## Машиностроение

УДК 621.9.06, 51-74

#### МОДЕЛЬ ОПОРЫ ШПИНДЕЛЬНОГО УЗЛА НА ПОДШИПНИКАХ КАЧЕНИЯ

#### Э.С. Гаспаров, А.Ф. Денисенко, Л.Б. Гаспарова

Самарский государственный технический университет 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассматривается вопрос построения математической модели опоры шпиндельного узла, которая сможет описать механизм образования сигнала вибрации, привязав его к параметрам технического состояния.

**Ключевые слова**: математическая модель, преобразование Хуанга – Гильберта, радиальный шарикоподишпник, дисбаланс, вибрация.

Математическая модель, которая наилучшим образом установила бы связь информационного сигнала с параметрами технического состояния механического узла, позволит более успешно разрабатывать методы диагностирования зарождающихся дефектов на этапе эксплуатации, требующие большей глубины диагностирования, чем методы диагностики на стадии изготовления и сборки, большее количество которых основано на октавном и дробно-октавном анализе спектра энергии сигнала. Поэтому разработка математической модели опоры шпиндельного узла, которая аналитически описывала бы механизм образования сигнала вибрации, привязав его к параметрам технического состояния, является актуальной задачей и в настоящее время. Возможно, такая математическая модель позволит эффективно применить к сигналам вибрации преобразование Хуанга – Гильберта [1], использующее адаптивное разложение сигналов на физически значимые составляющие, а также улучшить эффективность применяемых в настоящее время методов анализа.

На рис. 1 приведены геометрическая модель (*a*) и обобщенная расчетная схема (б) опоры высокоскоростного шлифовального шпинделя. В модели рассматривается радиальный шарикоподшипник, но при необходимости результаты можно перенести и на модель радиально-упорного шарикоподшипника.

Модель имеет одну неподвижную и несколько подвижных систем координат, число которых равно количеству шариков в обойме. Подвижные системы координат вращаются относительно неподвижной с угловой скоростью, равной скорости вращения сепаратора, т. е. геометрический центр шарика лежит на оси соответствую-

Эрик Сергеевич Гаспаров, ассистент кафедры «Автоматизация производства и управления транспортными системами».

Александр Федорович Денисенко (д.т.н., проф.), заведующий кафедрой «Автомобили и станочные комплексы».

Лана Багратовна Гаспарова (к.п.н., доц.), доцент кафедры «Автомобили и станочные комплексы».

щей подвижной системы координат. Дорожкой внутреннего кольца подшипника является поверхность ротора, что характерно для шлифовальных шпинделей.

В модели приняты следующие допущения: отсутствует скольжение шариков, профиль беговых дорожек неизменен, угол контакта постоянен.



Рис. 1. Геометрическая модель (*a*) и расчетная схема (*б*) подшипниковой опоры шпиндельного узла

Расчетная схема на рис. 1 (б) учитывает влияние обратной связи по амплитуде, т. е. влияние перемещения ротора на амплитуду периодической возмущающей силы, вызванной начальным дисбалансом шпинделя.

Рассмотрим механическую систему вдоль одной из подвижных осей. Механическая система представляет собой четыре упруго связанные сосредоточенные массы (рис. 2, *a*).



Рис. 2. Механическая система вдоль одной из подвижных осей:

 $m_1$  – приведенная на опору масса шпинделя;  $m_2$  – масса шарика;  $m_3$  – масса наружного кольца;  $m_4$  – приведенная к опоре масса корпуса шпиндельного узла;  $C_1$  – жесткость контакта «внутреннее кольцо – шарик»;  $K_1$  – коэффициент вязкого сопротивления контакта «внутреннее кольцо – шарик»;  $C_2$  – жесткость контакта «шарик – наружное кольцо»;  $K_2$  – коэффициент вязкого сопротивления контакта «шарик – наружное кольцо»;  $K_2$  – коэффициент вязкого сопротивления контакта «шарик – наружное кольцо»;  $C_3$  – жесткость контакта «наружное кольцо – узел»;  $C_4$  – жесткость контакта «узел – станина»;  $F_{nach.nat.}$  – сила предварительного натяга;  $F_{rotor}$  – сила периодического характера, вызванная дисбалансом шпинделя

Массой шарика  $m_2$  пренебрежем и примем равной нулю в связи с тем, что масса шарика меньше масс остальных элементов более чем на порядок, и упростим механическую систему до системы из трех сосредоточенных масс (рис. 2,  $\delta$ ).

Система дифференциальных уравнений, описывающих движение масс упрощенной механической системы, изображенной на рис. 2, приведена ниже:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = F_{ist} - C_{ob} \left( x_1 - x_3 + A(t) \right) - k_{ob} \left( x_1 - x_3 + A(t) \right)' \\ m_3 \ddot{x}_3 = C_{ob} \left( x_1 - x_3 + A(t) \right) + k_{ob} \left( x_1 - x_3 + A(t) \right)' - C_3 \left( x_3 - x_4 \right) \\ m_4 \ddot{x}_4 = -C_4 x_4 + C_3 \left( x_3 - x_4 \right) \end{cases}$$
(1)

 $C_{ob}$  – общая нелинейная жесткость контакта «шпиндель – наружное кольцо», где равное  $\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2};$ 

A(t) – суммарное кинематическое возмущение, вызванное неровностями профилей беговых дорожек и шарика;

k<sub>ob</sub> – общий коэффициент вязкого сопротивления, равный сумме коэффициентов K<sub>1</sub> и K<sub>2</sub>;

*F*<sub>ist</sub> – общее силовое воздействие со стороны шпинделя.

Составляющими для *F*<sub>ist</sub> являются:

- сила предварительного натяга (постоянная составляющая);

- периодическая сила, вызванная дисбалансом ротора:

$$\omega_p^2 \cdot m_1 \cdot e(t) \cdot \cos\left(\left(\omega_p - \omega_c\right) \cdot t - \frac{2\pi \cdot (n-1)}{z} + \varphi_{pc}\right);$$
<sup>(2)</sup>

- воздействие силы тяжести mg (зависит от расположения шпинделя). Таким образом,

$$\vec{F}_{ist} = \vec{F}_{pred.natyag} + \vec{F}_{period} + \vec{F}.$$
(3)

Жесткости С1 и С2 являются величинами нелинейными, значения которых зависят от приложенной нагрузки и вычисляются по формулам по теории Герца:

$$\delta = \frac{2K}{\pi\mu} \cdot \left\{ \frac{3F}{2\sum\rho} \left[ \frac{\left(1 - \varepsilon_I^2\right)}{E_I} + \frac{\left(1 - \varepsilon_{II}^2\right)}{E_{II}} \right] \right\}^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\sum\rho}{2}, \tag{4}$$

где  $\mathcal{E}_{I}$   $\mathcal{E}_{II}$  – коэффициенты Пуассона;

Е, Е, – модули упругости;

- – числовой коэффициент пропорциональности, зависящий от геометричеπμ

ских размеров подшипника;

Σρ-сумма разности кривизн;

F – приложенная сила [2].



Рис. 3. Графическое пояснение к записи функции кинематического возмущения

Величина  $A_i(t)$  есть суммарное кинематическое возмущение, вызванное неровностями дорожек качения колец и линии качения шариков. Профили беговых дорожек качения представим в виде ряда Фурье как функции изменения радиусов, а для шарика – как функцию изменения диаметра (рис. 3), где  $R_b(\psi)$  – функция радиуса, описывающая профиль беговой дорожки внутреннего кольца;  $R_H(\psi)$  – функция радиуса, описывающая профиль беговой дорожки наружного кольца;  $D_{shar}(\psi)$  – функция, описывающая изменение диаметра шариков.

С учетом вышеизложенного выражение для кинематического возмущения запишем как

$$A_{i}(t) = (R_{H_{O}} - R_{b_{O}} - D_{shar_{O}}) + \sum_{m,n=1}^{\infty} \left( A_{n} \cdot \cos\left(n \cdot \psi + \omega_{c} \cdot t + \frac{2\pi}{z}(i-1) + \varphi_{n}\right) - A_{m} \cdot \cos(m \cdot \psi - (\omega_{p} - \omega_{c}) \cdot t + \frac{2\pi}{z}(i-1) + \varphi_{m}) - \sum_{k=1}^{\infty} A_{k} \cdot \cos(k_{ob} \cdot \psi + 2 \cdot \omega_{shar} \cdot t + \psi_{k}) \right),$$

$$(5)$$

где  $\omega_p, \omega_c, \omega_{shar}$  – частоты вращения ротора, сепаратора и верчения шариков соответственно; *i* – номер шарика.

Известно, что существует динамическая аналогия между механическими, электрическими, акустическими и тому подобными системами основанная на формальном сходстве дифференциальных уравнений описывающих колебательные движения этих систем. В связи с этим исследования дифференциального уравнения движения одной системы могут быть распространены на динамически аналогичные системы иной природы [3].

При использовании аналогий механических и электрических цепей, методов расчета цепей с нелинейными элементами, в частности метода активного двухполюсника, с учетом обратной связи перемещения ротора с генерируемой им периодической силой найдены выражения для ускорения перемещения приведенной к опоре массы ротора:

$$\ddot{x}_{1} = \omega \cdot \left( \frac{F_{ist}}{X_{LC} + X_{L_{1}}} - \frac{I \cdot X_{LC}}{X_{LC} + X_{L_{1}}} + \frac{2}{3}a \cdot \frac{X_{LC}}{X_{LC} + X_{L_{1}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{p} + \sqrt{-p + \frac{2q}{p}}} \right);$$
(6)

перемещения массы узла вдоль оси подвижной системы координат

$$x_{4} = \frac{U_{RC} \cdot X_{C_{3}} \cdot X_{C_{4}}}{C_{4} \cdot X_{L_{3}} \left( X_{C_{3}} + X_{L_{4}} + X_{C_{4}} \right) + X_{C_{3}} \cdot \left( X_{L_{4}} + X_{C_{4}} \right)}$$
(7)

и ускорения при перемещении массы узла вдоль оси подвижной системы координат

$$\ddot{x}_{4} = \frac{U_{RC}}{m_{4}} \left( \frac{X_{C_{3}} \cdot (X_{L_{4}} + X_{C_{4}})}{X_{LC} \cdot (X_{C_{3}} + X_{L_{4}} + X_{C_{4}})} - \frac{X_{C_{3}} \cdot X_{C_{4}}}{X_{L_{3}} \cdot (X_{C_{3}} + X_{L_{4}} + X_{C_{4}}) + X_{C_{3}} (X_{L_{4}} + X_{C_{4}})} \right).$$
(8)

