К тому же в индукторе большого размера поверхность с высокой плотностью тока составляет всего 30 % от общей, тогда как в индукторе малого размера эта доля 45 %.



Рис. 3. Перепад температуры на поверхности сферы в конце процесса нагрева в зависимости от отношения R<sub>инд</sub>/R<sub>сферы</sub> для индуктора квадратного сечения

К тому же из рис. 3 видно, что начиная с относительного значения 55 % и больше влияние изменения размера индуктора уменьшается. Так, для относительных размеров сечения до 55 % скорость снижения перепада температуры в среднем составляет 40 °C, а для больших размеров эта величина снижается до 28 °C.



Рис. 4. Распределение плотности тока по сечению индуктора:  $a - R_{\text{инд}}/R_{\text{сферы}} = 25 \%; \delta - R_{\text{инд}}/R_{\text{сферы}} = 100 \%$ 

Таким образом, по результатам проведенных исследований можно сделать следующий вывод.

Наиболее приемлемым вариантом конструкции рассмотренного в статье индуктора следует считать индуктор прямоугольного сечения с относительным размером сечения 55 % от радиуса нагреваемой сферы и наклоном плоскости витка индуктора 30°. В указанных условиях максимальный перепад температуры составляет 300 °C при ее максимальном значении 942 °C.

В результате проведенных исследований получено значительное улучшение равномерности нагрева по сравнению с индуктором круглого сечения, хотя пере-

пад температуры, требуемый по технологии, не достигнут. Исследования также показали, что достигнут практический предел возможности рассматриваемой конструкции индуктора.

Для дальнейшего улучшения индукционной системы предполагается использование двухвиткового индуктора, сочетающего эффективность круглого и увеличенную поверхность взаимодействия прямоугольного индуктора.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. *Сидоренко В.Д.* Применение индукционного нагрева в машиностроении. Л.: Машиностроение, 1980. – 231 с.
- Клочкова Н.Н., Обухова А.В., Проценко А.В. Опыт учета нелинейности свойств материалов при решении задач индукционного нагрева средствами программы FLUX // Материалы XVIII международной конференции «Современные концепции научных исследований», Москва, 25–26 сентября 2015 г. – С. 80–84.
- Обухова А.В., Клочкова Н.Н., Проценко А.Н. Моделирование индукционной установки специального назначения средствами программного пакета Flux // Materials Science Forum. – Trans Tech Publications, 2016.
- Обухова А.В., Клочкова Н.Н., Проценко А.Н. Проектирование одновиткового индуктора для закалки сферических деталей средствами программного пакета FLUX // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2016. – Вып. 2 (50). – С. 93–98.
- Шарапова О.Ю. Численное моделирование процесса периодического индукционного нагрева на базе конечно-элементного программного пакета FLUX // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2011. – Вып. 7 (28). – С. 180–185.

Статья поступила в редакцию 5 мая 2017 г.

# SHAPE OPTIMIZATION OF THE INDUCTOR FOR HARDENING OF SPHERICAL SURFACES

#### N.N. Klochkova, A.V. Obukhov, A.N. Protsenko

Samara State Technical University 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The article presents the results of experiments to determine the effects of the shape and size of the cross section of the inductor on the uniformity of heating of spherical surfaces for quenching. Two options were considered cross-sectional shape of the inductor: round and square. The size of the cross section of the inductor relative to the diameter of the sphere was varied in the range of  $25 \div 100$  %, the air gap of the inductor-sphere and the rotation speed of the sphere remained unchanged. Best to achieve the homogeneity of the heating is determined, the inductor of rectangular cross section with the relative size of the cross section is 55 % of the radius of the heated sphere, the inclination of the plane spiral inductor  $30^{\circ}$ . The maximum temperature difference is  $300^{\circ}$ C at its maximum value of  $942 ^{\circ}$ C.

**Keywords:** induction heating, temperature, design parameters, the angle of inclination of the inductor, the cross-sectional shape.