Величины  $X_{L_1}$ ,  $X_{L_3}$ ,  $X_{C_3}$ ,  $X_{L_4}$ ,  $X_{C_4}$ ,  $X_{LC}$  являются реактивными сопротивлениями колебательной системы и вычисляются по формулам:

$$X_{L_{1}} = \omega \cdot m_{1}, \ X_{C_{3}} = \frac{C_{3}}{\omega}, X_{C_{4}} = \frac{C_{4}}{\omega}, X_{L_{4}} = \omega \cdot m_{4}, X_{L_{3}} = \omega \cdot m_{3};$$
  
$$X_{LC} = \frac{X_{C_{3}} \cdot (X_{L_{4}} + X_{C_{4}})}{X_{C_{3}} + X_{L_{4}} + X_{C_{4}}} + X_{L_{3}}.$$
 (9)

Величина  $U_{RC}$  – усилие на нелинейном контакте с учетом затрат на преодоление вязкого сопротивления, вычисляется по формуле

$$U_{RC} = \left(I + \frac{F_{ist}}{X_{L_{1}}} - \frac{2}{3}a \cdot \frac{2}{\sqrt{p} + \sqrt{-p} + \frac{2\left(I + \frac{F_{ist}}{X_{L_{4}}}\right) \cdot \rho(\omega)}{\sqrt{p} + \sqrt{-p} + \frac{2\left(I + \frac{F_{ist}}{X_{L_{4}}}\right) \cdot \rho(\omega)}{\sqrt{p}}}\right) \cdot \rho(\omega); \quad (10)$$

$$p = \frac{4}{3}\sqrt{2a \cdot (k + \rho(\omega))} \cdot \cos\left(\frac{1}{3}\arccos\left(\frac{27\left(\left(I + \frac{F_{ist}}{X_{L_{1}}}\right) \cdot \rho(\omega)\right)^{2}}{32a \cdot (k_{ob} + \rho(\omega))\sqrt{2a \cdot (k_{ob} + \rho(\omega))}}\right)\right); \quad (11)$$

*k*<sub>*ab*</sub> – общий коэффициент вязкого сопротивления;

 $\rho(\omega)$  – характеристическое сопротивление цепи;

 $k_{ob} + \rho(\omega)$  – полное сопротивление цепи, т. е. с учетом потерь на вязкое сопротивление.

Величина а является числовым коэффициентом, значение которого зависит от геометрических размеров подшипника и материала его изготовления.

Величина *I* определяется как первая производная от функции кинематического возмущения, вызванного отклонениями геометрической формы, выражается как

$$I = \frac{dA(t)}{dt}.$$
 (12)

Для проверки достоверности полученных выражений на рис. 4 приведены графики зависимости контактной деформации при статическом нагружении цепи, построенные в пакете MatLab, при значениях коэффициента вязкого сопротивления 0.5, 0.01 и  $\rho(\omega) = 1$ , a = 1 и отсутствии кинематического возмущения.

Из графика видно, что при уменьшении величины коэффициента вязкого сопро-

тивления график  $U_c$  вырождается в график выражения  $\delta = a \cdot U_c^{\frac{2}{3}}$ , что соответствует зависимости контактной деформации от приложенной силы [2].

Относительно ос<br/>иYнеподвижной системы координат перемещени<br/>е $x_4$ будет равно

$$x_{4Y_n} = \frac{U_{RC} \cdot X_{C_3} \cdot X_{C_4} \cdot \cos\left(\omega_c \cdot t + \varphi_0 + \frac{2\pi \cdot (n-1)}{z}\right)}{C_4 \cdot X_{L_3} \cdot \left(X_{C_3} + X_{L_4} + X_{C_4}\right) + X_{C_3} \cdot \left(X_{L_4} + X_{C_4}\right)}.$$
(13)



Рис. 4. Графики зависимости контактной деформации при статическом нагружении цепи

Суммарное перемещение будет иметь вид

$$x_{Y4} = \sum_{n=1}^{z} \left( \frac{U_{RC} \cdot X_{C_3} \cdot X_{C_4} \cdot \cos\left(\omega_c \cdot t + \varphi_0 + \frac{2\pi \cdot (n-1)}{z}\right)}{C_4 \cdot X_{L_3} \cdot (X_{C_3} + X_{L_4} + X_{C_4}) + X_{C_3} \cdot (X_{L_4} + X_{C_4})} \right);$$
(14)

Или, обозначив 
$$B(\omega) = \frac{X_{C_3} \cdot X_{C_4}}{C_4 \cdot X_{L_3} \cdot (X_{C_3} + X_{L_4} + X_{C_4}) + X_{C_3} \cdot (X_{L_4} + X_{C_4})}$$
, перепи-

шем

$$x_{Y4} = \sum_{n=1}^{z} \left( I + \frac{F_{ist}}{X_{L_{I}}} - \frac{2}{3}a \cdot \frac{2}{\sqrt{p} + \sqrt{-p + \frac{2\left(I + \frac{F_{ist}}{X_{L_{4}}}\right) \cdot \rho(\omega)}{\sqrt{p}}}} \right) \times B(\omega) \cdot \cos\left(\omega_{c} \cdot t + \varphi_{0} + \frac{2\pi \cdot (n-1)}{z}\right).$$

$$(15)$$

Данные выражения справедливы при условии, что мгновенная амплитуда периодической составляющей возмущающей силы меньше величины предварительного натяга, – это вполне справедливо для рабочих режимов работы шпинделей для прецизионной обработки, в противном случае режим работы подшипника становится существенно нелинейным и выражение для  $U_{RC}$  запишется в более сложной форме.

Полученная математическая модель качественно определяет механизм возникновения частотного состава спектра вибрации, учитывает микрогеометрию профилей беговых дорожек и шариков при работе радиального (радиально-упорного) шарикоподшипника и дает количественную оценку, погрешность которой во многом будет зависеть от соотношения сигнал/помеха экспериментально полученной временной реализации виброускорения (виброперемещения).

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. The Hilbert-Huang transform and its applications/editors, Norden E. Huang, Samuel S.P. Shen. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 5 Toh Tuck. Link, Singapore 596224.
- 2. Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.В., Перель Л.Я. Подшипники качения: Справ. 6-е изд. М.: Машиностроение, 1975. – 574 с.
- Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.) М.: Машиностроение, 1978.

Статья поступила в редакцию 25 сентября 2013 г.

## MODEL OF THE SUPPORT OF THE SPINDLE ON BEARINGS ROLLING

E.S. Gasparov, A.F. Denisenko, L.B. Gasparova

Samara State Technical University, 244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100

The question is considered creation of mathematical model of a bearing support of a spindle. The model will be able to describe the mechanism of formation a signal of vibration, having connected it to parameters of a technical condition.

*Keywords:* mathematical model, the Hilbert-Huang transform, radial ball-bearing, disbalance, vibration.

Erik S. Gasparov, Assistant. Alexander F. Denisenko (Dr. Sci. (Techn.)), Professor. Lana B. Gasparova (Ph.D. (Pedag.)), Associate professor.

## АВИАЦИОННЫЙ МЕТОД ВЫСАДКИ ЛЕСОВ И ДРУГИХ ВИДОВ РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОКРЫТИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПИРОТЕХНИЧЕСКИХ КАССЕТ

#### И.В. Захаров, С.Е. Алексенцева

Самарский государственный технический университет 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Исследована проблема эффективности засева обширных территорий РФ и зон с любой поверхностно-геологической спецификой лесными массивами и другими видами растительных покрытий. Цель разработанного метода – быстрое и экономичное восстановление зеленой массы. Разработан авиационный метод высадки лесов и других растительных покрытий капсулированным семенным материалом путем сброса с авиационного борта вручную или с применением пиротехнических кассет без присутствия человека и техники на земле. Разработана организация метода. Предложена конструкция пиротехнической кассеты из экологически чистых материалов. Разработаны аэродинамические формы семенных капсул.

**Ключевые слова:** авиационная техника, пиротехническая кассета, семенная капсула, аэродинамическая форма, расчетное заглубление, почвенные климатические растительные особенности.

В настоящее время критическое состояние экосферы Земли не нуждается в специальных подтверждениях. Леса – решающий фактор, обуславливающий естественное состояние экосферы Земли, ее климатическую стабильность и самовосстановление. Поддержание необходимого экологического равновесия зависит от общей зеленой массы Земли.

В Российской Федерации, как и во всем мире, в результате естественноприродных катаклизмов, а также техногенной деятельности людей в последние десятилетия нанесен значительный урон лесным массивам. В целом ежегодно площадь лесов мира сокращается на 10–20 млн га [1]. 22 % лесов мира находятся в России. Таким образом, в настоящее время в мире осталось менее трети поверхности суши, покрытой лесами, что представляет собой минимум, необходимый для устойчивого функционирования биосферы Земли [1].

Восстановление лесных массивов путем высадки лесов любыми наиболее подходящими и эффективными средствами есть важнейшая задача настоящего времени. Вручную или с использованием простейших средств механизации невозможно засеять тысячи квадратных километров территории РФ.

Данная проблема может быть комплексно решена путем разработки нового перспективного метода высадки лесов капсулированными семенами деревьев со свободным сбросом с борта авиационной техники или с применением пиротехнических кассет одноразового (многоразового) действия дистанционного срабатывания. Использование авиационной техники является экономически оправданным в условиях облесения зон со сложным и труднопроходимым рельефом – это облесение водоемов, степных зон, склонов холмов, старых карьеров, пожарищ, вырубок всех видов, а также масштабных территорий Дальнего Востока, южных степных зон. Предлага-

Игорь Владиславович Захаров, ведущий инженер.

Светлана Евгеньевна Алексенцева (к.ф.-м.н., доц.), доцент кафедры «Технология твердых химических веществ».

емый метод направлен на значительное повышение эффективности засева территорий семенами деревьев и увеличение охватываемой площади с предельно минимальными экономическими затратами на материально-технические, временные и трудовые человеческие ресурсы. Также данный метод может применяться для посева любых растений, подлежащих высаживанию с помощью семян, на любых территориях.