Nataliya N. Klochkova (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor. Alla V. Obukhov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor. Alexander N. Protsenko (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

УДК 621.313

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ МАЛОЙ МОЩНОСТИ

#### Ю.А. Макаричев, Ю.В. Зубков, А.С. Ануфриев, В.П. Певчев

Самарский государственный технический университет Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Математическая модель синхронного генератора ветроэнергетической установки предназначена для оптимизационного расчета его параметров и характеристик. Объектом моделирования служит синхронный генератор малой мощности с возбуждением от постоянных магнитов. Применена конструкция индуктора со встроенными постоянными редкоземельными магнитами и насыщающимися мостиками. Основой расчета служит численное моделирование магнитного поля машины методом конечных элементов. Магнитное поле моделируется отдельно для режимов холостого хода, реакции якоря и нагрузочного. Для расчета рабочего режима используется диаграмма Блонделя. Продольная и поперечная реакции якоря моделировались численными методами. Полученные результаты позволили выбрать оптимальную геометрию индуктора.

**Ключевые слова:** ветроэнергетическая установка, синхронный генератор, постоянные встроенные магниты, метод конечных элементов.

Ветроэнергетические установки (ВЭУ) в последнее время во многих странах вносят значительную долю в общее производство электрической энергии. По данным Renewables 2015 Global Status Report, на 2015 год в Дании с помощью ветрогенераторов производится 42 % всего электричества; в Португалии – 27 %; в Испании – 20 %; в Германии – 8 %; в ЕС – 7,5 % [1]. В России этот показатель составляет 4,8 %. Единичная мощность агрегатов морского и наземного базирования достигает 4,5-5 МВт. Турбины класса 1,5-2,5 МВт, по данным Renewable Energy World, занимают 82 % в мировой ветроэнергетике [2]. Такие установки не только решают проблему производства экологически чистой возобновляемой энергии, но и успешно конкурируют с традиционными методами генерирования электроэнергии. Стоимость 1 кВт часа электроэнергии мощных ВЭУ приближается к стоимости электроэнергии, производимой на тепловых электростанциях [3]. Однако ВЭУ малой мощности по цене производимой электроэнергии с учетом капитальных затрат, эксплуатационных и амортизационных расходов существенно уступают традиционным энергосистемам, если речь идет о районах с развитой структурой энергосетей. Но существует немало объектов электропотребления небольшой мощности, для которых нерентабельно строить линии электропередач. Это могут быть отдаленные сельскохозяйственные объекты сезонного использования, туристические кемпинги, заповедники и т. п. Их потреб-

Юрий Александрович Макаричев (д.т.н., доц.), заведующий кафедрой «Электромеханика и автомобильное электрооборудование».

Юрий Валентинович Зубков (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электромеханика и автомобильное электрооборудование».

Андрей Сергеевич Ануфриев, аспирант.

Владимир Павлович Певчев (д.т.н., доц.), профессор кафедры «Теоретические основы электротехники».

ляемая мощность часто не превышает нескольких киловатт. Современная автономная система электроснабжения, состоящая из ветрогенератора, солнечной батареи и буферной аккумуляторной батареи, позволяет решить эту проблему экологически чистыми методами.

Особенностью работы синхронного генератора с постоянными магнитами, который чаще всего применяется для таких систем, является то, что он должен обеспечивать требуемое количество и качество электроэнергии при широком диапазоне изменения ветровой нагрузки. При изменении силы ветра в степенной зависимости изменяется механическая мощность на валу ветроколеса. Это накладывает ряд ограничений, которые должны учитываться при расчете и проектировании генератора.

В качестве объекта исследования был выбран генератор номинальной мощностью 8 кВт, приводимый во вращение ветроколесом карусельного типа – так называемым ротором Дарье. Установки такого типа имеют вертикальную ось вращения. Вал ветроколеса соединен непосредственно с валом генератора. Лопасти ветроколеса расположены вертикально и имеют профиль самолетного крыла. Число лопастей может изменяться в зависимости от мощности от двух до 6–8. К достоинствам такой конструктивной схемы следует отнести отсутствие механизма ориентации по направлению ветра (ротор Дарье работает независимо от направления ветра), отсутствие трансмиссии, механическую устойчивость и несклонность к «разносу» при усилении ветра сверх критического значения. На рис. 1 приведены зависимости частоты вращения n ротора и механической мощности на валу P от скорости ветра ВЭУ БРИД 350.