Основное достоинство предлагаемого метода высадки лесов с применением пиротехнического устройства и авиации заключается в том, что не задействуются наземные транспортные и специализированные механические средства (сеялки, тракторы, прицепы и т. п.), посев производится без присутствия человека и техники на земле. Высадка производится непосредственно с авиаборта (основная техника – вертолетная) и осуществляется рабочей группой, состоящей из пилота и 2–3 человек. Применение вертолетной техники оправдано в случаях обработки не очень больших площадей со сложной конфигурацией засевного поля, со сложным рельефом местности и требованием точной высадки. Самолетная техника удобна для обширных, достаточно ровных, прямых площадей засева (Дальний Восток, южные степные районы России).

Для выброса партии капсулированных семян предлагается применять пиротехнические кассеты, каждая из которых обеспечивает заданный угол рассеивания капсул с требуемым расчетным радиусом и плотностью семян разовой площади засева, а также с возможностью расчетного заглубления в почву при дополнительном ускорении семенных капсул (рис. 1). Последовательное срабатывание кассет дает непрерывную полосу засева.



Рис. 1. Пиротехническая кассета: 1 – корпус кассеты; 2 – вышибное дно кассеты; 3 – крышка отсека вытяжного шнура; 4 – инициирующее вещество терочное; 5 – пороховая шашка; 6 – полезный груз семенных капсул; 7 – пыж; 8 – шнур вытяжной; 9 – диск опорный; 10 – диск разделительно-опорный; 11 – втулка опорная; 12 – втулка опорноразделительная; 13 и 14 – прокладки защитные разделительные; 15 – лента липкая для фиксации крышки 3 Пиротехнические средства имеют двойное назначение:

 выброс и создание значительно большего угла рассеивания полезного объема семенных капсул, чем при ручном рассеивании с авиаборта;

 придание семенным капсулам расчетного ускорения, большего чем в свободном падении, для необходимого расчетного заглубления в почву (при необходимости – позволяющего проходить растительный покров).

Предложена к применению одноразовая пиротехническая кассета дистанционного механического натяжного срабатывания с пороховым вышибным зарядом для выброса полезного груза капсаулированных семян с авиационного борта (Патент № 127892, RU МПК F42B 5/145, опубл. 10.05.2013. Пиротехническая кассета для массовой высадки семян деревьев с использованием авиации / С.Е. Алексенцева, И.В. Захаров (РФ)).

Корпус кассеты и ее отдельные элементы изготовлены из торфа на основе водорастворимых естественных клеев, некоторые комплектующие – из парафинированного картона или бумаги. Материал кассеты специально выбран по принципу природной экологичности. Отработанная торфяная кассета, упав на землю, от естественной природной влажности в течение нескольких суток размокает, разваливается, начинает разлагаться и превращается в естественное природное торфяное удобрение.

Конструкция кассеты, подразумевающая использование экологически чистых, естественных природных материалов, при доступности добычи и открытом расположении исходного материала – торфа и глины, позволяет предельно снизить себестоимость изделий, что особенно скажется на массовости использования, учитывая площади РФ. Технология упрощается со снижением себестоимости за счет использования простейших пресс-штамповых механизмов.

Капсулирование семян необходимо для придания им аэродинамических свойств с возможностями планируемого типа засева – кучности и точности обработки площадей, максимально большого охвата за счет планирования капсул в верхних ветровых слоях, для отработки поверхностей со сложными каменисто-впадинными рельефами и гористых склонов, водно-прибрежных поверхностей, для цветочнотравянистого верхнего засева.

Прочность капсул позволяет им пробивать растительность, внедряться в землю без разрушения зерна. Капсулирование семян частично имитирует подстилочное укрытие.

Для данного метода предложено применять семенные капсулы шарообразной, конической, эллипсообразной, дисковидной аэродинамической формы и капсулы контейнерного типа (рис. 2) (решение о выдаче патента по заявке № 2013111151/13(016470) от 1.10.2013 «Капсула для массового высева семян деревьев и других растений с использованием авиации»).

Конические и шарообразные капсулы имеют четкую радиальную/окружную рабочую зону засева с четкой фиксацией капсулы на поверхности земли. Форма конуса и шара предполагает как можно более точное попадание в расчетную зону, позволяет легко пробивать плотные травно-кустовые слои и заглубляться. Конус лучше всего работает с малых и больших высот сброса, при засеве извилистой береговой зоны. Преимущества формы шара заключаются в том, что она не нуждается в обеспечении точной геометрии при производстве, жестких аэродинамических требованиях к ориентации в воздухе. Траектория – вертикальная.



Рис. 2. Аэродинамические формы семенных капсул: 1 – шарообразная; 2 – конусная; 3 – эллипсообразная; 4 – дисковидная; 5 – пустотелая контейнерная



Рис. 3. Схемы стабилизаторов на капсулах конической формы: 1 и 2 – наружный и внутренний прямые соосные стабилизаторы; 3 и 4 – внутренний и наружный косые стабилизаторы



Рис. 4. Примеры выполнения стабилизаторов

Конус снабжается стабилизаторами прямыми или стабилизаторами правой аэродинамической закрутки (рис. 3, 4). Стабилизатор аэродинамической закрутки дает гироскопическую устойчивость в полете, устойчивость к боковой ветровой нагрузке, за счет наличия девиационного обхода угла снижаются требования к точности изготовления конструкции капсул по симметричности, центру масс и шероховатости поверхности.

Дисковидная форма предполагает свободное аэродинамическое планирование от точки сброса, обеспечивая предельно большие площади посева, при этом используются максимально возможные высоты сброса с учетом метеорологических данных по направлениям и скоростям ветровых слоев. Траектория – горизонтальная.

Эллипсообразная форма (см. рис. 2) предполагает возможность капсулы самостоятельно отыскивать точки остановки и покоя, совершая скачкообразные, подпрыгивающие, перекатывающие движения по сложной поверхности почвы (применен принцип углубления, упор в выступы). Траектория – угловая к горизонту.

Форма контейнерного типа (см. рис. 2) предназначена для засева травянистоцветочным материалом (фермерских, редких видов и видов, занесенных в Красную книгу) готовых лесов или степных и полупустынных зон. Работы производятся при умеренных и сильных ветрах (0,8–15 м/с). После сброса тонкостенный контейнер легко разбивается о верхние ветви крон лесного массива, семена разносятся на километры по направлению ветров, осыпаются вниз, смываются дождями, оказываются на почве.

Конструкция семенной капсулы разрабатывается с учетом необходимого заглубления семени в почву, основанного на рекомендуемой толщине слоя засыпки землей (для хвойных – 1 см, желудей – 5 см, буковых – 3 см, других лиственных – 2– 3 см) непосредственно при посадке.

Для различных видов пород деревьев существуют свои рекомендуемые типы и смеси удобрений, из которых можно с добавлением органических связующих клеев штамповать капсулу достаточной прочности, при этом не раздавливая зерно, семя, орех, ядро.

Один из вариантов экологически чистого, экономичного, доступного и прочного материала капсулы – торфяная смесь с техническим желатином (казеином, столярным мздовым клеем, клейстерным составом и др.).

На рис. 5 показана одна из конструкций семенной капсулы конусообразной формы, где посадочное семя запрессовывается в питательную среду, одновременно образующую прочную несущую оболочку.

Форма капсулы в виде конуса со смещенным центром тяжести ниже ее геометрического центра обеспечивает аэродинамическое разворачивание семенной капсулы в воздухе, ориентирование острием в сторону земли, вертикальность траектории, легкий проход травяного слоя и точный вход острием в почву на расчетную глубину (рис. 5).

Требуемое расчетное заглубление капсулы в почву задается предварительным определением свойств почв на месте предполагаемых работ, формой и массой капсулы, энергией вышибного заряда и высотой сброса.

Радиус и плотность засева капсул зависят от высоты сброса кассеты и ее конструкции.

Так, изготовить данную семенную капсулу наиболее просто методом прессования с плотностью 2,5–3 г/см<sup>3</sup> и прочностью около 19–21 МПа и более. Предполагаем, что данную плотность нежелательно превышать с точки зрения прорастания семян, так, чтобы ее значение незначительно превышало плотность грунтов и глин (2,7 и 2,5 г/см<sup>3</sup> соответственно). Возможен вариант спрессованной капсулы с переменной плотностью, где нижняя часть с наружной поверхностью капсулы – более плотная, обеспечивающая внедрение в почву, верхняя – менее плотная для облегчения прорастания.



Рис. 5. Семенная капсула для высадки лесов с применением авиации: 1 – геометрический центр; 2 – центр тяжести

Таким образом, вес капсулы теоретически может составить от 4 г для хвойных и порядка 50 г для лиственных пород, для дубов – более 200–300 г.

Величину заглубления капсулы семян деревьев и других растений в почву можно оценить по зависимости, используемой для небольших скоростей проникания ударников в преграду от 0 до 800 м/с [2]:

$$S = \frac{2m}{\pi d^2 \lambda a b} \ln(1 + bV^2) \,,$$

÷.

где *m* – масса ударника, т. е. семенной капсулы, кг; *d* – диаметр ударника, м;  $\lambda$  – геометрический коэффициент формы ударника ( $\lambda = 1,91 - 0,35 \frac{h}{d}$ , здесь *h* – высота конической части ударника, при соотношении конической части к цилиндрической  $\lambda \cong 1,2$ ), *a* и *b* – характеристики прочности и вязкости материала (для рыхлого грунта  $a = 46 \cdot 10^5 \text{ H/m}^2$ ,  $b = 6 \cdot 10^{-5} \text{ c}^2/\text{M}^2$ , для уплотненного грунта – около 104,5 · 10<sup>5</sup> H/m<sup>2</sup> и 3,5 · 10<sup>-5</sup> с<sup>2</sup>/m<sup>2</sup> соответственно), *V* – скорость ударника перед преградой, м/с.

Масса капсулы, г	Вид грунта	Скорость	Величина заглубления
		подлета к почве, м/с	капсулы, мм
4	Рыхлый	50	10
4	Плотный	50	5
4	Плотный	100	17
6	Рыхлый	50	16
6	Плотный	50	8
6	Плотный	100	26
47	Рыхлый	30	30
47	Рыхлый	50	80
47	Плотный	50	37
47	Плотный	70	68

Расчетная вел	ичина заглу(	бления капсуль	і в почву
	•	•	•

В соответствии с вышеприведенной формулой получим значения величин заглубления в почву капсул в некотором интервале скоростей. Так, масса капсул по приближенным расчетам для семян хвойных деревьев – 4–6 г (слой засыпки почвой 1 см) в зависимости от плотности материала капсулы. Для лиственных пород деревьев вес составляет около 47 г (слой засыпки почвой – 2 мм).

Из таблицы видно, что вход капсулы в почву со скоростью от 30 до 70 м/с обеспечивает необходимые величины заглубления семян. Возможен учет прохождения растительного покрова (высокотравие, кусты) порядка 2–15 %.

Возможные варианты заглубления при сбросе семенных капсул с борта авиационной техники показаны на рис. 6.

При точном определении механических свойств почвы и растительности, скорости и высоты сбрасывания пиротехнической кассеты после приземления и заглубления капсул образуется небольшая вспученность почвы, где семя находится приблизительно на уровне горизонта и окружено полусферой торфяной смеси необходимого диаметра и плотности, что обеспечивает хорошее произрастание.



Рис. 6. Схемы основных характерных расположений семенных капсул относительно уровня земли при высадке авиационным методом с учетом требования заглубления в почву:

 капсула остановилась в травяном покрове земли, не достигнув поверхности;
 капсула прошла травяной покров и легла на поверхность почвы; 3 – капсула с нормальным расчетным заглублением в почву; 4 – капсула с недопустимо большим заглублением

Произведена оценка эффективности предлагаемого способа. Полезный вес посевного материала предлагаемой кассеты – от 3 кг до 25 кг. Предельный вес кассеты определяется максимально возможной мощностью пороховой шашки вышибного заряда, безопасного для авиаборта. При минимальной грузоподъемности авиаборта порядка 4 т за один только вылет максимально можно засеять семенами хвойных деревьев (с учетом естественной плотности лесов) 10–20 Га земли (0,1–0,2 км<sup>2</sup>), т. е. в десятки раз больше, чем при наземном способе.

#### Выводы

1. Разработан новый метод высадки лесов и других видов растительных покрытий с борта авиационной техники свободным механическим сбросом или с помощью пиротехнических кассет дистанционного срабатывания, обеспечивающих выброс и рассеивание капсулированных семян с их заглублением в почву. 2. Разработана конструкция одноразовой пиротехнической кассеты из натуральных природных экологически чистых материалов, обеспечивающей выброс и рассеивание капсулированных семян с авиационного борта.

3. Предложены аэродинамические формы и конструкции капсул из природных материалов для семян растительности под высадку с борта авиационной техники.

4. Экономическая эффективность метода обеспечивается следующими фактами: затраты на авиационный проход значительно меньше трудозатрат длительных наземных работ; затраты на вылет авиационной техники многократно меньше стоимости поднявшихся лесов (климатическая естественность, урожайность, цены); для изготовления пиротехнических кассет и капсул применяется легкодоступный, дешевый материал, массово распространенный в РФ, – торф поверхностного залегания; возможен отказ от дорогостоящего сложного оборудования и оснастки; на пересеченной местности не задействуются наземные транспортные и специализированные механические средства (сеялки, тракторы, прицепы и т. п.), посев производится без присутствия человека и техники на земле.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Воробьёв Ю.Л., Акимов В.А., Соколов Ю.И. Лесные пожары на территории России: состояние и проблемы / Под ред. Ю.Л. Воробьёва; МЧС России. М.: ДЭКС-ПРЕСС, 2004. 312 с.
- 2. Данилин Г.А., Огородников В.П., Заволокин А.Б. Основы проектирования патронов к стрелковому оружию. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2005. 374 с.
- Патент № 2010142811 РФ, МПК А01С1/00 (2006.01). Способ формирования одноразового инкубатора для семян / Г.В. Романов, Б.Е. Степанов и др.; ГНУ ВИМ Россельхозакадемии; № 2010142811/13; Заяв. 19.10.2010; Опубл. 27.04.2012.

Статья поступила в редакцию 12 сентября 2013 г.

# AVIATION METHOD OF LANDING OF WOODS AND OTHERS TYPES OF PLANTS WITH APPLICATION PYROTECHNIC HOLDERS

#### I.V. Zacharov, S.E. Aleksentseva

Samara State Technical University 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The efficiency problem sacesa extensive territories of the Russian Federation and zones with any is superficial-geological specificity large forests and other kinds of plants is investigated. The purpose of the developed method - fast economic restoration of green weight. The aviation method of disembarkation of woods and other plants by capsules of a seed material by dump from an aviation board manually or with application of pyrotechnic cartridges without presence of the person and technics on the earth is developed. The method organisation is developed. The design of the pyrotechnic cartridge from non-polluting materials is offered. Aerodynamic forms of seed capsules are developed.

*Keywords:* aeronautics, the pyrotechnic holder, seed sheath, aerodynamic form, rated deepening, soil climatic vegetative singularities.

Igor V. Zacharov, Leading Engineer. Svetlana E. Aleksentseva (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

## КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕЛЕЖКИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ВАГОНА

## Ю.С. Ромен<sup>1</sup>, Я.М. Клебанов<sup>2</sup>, Е.А. Солдусова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Всероссийский научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта 107996, г. Москва, 3-я Мытищинская ул., 10

<sup>2</sup>Самарский государственный технический университет <sup>2</sup>443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассматривается построение полной системы дифференциальных уравнений динамики движения тележки железнодорожного вагона. Эта система уравнений используется для определения нагрузок, действующих на его отдельные тележки, что позволяет повысить стабильность и безопасность движения.

**Ключевые слова:** дифференциальные уравнения движения, компьютерное моделирование, центр масс, колебания тележки, железнодорожный вагон.

Уравнения многомассовой динамики твердых тел, на которые опирается компьютерное моделирование движения железнодорожного подвижного состава, нашли свое применение в решении прикладных задач, представленных в ряде работ [1–5]. В данной статье уравнения многомассовой динамики применяются для построения системы уравнений колебаний элементов тележки с центральным подвешиванием модели ЦНИИ-ХЗ типа 18-100.

При составлении дифференциальных уравнений движения и уравнений связи используется прямоугольная система координат в пространстве (см. рисунок) с продольной осью *x*, проходящей на уровне пятниковых узлов и направленной по ходу движения экипажа, поперечной горизонтальной осью *y*, направленной вправо по ходу движения, и с направленной вниз вертикальной осью *z*. Для углов поворота при-





няты следующие обозначения:  $\Phi$  – угол поворота вокруг оси x (боковая качка),  $\theta$  – угол поворота вокруг оси y (галопирование),  $\Psi$  – угол поворота вокруг оси z (виляние). Ниже используются следующие значения индексов: i – номер колесной пары в тележке, для первой по ходу движения колесной пары i =1; j – номер тележки, для первой по ходу движения тележки j =1; k – номер стороны тележки: k = 1 – правая сторона по ходу движения, k = 2 – левая.

Предполагается, что экипаж движется со средней скоростью V. Это позволяет оператор дифференцирования по

Юрий Семенович Ромен (д.т.н.), главный научный сотрудник.

Яков Мордухович Клебанов (д.т.н., проф.), проректор по учебной работе, заведующий кафедрой «Механика».

Екатерина Александровна Солдусова (к.т.н.), доцент кафедры «Механика».

времени  $\frac{d()}{dt}$  записать в виде  $\frac{Vd()}{dx}$ . В дальнейшем дифференцирование по *x* отмечается штрихом.

Боковые колебания надрессорной балки описываются дифференциальным уравнением

$$V^{2}J_{x\delta}^{+}\Phi_{j}^{+''}=b(\Delta N_{j1}-\Delta N_{j2})-M_{\delta j}+P_{\delta j}h^{+}\Phi_{j}^{+},$$

где V – скорость движения;

٢

 $J_{x\bar{o}}^{+}$  – момент инерции надрессорной балки;

 $\Phi_{i}^{+}$  – угол боковой качки *j*-ой надрессорной балки (угол поворота вокруг оси *x*);

2b – расстояние между рессорными комплектами;

 $\Delta N_{jk}$  – вертикальная сила, действующая от боковой рамы тележки на надрессорную балку и определяемая зависимостью, приведенной в [5]; *j* – номер тележки (для первой по ходу тележки *j* = 1, для второй по ходу тележки *j* = 2); *k* – индекс для обозначения стороны тележки (*k* = 1 – правая сторона по ходу движения, *k* = 2 – левая);

 $P_{\partial j}$  – нагрузка от кузова на тележку, рассчитываемая по формуле, представленной в [5]:

*h*<sup>+</sup> – превышение пятника над плоскостью осей колесных пар;

*М*<sub>*бі*</sub> – момент сил, действующих на надрессорную балку от кузова:

$$M_{\delta j} = \begin{cases} -c_{\phi} \Delta \Phi_{j} - k_{O\Pi} V \Delta \Phi_{j} & \text{для} \left| \Delta \Phi_{j} \right| \leq \frac{r_{\Pi j}}{h^{*}} \\ P_{\partial j} (-1)^{\Pi} r_{\Pi j} - k_{O\Pi} V \Delta \Phi_{j} & \text{для} \left| \Delta \Phi_{j} \right| < \frac{\delta_{\Pi j}}{b_{c} - r_{\Pi j}} \\ M_{O\Pi j} - P_{\partial j} h \Phi & \text{для} \left| \Delta \Phi_{j} \right| \geq \frac{\delta_{\Pi j}}{b_{c} - r_{\Pi j}} \end{cases}$$

где  $c_{\phi}$  – контактная жесткость в системе «пятник – подпятник» при наклоне кузова;

 $\Delta \Phi_j$  – угол перевалки кузова по подпятнику надрессорной балки (формула представлена в [5]);

k<sub>OII</sub> – коэффициент демпфирования в системе «кузов – надрессорная балка» при боковой качке;

 $r_{\Pi j}$  – радиус пятника со стороны максимального давления при боковой качке кузова ( $\Pi = 1 - для$  правой стороны пятника, а  $\Pi = 2 - для$  левой);

*h* – высота центра масс кузова над плоскостью пятника;

δ<sub>Пі</sub> – зазор в *j*-ом скользуне с П-ой стороны тележки;

 $2b_c$  – расстояние между скользунами;

*М*<sub>ОПі</sub> – момент в опорном устройстве кузова на тележку.

Вертикальная сила взаимодействия буксы с боковиной рамы тележки

$$\Delta N_{1jk}^{+} = \Delta N_{2jk}^{+} = 0.5 \cdot (\Delta N_{jk} + P_{p}^{+}),$$

где  $P_p^+$  – вес боковой рамы тележки;

$$\Delta N_{jk} = -\frac{1}{2}c_{z}\Delta_{jk} + F_{z}(\Delta_{jk}),$$

где  $c_z$ ,  $\Delta_{jk}$ ,  $F_z$  рассматриваются в работе [5].