Рис. 1. Характеристики мобильной ВЭУ БРИД 350

Из графиков видно, что при достижении скорости ветра значений 9–10 м/с частота вращения ротора практически перестает расти. Аналогична и зависимость отдаваемой мощности. При меньших скоростях характеристики квадратичные.

При выбранной конструктивной схеме и типе ротора ВЭУ на ротор генера-

тора передаются значительные вибрационные нагрузки от ветроколеса. Поэтому к его механической прочности предъявляются повышенные требования. В первую очередь это относится к способу крепления постоянных магнитов. Неодимовые магниты не отличаются высокой механической прочностью и термической стойкостью. Поэтому радикальным решением проблемы их крепления является применение ротора с встроенными магнитами. В такой конструкции магниты вставляются в соответствующие пазы в шихтованном магнитопроводе ротора (рис. 2).



Рис. 2. Фрагмент магнитной системы: 1– постоянный магнит; 2 – магнитопровод ротора; 3 – паз статора; 4 – магнитопровод статора

Главная сложность при расчете магнитной системы, представленной на рис. 2, заключается в выборе размеров насыщающихся мостиков и их геометрии. Если не решить эту задачу корректно, то магнитная система будет вообще неработоспособной из-за короткого замыкания магнитов – потоки рассеяния будут больше полезного потока в зазоре. Для решения этой задачи необходимо воспользоваться методами численного моделирования магнитного поля.

С целью определения рабочей точки магнита на кривой размагничивания при известной геометрии активной зоны СГ методом конечных элементов осуществлен расчет магнитного поля, включающий несколько этапов, первым из которых был расчет поля в режиме холостого хода.

#### Холостой ход генератора

Решение данной задачи позволило определить индукцию  $B_{\delta}$  и магнитный поток  $\Phi_{\delta}$  в воздушном зазоре (амплитудные значения и гармонический состав). Кроме этого, по картине магнитного поля при холостом ходе определены коэф-68

фициенты рассеяния постоянных магнитов  $k_{\sigma}$ и насыщения магнитной цепи $k_{\mu0}$ .

Моделирование проводилось в программном комплексе *ELCUT* [4] в постановке магнитостатической задачи с общепринятыми допущениями. Картина поля, полученная в ходе решения, показана на рис. 3.



Рис. 3. Силовые линии магнитной индукции (холостой ход)

Основную информацию о поле в воздушном зазоре несет нормальная составляющая магнитной индукции. Именно она создает ЭДС обмотки статора. Кривая распределения нормальной составляющей магнитной индукции на середине воздушного зазора и ее спектральный анализ показаны на рис. 4.



Рис. 4. Нормальная составляющая индукции в зазоре: *a* – кривая индукции; *б* – гармонический состав (*N* – номер гармоники)

Из анализа гармонического состава следует, что кроме первой гармоники поля в кривой индукции присутствуют нечетные гармоники с номерами 3, 5, 7, 9, 11, 15, 19 и выше. Их амплитуды составляют от 12 до 3 % от амплитуды первой гармоники, уменьшаясь с ростом порядкового номера.

Основные параметры поля, полученные в результате численного моделирования магнитного поля машины на холостом ходу, представлены в табл. 1.

Таблица 1

Параметр	Обозначение	Значение	Ед. изм.
Магнитный поток в нейтральном сечении магнита	$arPsi_{_{\mathcal{M}}}$	0,00834	Вб
Магнитный поток в воздушном зазоре	$arPhi_{\delta 0}$	0,00623	Вб
Коэффициент рассеяния магнитов	k <sub>σ</sub>	1,338	
Максимальное значение магнитной индукции в зазо-	$B_{\mathrm{\delta m0}}$	0,679	Тл
pe			
Первая гармоническая индукции в зазоре	$B_{\delta m 0 1}$	0,77	Тл
Первая гармоника магнитного потока в зазоре	$\overline{\varPhi}_{\delta 01}$	0,00621	Вб
Коэффициент насыщения магнитной цепи	$k_{\mu}$	1,048	_

#### Параметры поля на холостом ходу

Второй задачей, которую было необходимо решить для получения рабочей точки магнита, является учет размагничивающего действия реакции якоря.

#### Реакция якоря

Традиционно задача учета реакции якоря в синхронных машинах решается методом двух реакций, когда единый поток, созданный током якоря, разделяется на два ортогональных: поперечный и продольный потоки реакции якоря. Для этих составляющих поля статора определяются соответствующие значения индуктивных сопротивлений.