Если  $\Delta N_{ijk}^+ => 0$ , то принимается  $\Delta N_{ijk}^+ = 0$ .

$$\begin{split} z_{jk}^{+} &= 0.5 \cdot (\sum_{i=1}^{2} z_{ij} - (-1)^{k} b \cdot \sum_{i=1}^{2} \Phi_{ij}); \\ z_{jk}^{+'} &= 0.5 \cdot (\sum_{i=1}^{2} z_{ij}^{'} - (-1)^{k} b \cdot \sum_{i=1}^{2} \Phi_{ij}^{'}), \end{split}$$

где  $z_{jk}^+$  – вертикальное перемещение центра *k*-ой боковины *j*-ой тележки;

*z<sub>ij</sub>* – подпрыгивание центра *i*-ой колесной пары *j*-ой тележки;

Ф<sub>*ij*</sub> – угол крена *i*-ой колесной пары *j*-ой тележки.

Поворот надрессорной балки тележки при вилянии описывается уравнением

$$V^{2}J_{z\delta}^{+}\psi_{j}^{+"} = \sum_{k=1}^{2} M_{jk}^{+} - b(X_{j1}^{+} - X_{j2}^{+}) - M_{O\Pi j}$$

где  $X_{jk}^+$  – продольная сила, действующая на надрессорную балку со стороны *k*-ой боковины *j*-ой тележки:

$$X_{jk}^{+} = \sum_{i=1}^{2} X_{ijk}$$

где  $X_{ijk}$  – продольная сила, действующая на боковую раму *j*-ой тележки от *i*-ой колесной пары со стороны *k*-ой буксы.

$$X_{ijk} = \begin{cases} c_x \Big[ x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_j^+) + (-1)^l \big[ \Delta x_l \big]_{ijk} \Big] - f_{\delta} \Delta N^+_{ijk} F_X (x_{ij}^+ + b(-1)^k (\psi_{ij}^+ - \psi_j^+)) + \\ + k_x^+ V \Big[ x_{ij}^+ + b(-1)^k (\psi_{ij}^+ - \psi_j^+) \Big] & \text{при} \quad \Big| x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_j^+) \Big| \ge \big[ \Delta_{xl} \big]_{ijk} \\ - f_{\delta} \Delta N^+_{ijk} F_X (x_{ij}^+ + b(-1)^k (\psi_{ij}^+ - \psi_j^+)) + \\ + k_x^+ V \Big[ x_{ij}^+ + b(-1)^k (\psi_{ij}^- - \psi_j^+) \Big] & \text{при} \quad \Big| x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_j^+) \Big| < \big[ \Delta_{xl} \big]_{ijk} \end{cases}$$

$$\begin{split} F_{X}\left(x_{ij}^{'}+b(-1)^{k}\left(\psi_{ij}^{'}-\psi_{j}^{+'}\right)\right) &= par5\cdot\left(x_{ij}^{'}+b(-1)^{k}\left(\psi_{ij}^{'}-\psi_{j}^{+'}\right)\right) \operatorname{пpu}\left(x_{ij}^{'}+b(-1)^{k}\left(\psi_{ij}^{'}-\psi_{j}^{+'}\right)\right) < 1/A, \\ F_{X}\left(x_{ij}^{'}+b(-1)^{k}\left(\psi_{ij}^{'}-\psi_{j}^{+'}\right)\right) &= 1 \quad \operatorname{пpu}\left(x_{ij}^{'}+b(-1)^{k}\left(\psi_{ij}^{'}-\psi_{j}^{+'}\right)\right) \geq 1/A, \end{split}$$

где параметр А зависит от условий решения конкретной задачи;

 $c_x$  – продольная жесткость рамы тележки при ее деформации после выбора зазора в буксовом проеме;

 $k_x^+$  – демпфирование при продольных перемещениях буксы;

 $[\Delta_{xl}]_{ijk}$  – зазор на сторону в буксовом проеме относительно его оси; индекс l = 1 для величины зазора впереди от его оси и l = 2 при направлении в сторону, проти-

воположную движению экипажа, соответственно;

$$l = \begin{cases} 1 \text{ при } x_{ij} + b(-1)^{k} (\gamma_{ij} - \gamma_{\tilde{0}jk}) \ge 0; \\ 2 \text{ при } x_{ij} + b(-1)^{k} (\gamma_{ij} - \gamma_{\tilde{0}jk}) < 0, \end{cases}$$

где  $x_{ij}$  – продольное перемещение центра *i*-ой колесной пары относительно шкворневой точки тележки;

*y<sub>ij</sub>* – угол поворота колесной пары относительно касательной к средней линии колеи в центре тележки;

 $M_{jk}^+$  – момент, действующий на надрессорную балку со стороны боковины при ее повороте.

$$M_{jk}^{+} = M_{Tj}^{+} F_{M^{+}} (\psi_{\delta jk} - \psi_{j}^{+'}) + c_{\psi jk}^{+} (\gamma_{\delta jk} - \gamma_{j}^{+}) + k_{x}^{+} V(\psi_{\delta jk} - \psi_{j}^{+'}),$$
$$M_{Tj}^{+} = B - C \cdot \Delta N_{jk}^{*}$$

где параметры В и С зависят от условий решения конкретной задачи;

*M*<sup>+</sup><sub>*Tj*</sub> – момент трения при депланации тележки.

где  $c_{wik}^+$  – жесткость при депланации тележки,

$$c_{\psi jk}^{+} = E - G \cdot \Delta N_{jk}^{*},$$

параметры D, E и G зависят от условий решения конкретной задачи.

Поворот боковой рамы тележки

$$V^2 J_{zp}^+ \psi_{\delta jk}^{"} = (H_{P1jk} - H_{P2jk})a - M_{jk}^+,$$

где  $H_{Pijk}$  – поперечная сила, действующая на боковую раму тележки от *i*-ой колесной пары;

J<sup>+</sup><sub>zp</sub> – момент инерции боковой рамы тележки относительно вертикальной оси.

$$H_{Pijk} = \begin{cases} c_{yijk} (y_{ij} - y_{ijk}^{+} - \left[\Delta_{y}\right]_{ij} sign(y_{ij} - y_{ijk}^{+})) - f_{\delta} \Delta N_{ijk}^{+} F_{H_{p}} (y_{ij}^{'} - y_{ijk}^{+'}) + \\ + k_{y}^{+} V(y_{ij}^{'} - y_{ijk}^{+'}) & \Pi p_{ij} - y_{ijk}^{+} \right| \ge \left[\Delta_{y}\right]_{ij} \\ - f_{\delta} \Delta N_{ijk}^{+} F_{H_{p}} (y_{ij}^{'} - y_{ijk}^{+'}) + k_{y}^{+} V(y_{ij}^{'} - y_{ijk}^{+'}) & \Pi p_{ij} \left| y_{ij} - y_{ijk}^{+} \right| < \left[\Delta_{y}\right]_{ij} \end{cases}$$

Рамная сила

$$H_{Pij} = \sum_{k} H_{Pijk} \; ,$$

$$\begin{split} F_{Hp}(y_{ij} - y_{ijk}^{+'}) &= par 11 \cdot (y_{ij} - y_{ijk}^{+'}) \text{ при } (y_{ij}^{-} - y_{ijk}^{+'}) < \frac{1}{J}, \\ F_{Hp}(y_{ij}^{-} - y_{ijk}^{+'}) &= 1 \text{ при } (y_{ij}^{-} - y_{ijk}^{+'}) \ge \frac{1}{J}, \end{split}$$

где параметр J зависит от условий решения конкретной задачи;

*c*<sub>*yijk*</sub> – жесткость связей, ограничивающих поперечное перемещение колесной пары относительно рамы тележки;

*y<sub>ii</sub>* – перемещение колесной пары относительно оси пути;

 $y_{ijk}^+$  – перемещение сечения *k*-ой боковой рамы *j*-ой тележки над *i*-ой колесной парой относительно оси колеи:

$$y_{ijk}^{+} = y_{jk}^{+} - (-1)^{i} a \gamma_{\delta j k} - \frac{a^{2}}{2} \varphi_{j}^{'},$$
$$y_{ijk}^{+'} = y_{jk}^{+'} - (-1)^{i} a \gamma_{\delta j k}^{'}.$$

Углы поворота надрессорной балки  $\gamma_j^+$  и боковой рамы  $\gamma_{\delta jk}$  *j*-ой тележки в колее

$$\begin{split} \gamma_{j}^{+'} &= \psi_{j}^{+'} - \phi_{j}^{'}, \\ \gamma_{\delta j k}^{'} &= \psi_{\delta j k}^{'} - \phi_{j}^{'}; \end{split}$$

 $\left[\Delta_{y}\right]_{ij}$  – поперечный зазор в буксовых челюстях на сторону относительно среднего положения i-ой колесной пары по отношению к продольной оси *j*-ой тележки;

 $f_{6}$  – коэффициент трения по буксе;

*k*<sup>+</sup><sub>v</sub> – демпфирование при поперечных перемещениях колесной пары.

Относ боковой рамы

$$V^2 m_p^+ y_{jk}^{+"} = \sum_i H_{Pijk} - Y_{jk}^+ - m_p^+ V^2 \phi_j^+ + P_p^+ \sum_i \Phi_{ij}.$$

Составленная система уравнений полностью охватывает все степени свободы движения основных конструктивных элементов тележки модели ЦНИИ-ХЗ типа 18-100.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. *Вериго М.Ф., Коган А.Я.* Взаимодействие пути и подвижного состава. М.: Транспорт, 1986. 559 с.
- 2. Вершинский С.В., Данилов В.Н., Хусидов В.Д. Динамика экипажа. М.: Транспорт, 1991. 360 с.
- Wickens A.H. Fundamentals of Rail Vehicle Dynamics: Guidance and Stability Lisse: Taylor & Francis, 2003. – 295 p.
- 4. *Wickens A.H.* A History of Railway Vehicle Dynamics. Handbook of Railway Vehicle Dynamics. Boca Raton: Taylor & Francis, 2006. P. 5-38.
- 5. *Ромен Ю.С., Клебанов Я.М., Солдусова Е.А.* Моделирование колебаний кузова железнодорожного вагона // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. 2013. № 3(39). С. 141-147.

Статья поступила в редакцию 25 октября 2013 г.

## OSCILLATIONS IN THE RAILWAY CAR TRUCK

## Yu.S. Romen<sup>1</sup>, I.M. Klebanov<sup>2</sup>, E.A. Soldusova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>All-Russian Scientific Research Institute of Railway Transport 10, 3<sup>rd</sup> Mytischinskaya st., Moscow, 107996

<sup>2</sup> Samara State Technical University
 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

A complete system of differential equations of the railway car truck dynamics is introduced. This system is to determine the loads exerted on truck elements and to improve car movement stability and safety.

**Keywords:** Differential equations of motion, computer simulation, the center of mass, truck oscillations, railway car.

Yury S. Romen (Dr. Sci. (Techn.)), Chief Scientific Officer. Iakov M. Klebanov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor. Ekaterina A. Soldusova (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

## РАСЧЕТ ПОЛЕЙ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ НАГРЕВЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИЗДЕЛИЯ

## В.А. Смыслов

Самарский государственный технический университет 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: smsvit@gmail.com

Рассмотрена задача расчета напряженно-деформированного состояния в поверхностном слое цилиндрического изделия после процедуры поверхностного пластического деформирования и последующего нагрева детали. Показано, что вследствие изменения модуля Юнга в процессе температурного нагружения происходит существенное изменение полей остаточных напряжений. Приводятся результаты расчета для цилиндрических образцов, упрочненных по различным технологиям.

**Ключевые слова:** цилиндрический образец, поверхностное пластическое упрочнение, остаточные напряжения, температурное нагружение.

## Постановка задачи

Технология поверхностного пластического упрочнения является одним из эффективных резервов повышения долговечности многих изделий. С точки зрения механики это связано с наведением в поверхностном слое сжимающих остаточных напряжений (ОН), которые препятствуют выходу различного рода дислокаций и вакансий на поверхность детали. Применительно к цилиндрическим образцам в работе [1] разработан феноменологический метод расчета ОН в поверхностно упрочненном слое, который для различных технологий упрочнения развивался в работах [2-4]. Однако в условиях внешнего температурно-силового нагружения деталей (температурное нагружение, ползучесть, малоцикловое нагружение и т. д.) происходит перераспределение остаточных напряжений во времени. В частности, в [5] исследовано влияние остаточных напряжений на повышение предела сопротивления усталости, а в [6] предложен метод оценки кинетики остаточных напряжений в цилиндрическом образце при высокотемпературной нагрузке. При этом наведенные остаточные напряжения при решении краевых задач играют роль начальных напряжений. Одним из недостатков работы [6] является то, что в начальный момент не учитывалось перераспределение напряжений вследствие чисто температурного нагрева и изменения модуля Юнга от температуры. Поэтому целью данной работы является разработка метода расчета остаточных напряжений при существенном изменении температуры.

## Восстановление начального напряженно-деформированного состояния в цилиндрическом образце после процедуры поверхностного пластического деформирования

Рассматривается сплошной цилиндрический образец радиуса r = a. Предположим, что одной из технологических процедур в его поверхностном слое наводятся поля остаточных напряжений и пластических деформаций при температуре  $T_0$ , а затем образец нагревается до температуры  $T_1$  (рассматривается установившееся (ста-

Виталий Андреевич Смыслов, аспирант кафедры «Прикладная математика и информатика».

ционарное) температурное поле цилиндрического образца). Как правило, упрочнение происходит при нормальной (комнатной) температуре  $T_0$  (за исключением термопластического упрочнения). Задача решается в стандартной цилиндрической системе координат r,  $\theta$ , z. Через  $\sigma_{\theta}^{res}$ ,  $\sigma_r^{res}$  и  $\sigma_z^{res}$  обозначим окружное, радиальное и осевое остаточные напряжения, а через  $q_{\theta}$ ,  $q_r$  и  $q_z$  – соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций. Недиагональными компонентами тензоров остаточных напряжений и деформаций пренебрегаем в силу их малости по сравнению с нормальными компонентами. В предположении, что вторичные пластические деформации в области сжатия поверхностного слоя отсутствуют и экспериментально известна компонента  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(r)$ , в работах [1-4] для остальных компонент тензора напряжений и тензора пластических деформаций получены следующие зависимости:

$$\sigma_r^{res}\left(r\right) = -\frac{1}{r} \int_r^a \sigma_{\theta}^{res}\left(x\right) dx; \qquad (1)$$

$$q_{\theta}(r) = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1+\alpha\nu)^{2}} r^{-\frac{2+\alpha}{1+\alpha\nu}} \int_{0}^{r} x^{\frac{1+\alpha-\alpha\nu}{1+\alpha\nu}} \left[\sigma_{r}^{res}(x) + (1+\alpha)\sigma_{\theta}^{res}(x)\right] dx - \frac{1+\nu}{E(1+\alpha\nu)} \left[(1-\nu)\sigma_{\theta}^{res}(r) - \nu\sigma_{r}^{res}(r)\right]; \quad (2)$$

$$q_z = \alpha q_{\theta}; \tag{3}$$

$$q_r = -q_\theta \left(1 + \alpha\right); \tag{4}$$

$$\varepsilon_{z}^{0} = \frac{2}{a^{2}} \int_{0}^{a} r \left\{ q_{z}\left(r\right) - \frac{\nu}{E} \left[ \sigma_{r}^{res}\left(r\right) + \sigma_{\theta}^{res}\left(r\right) \right] \right\} dr ; \qquad (5)$$

$$\sigma_z^{res}(r) = E\left(\varepsilon_z^0 - q(r)\right) + \nu\left(\sigma_r^{res}(r) + \sigma_\theta^{res}(r)\right),\tag{6}$$

где <sub>α</sub> – феноменологический параметр анизотропии упрочнения, методика идентификации которого изложена в [2, 3].

Таким образом, схема расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций в сплошном цилиндре после упрочнения его поверхности имеет следующий вид:

$$\sigma_{\theta}^{res}(r) \xrightarrow{1} \sigma_{r}^{res}(r) \xrightarrow{2} q_{\theta}(r) \xrightarrow{3,4} q_{z}(r), q_{r}(r) \xrightarrow{5} \varepsilon_{z}^{0} \xrightarrow{6} \sigma_{z}^{res}(r).$$
(7)

Номера над стрелками означают формулы, по которым рассчитывается соответствующая величина. Из схемы (7) следует, что в конечном итоге компоненты  $\sigma_r^{res}$ ,  $\sigma_z^{res}$ ,  $q_{\theta}$ ,  $q_r$  и  $q_z$  определяются через  $\sigma_{\theta}^{res}$  и параметр  $\alpha$ .

## Перераспределение остаточных напряжений вследствие температурного нагружения

Пусть теперь температура *T* цилиндрического образца повышается от  $T_0$  до величины  $T_1$ , причем  $T_1 > T_0$ . Обозначим модуль Юнга *E* при  $T = T_0$  через  $E_0$ , а при  $T = T_1$  – через  $E_1$  (очевидно, что  $E_1 < E_0$ ). Будем предполагать, что при повышении температуры в цилиндрическом образце не возникает дополнительных пластических деформаций за счет термического разупрочнения характеристик пластичности материала. При этом предположении величина  $\sigma_{\theta}^{res} = \sigma_{\theta}^{res}(r)$  при  $T = T_1$  может быть

определена из решения интегрального уравнения (2) с использованием (1) и  $E = E_1$ , поскольку  $q_0(r)$  известна и не зависит от температуры. Но эта задача сложна, и ее решение проблематично. Поэтому предлагается следующий прием, позволяющий свести поставленную задачу к задаче фиктивной ползучести, методика решения которой разработана и реализована в [8]. Предположим, что в процессе нагрева модуль Юнга изменяется по закону

$$E(t) = E_0 + (1 - e^{-\lambda t})(E_1 - E_0),$$
(8)

где t – некоторое фиктивное время (параметр нагружения), при этом при t > 10 величина  $e^{-t} \approx 0$  и  $E(t) = E_1$ , т. е. имеем состояние, соответствующее температуре  $T = T_1$ , а при  $t = 0 - E(0) = E_0$ , т. е. имеем состояние при  $T = T_0$ .

Тогда с учетом обозначений

$$\sigma_0^{res}(r,t) = \sigma_{\theta}^{res}(r,t) + \sigma_z^{res}(r,t) + \sigma_r^{res}(r,t),$$

$$e_i^0(r,t) = \frac{(1+\mu)\sigma_i^{res}(r,t) - \mu\sigma_0^{res}(r,t)}{E_0} \quad (i=r,\theta,z), \quad E^* = \frac{E_0 - E_1}{E_0}$$

и соотношения (8) имеем

$$e_{i}(r,t) = \frac{(1+\mu)\sigma_{i}^{res}(r,t) - \mu\sigma_{0}^{res}(r,t)}{E(t)} = e_{i}^{0}(r,t)\frac{1}{1-(1-e^{-t})E^{*}} \qquad (i=r,\theta,z).$$

Раскладывая второй сомножитель в предыдущем равенстве в ряд Тейлора и ограничиваясь членами первого порядка малости относительно величины  $E^*$ , получим

$$e_{i}(r,t) = e_{i}^{0}(r,t) + e_{i}^{0}(r,t)(1-e^{-t})E^{*} \quad (i=r,0,z).$$
(9)

Второе слагаемое в правой части (9) назовем деформацией фиктивной ползучести (псевдоползучести) и обозначим через  $h_i(r,t)$ , т. е.

$$h_i(r,t) = \frac{(1+\mu)\sigma_i^{res}(r,t) - \mu\sigma_0^{res}(r,t)}{E_0} \left(1 - e^{-t}\right)E^* \quad (i = r, \theta, z),$$

или в дифференциальной форме

$$\dot{h}_{i}(r,t) = \frac{E^{*}}{E_{0}} \left[ \left(1+\mu\right) \sigma_{i}^{res}(r,t) - \mu \sigma_{0}^{res}(r,t) \right] - h_{i}(r,t) .$$

$$(10)$$

Соотношение (10) соответствует варианту линейной наследственной теории вязкоупругости с экспоненциальным ядром ползучести и начальными данными  $h_i(r,0) = 0$  ( $i = r, \theta, z$ ).

Если теперь представить полную деформацию  $\varepsilon_i(r,t)$  в виде

$$\varepsilon_i(r,t) = e_i^0(r,t) + q_i(r) + h_i(r,t) \quad (i = r, \theta, z),$$
(11)

то для расчета напряженно-деформированного состояния в процессе нагревания цилиндрического изделия до температуры  $T = T_1$  можно использовать разработанный в [6] прямой метод решения краевой задачи ползучести упрочненного цилиндрического образца и в качестве конечного решения использовать асимптотическое решение при  $t \to \infty$  (на практике это соответствует t > 10, поскольку здесь  $e^{-t} \approx 0$ ). В качестве замечания следует отметить, что температурные деформации в (11) не учитываются, поскольку они не влияют на напряженное состояние в силу однородности температурного поля по объему цилиндрического образца.