Из картины поля при совпадении магнитных осей индуктора и обмотки якоря (продольная ось *d* совпадает с осью фазы A-X) определено ненасыщенное синхронное индуктивное сопротивление по продольной оси  $x_{ad}$ . При моделировании ток в фазе *A* равен максимальному относительному значению  $I_A = I_m = 1$ , токи в фазах *B* и  $C I_B = I_C = 0,5$ .

Из картины поля при совпадении поперечной оси ротора и оси обмотки статора (поперечная ось q совпадает с осью фазы A-X) определено ненасыщенное синхронное индуктивное сопротивление по поперечной оси  $x_{aq}$ . При моделировании ток в фазе A, как и в первом случае, равен максимальному относительному значению  $I_A = I_m = 1$ , токи в фазах B и C  $I_B = I_C = 0,5$ . На рис. 5 представлены кривые нормальной составляющей магнитной индукции продольной (а) и поперечной (б) реакции якоря на середине воздушного зазора.

Результаты моделирования и их гармонический анализ позволили определить параметры реакции якоря, приведенные в табл. 2.

Численное моделирование магнитного поля реакции якоря позволило более точно по сравнению с инженерными методиками рассчитать значения коэффициентов формы поля по поперечной и продольной осям машины. Это стало возможным в результате гармонического анализа кривых индукции реакции якоря в зазоре. Классические аналитические методы дают недопустимые погрешности для рассматриваемой конструкции магнитопровода ротора, в которой постоянные магниты шунтируются магнитомягкой сталью.

Таблица 2

Параметр	Обозначение	Значение	Ед. изм.
Магнитный поток продольной реакции якоря	$arPsi_{ad}$	0,00246	Вб
Коэффициент формы поля продольной реакции якоря	k <sub>ad</sub>	0,713	Ι
Максимальное значение магнитной индукции в зазоре от продольной реакции якоря	<b>B</b> <sub>adm</sub>	0,45	Тл
Первая гармоническая индукции в зазоре от про- дольной реакции якоря	B <sub>adm1</sub>	0,321	Тл
Первая гармоника магнитного потока продольной реакции	$arPsi_{ad1}$	0,00275	Вб
ЭДС продольной реакции якоря	$E_{ad}$	111,6	В
Ненасыщенное индуктивное сопротивление про- дольной реакции якоря	x <sub>ad</sub>	8,75	Ом
Магнитный поток поперечной реакции якоря	$\Phi_{aq}$	0,00486	Вб
Коэффициент формы поля поперечной реакции якоря	$k_{aq}$	0,903	-
Максимальное значение магнитной индукции в зазоре от поперечной реакции якоря	B <sub>aqm</sub>	0,667	Тл
Первая гармоническая индукции в зазоре от поперечной реакции якоря	$B_{aqm1}$	0,602	Тл
Первая гармоника магнитного потока поперечной реакции	$arPsi_{aq1}$	0,00485	Вб
ЭДС поперечной реакции якоря	$E_{aq}$	208,3	В
Ненасыщенное индуктивное сопротивление поперечной реакции якоря	x <sub>aq</sub>	16,3	Ом

#### Параметры поля реакции якоря



Рис. 5. Кривые индукции в зазоре от реакции якоря: *а* – продольная; *б* – поперечная

В результате моделирования выявлено, что соотношение индуктивных сопротивлений по продольной и поперечной осям не такое, как в традиционных явнополюсных синхронных генераторах: для рассматриваемого генератора  $x_{ad} < x_{aq}$ . Это качественное отличие исследуемого генератора необходимо учитывать в расчете нагрузочного режима посредством диаграммы Блонделя.

#### Работа под нагрузкой

Для моделирования рабочего режима генератора необходимо в первую очередь определить значение угла между векторами тока и ЭДС холостого хода  $\Psi$ . Для этого рассчитываем ненасыщенные значения индуктивного сопротивления по поперечной оси

$$x_{qn}^* = x_{aqn}^* + x_{\sigma}^*$$
, o.e.,

где  $x_{\sigma}^{*}$  – индуктивное сопротивление рассеяния, полученное по результатам моделирования поля.