#### Численная реализация и анализ результатов

В качестве иллюстрации предложенного метода были просчитаны варианты для сплошных цилиндрических образцов радиуса *R* из различных материалов, упрочненных по различным технологиям: сплав ЭИ691 ( $R = 5_{MM}$ , алмазное выглаживание, коэффициент анизотропии  $\alpha = 14.6$ ), сталь 30ХГСА ( $R = 7.5_{MM}$ , обкатка роликом, коэффициент анизотропии  $\alpha = 16.6$ ), сталь 45 ( $R = 5_{MM}$ , гидродробеструйная обработка, коэффициент анизотропии  $\alpha = 8.2$ ), сталь 45 ( $R = 5_{MM}$ , гидродробеструйная обработка, коэффициент анизотропии  $\alpha = 1$ ). Зависимости модулей Юнга для этих материалов от температуры приведены в таблице. Предполагалось, что упрочнение материалов производилось при начальной комнатной температуре  $T_0 = 20$  °С, а нагревание производилось до температуры  $T = T_1$ , соответствующей последнему значению соответствующего столбца таблицы. Экспериментальные данные для остаточных напряжений после процедуры упрочнения для образцов из указанных материалов заимствованы из работы [5]]. Начальное напряженно-деформированное состояние, соответствующее  $T_0 = 20$  °С, рассчитывалось по формулам (1)–(7) с использованием программного комплекса [7].

T, °C	ЭИ961	30ХГСА	12X18H10T	Сталь 45
	Модуль Юнга Е 10 <sup>-5</sup> , МПа			
20	2,00	2,15	1,98	2,10
100	1,98	2,11	1,94	2,05
200	1,87	2,03	1,89	1,93
300	1,75	1,96	1,81	1,90
400	1,65	1,84	1,74	1,72
500	1,45	1,73	1,66	1,60
600	1,09	1,64	1,57	_
700	_	1,43	1,47	_
800	_	1,25	_	_

Модуль упруго	ости материало	в при различны	х температурах
	1	1 1	1 1

На рис. 1 показаны исходная ( $T = T_0$ ) и конечная ( $T = T_1$ ) эпюры напряжения  $\sigma_{\theta}$  и  $\sigma_z$  для рассмотренных экспериментов. Исходная эпюра рассчитана по схеме (7), а конечная – по предлагаемой методике. Наблюдается значительное уменьшение по модулю значений компонент тензора остаточных напряжений (до 35 %). Это говорит о том, что нагрев изделия в значительной степени влияет на НДС упрочненного образца.



Рис. 1. Перераспределение остаточных напряжений при нагреве цилиндрического образца: 1 – окружная компонента  $\sigma_{\theta}^{res}$ ; 2 – осевая компонента  $\sigma_z^{res}$ ; значки – эксперимент [5]; расчетные при  $T = T_0$  (сплошные линии) и при  $T = T_1$  (штриховые линии) значения остаточных напряжений; а) ЭИ961, алмазное выглаживание (20 °C  $\rightarrow$  600 °C),  $\alpha = 14.6$ ; б) 30ХГСА, обкатка роликом (20 °C  $\rightarrow$  800 °C),  $\alpha = 16.6$ ; в) 12Х18Н10Т, обкатка роликом (20 °C  $\rightarrow$  700 °C),  $\alpha = 8.2$ ; г) сталь 45, гидродробеструйная обработка (20 °C  $\rightarrow$  500 °C),  $\alpha = 1$ 

На рис. 2 отображена зависимость максимума (по модулю) эпюры осевой компоненты тензора ОН  $\sigma_z^{rez}$  от температуры для образца из стали З0ХГСА. Значения напряжений рассчитаны по схеме (7).



Рис. 2. Зависимость максимума (по модулю) компоненты  $\sigma_z^{rez}$  от конечной температуры нагрева образца (сталь 30ХГСА)

#### Выводы

В работе предложен метод моделирования изменения НДС изделия и упругих свойств материала при нагреве. Приведены результаты расчетов для образцов из различных материалов, упрочненных разными технологическими способами. Анализ полученных результатов показывает, что вследствие нагрева изделия наблюдается значительное перераспределение полей ОН в упрочненном слое. Одним из возможных применений данной методики является оценка скорости релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести даже при самоуравновешенных остаточных напряжениях в условиях чисто термического нагружения (термоэкспозиция образца при фиксированной температуре).

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. *Радченко В.П., Саушкин М.Н.* Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. М.: Машиностроение-1, 2005. 226с.
- 2. *Радченко В.П., Павлова В.Ф., Саушкин М.Н.* Определение параметра анизотропного упрочнения и остаточных напряжений в цилиндрическом образце из стали после обкатки роликом // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 4. С. 93-100.
- 3. *Саушкин М.Н., Радченко В.П., Павлов В.Ф.* Метод расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрических образцах с учетом анизотропии процесса поверхностного упрочнения // Прикладная механика и техническая физика. – 2011. – Т. 52. –№ 2. – С. 173-182.
- Саушкин М.Н., Кирпичёв В.А., Смыслов В.А. Феноменологический подход к моделированию напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном слое цилиндрического изделия // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физ.-мат. науки. – 2009. – № 1(18) – С. 159-168.
- 5. *Павлов В.Ф., Кирпичёв В.А., Иванов В.Б.* Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений. – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2008. – 64 с.
- 6. *Радченко В.П., Саушкин М.Н.* Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненном изделии цилиндрической формы при ползучести // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50. № 6. С. 90-99.
- 7. *Саушкин М.Н., Смыслов В.А.* Блок расчета начального напряженно-деформированного состояния конструкций в программном комплексе STRELAX // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физ.-мат. науки. 2010. № 5(21). С. 318-321.

Статья поступила в редакцию 15 октября 2013 г.

# **RESIDUAL STRESS AND ELASTIC DEFORMATION FIELDS EVALUATION FOR HEATED CYLINDRICAL SPECIMEN**

#### V.A. Smyslov

Samara State Technical University 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The problem of cylindrical specimen surface layer stress-strain state evaluation after surface plastic hardening and following heating is investigated. It is shown, that due to Young's modulus change during the temperature stressing essential residual stress fields change happens. Results for cylindrical specimens, strengthened under different technologies, are introduced.

**Keywords:** cylindrical specimen, surface plastic hardening, residual stress, temperature stressing.

Vitaliy A. Smyslov, Postgraduate Student.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МКЭ НАГРЕВА КОЛЬЦА РОЛИКОВОГО ПОДШИПНИКА ПРИ ШЛИФОВАНИИ ДОРОЖКИ КАЧЕНИЯ

## В.Г. Фокин, В.А. Дмитриев

Самарский государственный технический университет 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Представлены результаты компьютерного моделирования методом конечных элементов в двухмерной постановке процесса нагрева внутреннего кольца роликового подшипника при круглом наружном шлифовании. Составлены программы, которые позволяют исследовать нагрев колец разных типоразмеров при разных режимах шлифования.

**Ключевые слова:** кольцо подшипника, врезное шлифование, процесс нагрева, компьютерное моделирование, метод конечных элементов.

Шлифование дорожки качения – важнейшая технологическая операция при изготовлении колец подшипников. Во время этой операции происходит нагрев поверхности кольца в зоне контакта со шлифовальным кругом на несколько сотен градусов [1, 2]. Локальное температурное поле вблизи контакта имеет большие градиенты. При таких условиях в поверхностном слое дорожки качения формируются остаточные напряжения, нередко растягивающие, а также могут происходить фазовые превращения материала. Эти процессы существенно влияют на долговечность детали и, следовательно, всего подшипника.

Данная работа посвящена компьютерному моделированию методом конечных элементов (МКЭ) в двухмерной постановке процесса нагрева внутреннего кольца роликового подшипника при круглом наружном шлифовании дорожки качения. Рассматриваются два типа плоских конечно-элементных моделей нагрева кольца при шлифовании дорожки качения. Принципиально МКЭ позволяет решать задачу нагрева кольца в 3D постановке с точным соблюдением всех геометрических и физических условий, но для такой объемной задачи требуются на несколько порядков большие компьютерные ресурсы.

На рис. 1 показаны фрагменты кольца подшипника и шлифовального круга во время контакта. На рис. 2 показана геометрия модели первого типа в виде плоской задачи теплопроводности для сектора. Толщина сектора равна ширине дорожки B, наружный диаметр  $D_{\partial}$  равен среднему наружному диаметру дорожки качения (сечение A–A на рис.1). Торцы сектора считаются теплоизолированными, на внутренней и внешней поверхностях сектора происходит конвективный теплообмен, кроме небольшого участка внешней поверхности, где имеется контакт со шлифовальным кругом и подводится тепло. Этот участок перемещается по наружной окружности сектора в среднем со скоростью вращающейся детали на внешнем среднем диаметре. После прохождения поверхности сектора (см. рис. 2) источник тепла исчезает на время шлифования оставшейся части кольца, затем снова повторяется цикл нагрева сектора подвижным локальным источником тепла.

Владимир Григорьевич Фокин (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Механика».

Владимир Александрович Дмитриев (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Технология машиностроения».



Рис. 1. Схема шлифования кольца



Допустимость представленной плоской модели нагрева кольца при шлифовании дорожки качения оправдана следующими факторами:

- конусность дорожки качения небольшая (11°38');

– толщина (0,5( $D_{\partial}$ – $d_{\partial}$ )) значительно меньше ширины *B* и диаметра  $D_{\partial}$ ;

– локальный источник тепла в контакте кольца и круга почти линейный, имеет вид прямоугольника длиной В и шириной, равной ширине зоны контакта  $l_k << B$ , поэтому можно полагать, что продольный поток тепла в середине контактной зоны кольца (B/2) в момент контакта невелик;

– температурное поле кольца вне зоны шлифования почти осесимметричное изза цикличности быстрого кругового движения источника тепла, что позволяет приближенно полагать отсутствие потока тепла в окружном направлении и принять условие теплоизоляции торцов сектора (см. рис. 2).

Предложенная выше плоская модель первого типа в лучшей степени определяет максимальные температуры при шлифовании и их градиент в локальных зонах контакта кольца с кругом и менее точно характеризует общий нагрев кольца, т. к. не учитываются буртики кольца.