Из векторной диаграммы Блонделя [4]

$$\sin \psi = \sqrt{\frac{1}{1 + \left[ \left( \cos \varphi + r_a^* \right) / \left( \sin \varphi + x_{qn}^* \right) \right]^2}} = 0,834,$$

здесь  $\cos \varphi = 0.95 - \cos \varphi$  фициент мощности генератора, работающего на выпрямитель;

 $\psi = 56,5$  электрических градусов – угол между векторами тока якоря и ЭДС холостого хода.

Задача моделирования магнитного поля в номинальном нагрузочном режиме решалась при сдвиге осей поля возбуждения (ось d) и оси фазы A-X обмотки якоря на угол 56,5 электрических градусов.

На рис. 6 показана картина магнитного поля для момента времени, когда ток в фазе *А* максимальный.



Рис. 6. Магнитное поле машины под нагрузкой

Результатом решения полевой задачи стало определение интегральных параметров генератора, значения которых приведены в табл. 3.

Параметр	Обозначение	Значение	Ед. изм.
Магнитный поток в воздушном зазоре	$arPhi_\delta$	0,00632	Вб
Индукция в магните на нейтральной линии	$B_m$	0,95	Тл
Напряженность поля в магните	$H_m$	616000	А/м
Амплитуда первой гармоники поля в зазоре	$B_{\delta m1}$	0,74	Тл
Магнитный поток в воздушном зазоре	$arPhi_\delta$	0,00632	Вб
Первая гармоника потока	$arPhi_{\delta 1}$	0,00598	Вб
ЭДС обмотки якоря	$E_{\delta}$	257	В
Напряжение	U	226	В

#### Параметры синхронного генератора

Для исключения отличия напряжения от номинального значения на 6 вольт, получившегося в ходе расчета, следует скорректировать значение угла  $\Psi$  и повторить моделирование.

Результатом проведенных исследований стал совместный проект малой ВЭУ кафедры электромеханики и автомобильного электрооборудования Самарского государственного технического университета и НПО «Шторм». Полевые испытания установки подтвердили обеспечение проектной мощности агрегата 8 кВт при силе ветра 8,5 м/с и более.

# Выводы

- 1. Конструкция ротора синхронного генератора со встроенными магнитами (EmbeddedPMSG) обеспечивает необходимую механическую прочность ротора и требуемое значение магнитного потока в воздушном зазоре.
- 2. Аналитические методы расчета магнитной цепи генератора с возбуждением от встроенных постоянных магнитов не дают требуемой точности расчета интегральных параметров (коэффициентов рассеяния и насыщения, индуктивных сопротивлений реакции якоря и т. д.). Для получения адекватных результатов необходимо применять численные методы моделирования магнитного поля совместно с анализом векторных диаграмм. Процесс получения результата с заданной точностью – интерактивный.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. http://www.ren21.net/wp-content/uploads/2015/07/REN12-GSR2015\_Onlinebook\_low1.pdf
- 2. http://www.manbw.ru/analitycs/wind-stations.html
- 3. *Соломин Е.В.* Ветроэнергетические установки ГРЦ-Вертикаль // Альтернативная энергетика и экология. 2010. № 1. С. 10–15.
- 4. *Копылов И.П., Клоков Б.К. и др.* Проектирование электрических машин: 3-е изд. М.: Высш. шк., 2002. 757 с.
- 5. *Твайделл Дж., Уэйр А.* Возобновляемые источники энергии: Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1990.

Статья поступила в редакцию 2 июня 2017 г.

# MATHEMATICAL MODEL OF SYNCHRONOUS GENERATORFOR SMALL WIND POWER PLANT

#### Yu.A. Makarichev, Yu.V. Zubkov, A.S. Anufriev, V.P. Pevchev

Samara State Technical University 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The mathematical model of the wind power plant synchronous generator is intended for the optimal design of its parameters and performance. The simulation object is a lowpower synchronous generator with excitation from permanent magnets. The design of an inductor with embedded rare-earth permanent magnets and saturation bridges is used. The basis of the calculation is the numerical simulation of the machine's magnetic field by the finite element method. The magnetic field is modeled separately for no-load, armature reaction and load. The Blondel diagram is used to calculate the operating mode. The longitudinal and transverse armature reactions were modeled by numerical methods. The results obtained allowed us to choose the optimal design of the inductor.

*Keywords*: wind power plant, synchronous generator, embedded permanent magnets, finite element method.

Yuri A. Makarichev (D. (Techn.)), Professor. Yuri V. Zubkov (Ph.D. (Techn.)), Associate professor. Andrei S. Anufriev, Postgraduate student. Vladimir P. Pevchev (D. (Techn.)), Professor.

#### УДК 621.3.078

# АНАЛИЗ ГАРМОНИЧЕСКОГО СОСТАВА ТРАПЕЦЕИДАЛЬНОГО ФАЗНОГО НАПРЯЖЕНИЯ, ФОРМИРУЕМОГО ЧАСТОТНЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ

#### А.В. Стариков, В.В. Кузнецов, Д.Ю. Рокало

Самарский государственный технический университет Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассмотрены основные недостатки синусоидальных и векторных модуляторов, применяемых в современных частотных преобразователях. С целью упрощения технической реализации предложено использовать модуляторы, осуществляющие трапецеидальную широтно-импульсную модуляцию. Произведено разложение трапецеидального фазного напряжения частотного преобразователя в гармонический ряд. Найдены аналитические выражения коэффициентов ряда Фурье. Проанализирован гармонический состав фазного напряжения трапецеидальной формы. Показано, что качество выходного напряжения частотного преобразователя, осуществляющего трапецеидальную модуляцию, соответствует требованиям ГОСТ. Отмечены дополнительные достоинства частотных преобразователей с трапецеидальными модуляторами, заключающиеся в снижении коммутационных потерь в силовых транзисторах и отсутствии так называемого «мертвого» времени.

**Ключевые слова:** частотный преобразователь, трапецеидальная форма напряжения, гармонический состав, коэффициенты ряда Фурье, модулятор.

Современные частотные преобразователи, как правило, содержат в своем составе так называемые векторные модуляторы, которые по сложному закону с помощью широтно-импульсной модуляции (ШИМ) формируют напряжение на статорных обмотках двигателей переменного тока [1–3]. Основной недостаток векторных модуляторов заключается в том, что на каждом периоде ШИМ необходимо вычислять два синуса, не считая других вычислительных процедур. Поэтому большие требования предъявляются к вычислительной мощности микроконтроллеров, предназначенных для реализации частотных преобразователей с векторными модуляторами, поскольку несущая частота ШИМ колеблется в пределах от 2 до 20 кГц.

В свою очередь, векторная модуляция пришла на смену синусоидальной, для реализации которой при управлении трехфазным электродвигателем переменного тока необходимо было вычислять на каждом такте три синуса. Кроме больших вычислительных затрат непосредственная синусоидальная модуляция обладает еще одним значительным недостатком – низким действующим значением выходного напряжения частотного преобразователя. Один из способов повышения действующего напряжения на выходе частотного преобразователя с синусоидальной модуляцией заключается в добавлении к фазному напряжению третьей гармоники определенной величины [2]. Это, в свою очередь, увеличивает вычис-

Александр Владимирович Стариков (д.т.н., доц.), заведующий кафедрой «Электропривод и промышленная автоматика».

Владимир Валерьевич Кузнецов (к.т.н.), доцент кафедры «Высшая математика и прикладная информатика».

Даниил Юрьевич Рокало, аспирант.

лительные процедуры, необходимые для реализации модулятора, управляющего силовыми транзисторами. Кроме того, при синусоидальной модуляции на каждом периоде переключаются все шесть транзисторов силового преобразователя, что сказывается на величине коммутационных потерь.

Одним из способов уменьшения вычислительных затрат и упрощения технической реализации частотных преобразователей для трехфазных асинхронных двигателей является применение модуляторов, которые формируют трапецеидальную форму (с учетом усреднения высокочастотной широтно-импульсной модуляции) фазного напряжения [4]. Очевидно, что при этом в выходном сигнале силового преобразователя будут наблюдаться высшие гармоники. Поэтому целью настоящей работы является аналитическое исследование гармонического состава выходного напряжения частотного преобразователя, формирующего трапецеидальную форму фазного напряжения (рис. 1).



Рис. 1. Трапецеидальная форма фазного напряжения

Для достижения поставленной цели разложим в ряд Фурье периодическую трапециевидную функцию с периодом  $2\pi$ , представленную на рис. 1. Как известно, тригонометрический ряд Фурье определяется выражением [5]

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx),$$

где  $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$ ;  $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$ ; n – целое число.

Поскольку функция, представленная на графике, является нечетной, то [5]

$$a_n = 0; \ b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx dx,$$
 (1)

причем в нашем случае  $x = \omega t$ ;  $\omega = 2\pi f_1$ ;  $f_1$  – частота выходного напряжения  $U_A$  фазы A преобразователя. Другими словами, искомые коэффициенты разложения в ряд Фурье можно найти от функции, приведенной на рис. 2.

Эту функцию можно представить в виде суммы трех составляющих (рис. 3):

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x)$$

Первая составляющая функции f(x) описывается формулой

$$f_1(x) = \frac{3U_m}{\pi} x$$
, при  $0 \le x \le \frac{\pi}{3}$ ,

где  $U_m$  – амплитуда фазного напряжения.



Рис. 2. Функция, которую необходимо разложить в ряд Фурье, определенная на половине периода



Рис. 3. Составляющие разлагаемой функции

Вторая составляющая равна

$$f_2(x) = U_m$$
, при  $\frac{\pi}{3} \le x \le \frac{2\pi}{3}$ .

Третья составляющая определяется выражением

$$f_3(x) = U_m \left[ 1 - \frac{3}{\pi} \left( x - \frac{2\pi}{3} \right) \right] = U_m \left( 3 - \frac{3}{\pi} x \right),$$
 при  $\frac{2\pi}{3} \le x \le \pi$ .

Следовательно, коэффициенты (1) разложения в тригонометрический ряд Фурье рассматриваемой функции равны

$$b_{n} = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi} f(x) \sin nx dx = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi} \left[ f_{1}(x) + f_{2}(x) + f_{3}(x) \right] \sin nx dx =$$

$$= U_{m} \left( \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{3}{\pi} x \sin nx dx + \frac{2}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sin nx dx + \frac{2}{\pi} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} 3 \sin nx dx - \frac{2}{\pi} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \frac{3}{\pi} x \sin nx dx \right) =$$

$$= U_{m} \left( -\frac{6x \cos nx}{n\pi^{2}} \Big|_{0}^{\frac{\pi}{3}} + \frac{6 \sin nx}{n^{2}\pi^{2}} \Big|_{0}^{\frac{\pi}{3}} - \frac{2 \cos nx}{n\pi} \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} - \frac{6 \cos nx}{n\pi} \Big|_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} + \frac{6x \cos nx}{n\pi^{2}} \Big|_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} - \frac{6 \sin nx}{n^{2}\pi^{2}} \Big|_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \right)$$

$$= 77$$

Анализ формулы (2) позволяет сделать вывод, что четные коэффициенты ряда равны нулю, а нечетные определяются по следующему правилу. Обозначим нечетные коэффициенты символом  $b_{2l+1}$ , где l = 0, 1, 2, 3... – целое число. Для определения значений нечетных коэффициентов ряда Фурье для рассматриваемой функции необходимо найти целочисленный остаток r от деления 2l+1 на 3. Тогда формулы для вычисления коэффициентов ряда будут выглядеть следующим образом:

$$b_{2l+1} = 0, \ npu \ r = 0;$$
  

$$b_{2l+1} = (-1)^{r-1} \frac{6\sqrt{3}}{(2l+1)^2 \pi^2} U_m, \ npu \ r = 1 \ u \ r = 2.$$
(3)

В частности, коэффициенты ряда Фурье для функции, приведенной на рис. 1, равны

$$b_{1} = \frac{6\sqrt{3}}{\pi^{2}}U_{m}; \ b_{3} = 0; \ b_{5} = -\frac{6\sqrt{3}}{25\pi^{2}}U_{m}; \\ b_{7} = \frac{6\sqrt{3}}{49\pi^{2}}U_{m}; \ b_{9} = 0; \ b_{11} = -\frac{6\sqrt{3}}{121\pi^{2}}U_{m}; \\ b_{13} = \frac{6\sqrt{3}}{169\pi^{2}}U_{m}; \ b_{15} = 0; \ b_{17} = -\frac{6\sqrt{3}}{289\pi^{2}}U_{m}; \dots$$

Отсюда можно сделать следующие выводы:

1. Учитывая, что в частотном преобразователе, осуществляющем формирование трапецеидального фазного напряжения, максимальная величина

$$U_m = \frac{U_d}{2},$$

где  $U_d$  – выпрямленное напряжение в линии постоянного тока, при его подключении к трехфазной сети с линейным напряжением 380 В амплитуда первой гармоники составит 271 В, а действующее значение фазного напряжения – 192 В. Этот результат с точностью до долей процента совпадает с действующим напряжением, рассчитанным как среднеквадратическое значение функции  $f(\omega t)$ , изображенной на рис. 1.

2. Гармоники с номером, кратным 3, отсутствуют в выходном сигнале частотного преобразователя.

3. Ожидаемая величина амплитуды пятой гармоники составит 4 % от амплитуды первой гармоники.

4. Амплитуда седьмой гармоники не превысит 2,23 % от амплитуды первой гармоники.

5. Качество электроэнергии на выходе частотного преобразователя, формирующего трапецеидальную форму фазного напряжения, соответствует ГОСТ 32144-2013 [6].

Следует отметить, что полученный гармонический состав отражает только особенности формы трапецеидального фазного напряжения частотного преобразователя и не учитывает процесс широтно-импульсной модуляции. Несмотря на это, можно с уверенностью сказать, что применение такого несинусоидального напряжения более чем оправдано, поскольку значительно упрощает техническую реализацию цифрового модулятора [4], осуществляющего управление силовыми транзисторами. Действительно, трапецеидальный модулятор не требует никаких вычислительных затрат на такте широтно-импульсной модуляции. Кроме того, при его работе одновременно переключаются только три транзистора, что обеспечивает снижение коммутационных потерь как минимум на 25 %. Еще одно достоинство такого подхода к построению частотных преобразователей заключается в том, что в его законе коммутации не наблюдается ситуаций переключения транзисторов одного плеча трехфазного моста. Это позволяет исключить так называемое «мертвое» время в работе силового преобразователя.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. М.: Академия, 2006. 265 с.
- Анучин А.С. Системы управления электроприводов. М.: Издательский дом МЭИ, 2015. 373 с.
- 3. Калачев Ю.Н. Векторное регулирование (заметки практика). М.: ЭФО, 2013. 63 с.
- 4. Патент России № 2216850, МКИ<sup>7</sup> Н03К 7/08, Н02М 7/539, Н02Р 7/42. Цифровой модулятор для преобразователя частоты асинхронного двигателя / А.В. Стариков, В.А. Стариков (Россия) // Опубл. 20.11.2003, Бюл. № 32.
- 5. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: Физматгиз, 1961. 783 с.
- ГОСТ 32144-2013. Нормы качества электроэнергии в системах электроснабжения общего назначения. – М.: Стандартинформ, 2014. – 16 с.

Статья поступила в редакцию 5 июня 2017 г.

# ANALYSIS OF HARMONIOUS STRUCTURE OF THE TRAPEZOIDAL PHASE VOLTAGE FORMED BY THE FREQUENCY CONVERTER

# A.V. Starikov, V.V. Kuznetsov, D.Yu. Rokalo

Samara State Technical University 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The basic lacks of the sinusoidal and vector modulators applied in modern frequency converters are considered. For the purpose of simplification of technical implementation it is offered to use the modulators which are carrying out trapezoidal pulse-width modulation. Decomposition the trapezoidal phase voltage of the frequency converter in a harmonic series is made. Analytical expressions of the Fourier coefficients are found. The harmonic composition of the phase voltage of trapezoidal form is analyzed. It is shown that quality of output voltage of the frequency converter which is carrying out trapezoidal modulation, corresponds to GOST requirements. Additional advantages of frequency converters with the trapezoidal modulators, consisting in decrease of switching losses of the power transistors and absence of so-called «dead» time are noted.

**Keywords:** frequency converter, trapezoidal form of the voltage, harmonic composition, Fourier coefficients, modulator.

Alexander V. Starikov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor. Vladimir V. Kuznetsov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor. Daniil Yu. Rokalo, Postgraduate Student.