С помощью модели первого типа решена задача нагрева при шлифовании внутреннего кольца подшипника 7517А-02. Геометрия радиального сечения кольца дана на представленных выше рис. 1, 2. Размеры: внутренний диаметр  $d_{\partial} = 85$  мм, наружный диаметр в среднем сечении АА (см. рис. 1)  $D_{\partial} = 100$  мм, ширина дорожки качения (толщина сектора – модели) B = 27,26 мм, угол конусности  $\alpha = 11,64^{\circ}$ . Материал: сталь ШХ15 HRC62 – 66; физические свойства материала при 20 °C: плотность 7812 кг/м<sup>3</sup>, коэффициент теплопроводности 43 Вт/м·град, теплоемкость 830 Дж/кг·град; коэффициент конвективной теплоотдачи при охлаждении СОЖ (содовый раствор) принят как у воды 3000 Вт/м<sup>2</sup>·град, температура внешней среды 20 °C. Режим предварительного шлифования: круг 25А16СМ27К5, диаметр круга  $D_{\kappa} = 600$  мм, частота вращения круга  $n_{\kappa} = 1800$  об/мин, частота вращения детали – кольца подшипника  $n_{\partial} = 180$  об/мин, поперечная подача круга на врезание S = 0,48мм/мин, снимаемый припуск 0,42 мм.

Для указанного режима рассчитываются следующие параметры.

Скорость периферии шлифовального круга:

$$V_{\kappa} = \frac{\pi D_{\kappa} n_{\kappa}}{60} = \frac{3,1415 \cdot 0,6 \cdot 1800}{60} = 56,55 \, \text{m/c} \,. \tag{1}$$

Скорость детали на наружном диаметре в среднем сечении АА (см. рис. 1)

$$V_{\partial} = \frac{\pi D_{\partial} n_{\partial}}{60} = \frac{3,1415 \cdot 0,1 \cdot 180}{60} = 0,9425 \, \text{m/c} = 56,55 \, \text{m/muh} \ . (2)$$

Время одного оборота детали

$$t_{o\delta} = \frac{60}{n_{o}} = \frac{60}{180} = 0,33333 \,\mathrm{c.} \tag{3}$$

Глубина резания на один оборот

$$a = \frac{S \cdot t_{o\delta}}{60} = \frac{0.48 \cdot 0.33333}{60} = 0.00267 \text{ MM/c.}$$
(4)

Теоретическая ширина контакта круга и детали [3]

$$l_{k} = \sqrt{\frac{a \cdot D_{k} \cdot D_{\delta}}{(D_{k} + D_{\delta})}} = \sqrt{\frac{0.00267 \cdot 600 \cdot 100}{(600 + 100)}} = 0.4784 \text{ MM.}$$
(5)

Эффективная ширина контакта

 $l_{\mathfrak{I}} = l_k \cdot K_1 \cdot K_2 = 0,4784 \cdot 0,48 \cdot 0,45 = 0,1033 \,\mathrm{MM},\tag{6}$ 

где  $K_1$  – коэффициент, учитывающий, что поверхность круга состоит из зерен и пор, зерна составляют 48 % в структуре № 7 круга [2];

 $K_2$  – коэффициент, учитывающий неравномерность выделения тепла в контакте, принят равным 0,45 согласно рекомендациям авторов работы [1].

Время экспозиции теплового потока на эффективной ширине контакта

$$t_{\mathfrak{I}} = \frac{l_{\mathfrak{I}}}{V_{\mathfrak{I}}} = \frac{0.1033}{942.48} = 1,096 \cdot 10^{-4} \,\mathrm{c.} \tag{7}$$

Для определения теплового потока в контакте необходимо знать или силы резания, или затрачиваемую на шлифование мощность. С этой целью выполнена симуляция нагрева кольца по разработанной модели для ряда мощностей и найдена зависимость максимальной температуры  $T_{max}$  от потребляемой мощности. На основании этой зависимости для известной  $T_{max}$  можно определить мощность.

Температура  $T_{max}$  найдена по эмпирической формуле из работы [2], учитывающей и тип материала (ШХ15), и указанный выше режим шлифования  $\alpha = V_k / V_{\partial} = 60$ :

$$T_{\max} = 500 \cdot V_k^{0,16} \cdot K_M \cdot K_0 = 500 \cdot 56,55^{0,16} \cdot 1,08 \cdot 0,853 = 879,8^{\circ}C,$$
(8)

где  $K_{M} = 1,08 -$ коэффициент, учитывающий тип материала (ШХ15) при  $\alpha = 60$ ;

 $K_0$  – коэффициент, учитывающий давление СОЖ: для принятого давления  $p = 3 \text{ кгс/см}^2$  коэффициент  $K_0 = 0.93 \cdot p^{-0.08} = 0.93 \cdot 3^{-0.08} = 0.853.$ 

Предварительные расчеты нагрева детали по предлагаемой модели показали, что для достижения  $T_{max} = 879.8$  °C нужна мощность  $N \approx 4.45$  кВт.

В деталь поступает примерно 0,7 выделяемого тепла [1], поэтому тепловой поток на эффективной поверхности контакта можно определить как

$$q = \frac{0.7 \cdot N}{l_2 \cdot B} = \frac{0.7 \cdot 4450}{0.1033 \cdot 27,26 \cdot 10^{-6}} = 1106,2 \cdot 10^6 \,\mathrm{Br/m^2}.$$
(9)

В модели первого типа тепловой источник шириной  $l_{2}$  с тепловым потоком q перемещается дискретно шагами величиной  $l_{2}$  по наружной поверхности сектора (см. рис. 2) со средней скоростью  $V_{\partial}$ , задерживаясь на каждом шаге на время  $t_{3}$ . Движение источника тепла по сектору кольца циклически повторяется с периодом  $t_{o\delta}$ . Так имитируется движение контактной зоны шлифования относительно детали – кольца. На каждом шаге решается МКЭ нестационарная задача теплопроводности.

Результаты расчета нагрева кольца при шлифовании с помощью плоской конечноэлементной модели первого типа представлены на рис. 3-6.



Рис. 3. Модель первого типа. Распределение температуры в зоне шлифования на 1,34 с







Рис. 4. Модель первого типа. Распределение температуры вне зоны шлифования на 1,67 с



Рис. 6. Модель первого типа. График изменения температуры в точке на поверхности кольца

Плоская конечно-элементная модель второго типа показана на рис. 7. Она представляет собой пластинку толщиной  $l_2$ , форма которой совпадает с радиальным сечением кольца подшипника. На поверхности дорожки качения периодически под-

водится тепловой поток q в течение времени  $t_3$  (контактная зона шлифования), затем в течение времени  $t_{ob} - t_3$  идет конвективный теплоотвод. По всем другим поверхностям постоянно происходит конвективная теплопередача. Такая модель достаточно адекватна вдали от зоны шлифования, т. к. в этом случае поле температур близко к осесимметричному из-за цикличности процесса.



В радиальном сечении, проходящем через середину зоны шлифования в плоской модели второго типа, картина температур близка к реальной только в тонком поверхностном слое. В этом слое в середине зоны шлифования почти отсутствует окружной поток тепла из-за однородности подводимого внешнего потока тепла на участке  $l_3$ . Здесь же и достигается максимальная температура. Результаты расчета нагрева кольца при шлифовании с помо-



щью модели второго типа представлены на рис. 8-11.



Рис. 8. Модель второго типа. Распределение температуры в зоне шлифования на 19,66 с



Рис. 10. Модель второго типа. График изменения температуры по глубине кольца в зоне шлифования на 19,66 с

Рис. 9. Модель второго типа. Распределение температуры вне зоны шлифования на 20 с



Рис. 11. Модель второго типа. График изменения температуры в точке на поверхности кольца

Сравнивая поля температур на рис. 3, 4, 8, 9 и графики на рис. 5, 10, можно видеть близость результатов расчета нагрева кольца с помощью обеих конечноэлементных моделей. Вторая модель дает решение задачи нагрева значительно быстрее, чем первая.

#### Заключение

1. Разработаны две различные плоские конечно-элементные модели процесса нагрева кольца роликового подшипника при шлифовании дорожки качения. Составлены программы, позволяющие рассчитывать температуру колец разных типоразмеров при различных режимах шлифования.

2. Обе конечно-элементные плоские модели процесса нагрева кольца при шлифовании дают относительно близкие результаты по распределению температур в зоне шлифования. Для первой модели  $T_{max} = 874,49$  °C, для второй модели  $T_{max} = 848,89$  °C.

3. Как показали расчеты, максимальная температура во время шлифования меняется слабо и ее изменение, видимо, связано с общим нагревом кольца (рис. 6, 11).

4. Вторая модель лучше характеризует общий нагрев кольца, т. к. учитываются буртики, в то время как первая модель лучше характеризует нагрев кольца в зоне шлифования.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. *Li Y.Y., Chen Y.* Моделирование процесса шлифования // Современное машиностроение. Сер. Б. 1989. № 8. С. 36-44.
- Абразивная и алмазная обработка материалов. Справочник / Под ред. проф. А.Н. Резникова. М.: Машиностроение, 1977. – 391 с.
- 3. *Наерман М.С., Наерман Я.М.* Руководство для подготовки шлифовщиков. М.: Высш. шк., 1989. 279 с.

Статья поступила в редакцию 17 сентября 2013 г.

## THE SIMULATION OF THE FINITE-ELEMENT METHOD OF BEARING COLLAR HEATING DURING RACE GRINDING

#### V.G. Fokin, V.A. Dmitriev

Samara State Technical University 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The results of the computer simulation by means of the finite-element method in 2D for heating a bearing collar during external grinding are presented. Programs are written allowing to investigate heating bearing collars of various standard sizes in a variety of grinding modes.

**Keywords:** bearing ring, plunge grinding, heating process, computer modeling, finite element method.

Vladimir G. Fokin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor. Vladimir A. Dmitriev (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

## УДК 621

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА АВТОМАТИЧЕСКОЙ СБОРКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ

#### Л.Б. Черняховская

Самарский государственный технический университет 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

На основе анализа вертикальной схемы сборки цилиндрических деталей, при которой одна из них закреплена, а вторая перемещается, опираясь на кромку первой, установлены основные закономерности процесса их совмещения. Определены траектории и скорости точек, расположенных на поверхности подвижной детали, получены уравнения центроид для каждой детали. Предложена методика расчета минимальных значений сборочных усилий, обеспечивающих совмещение деталей, и сил взаимодействия в точках контакта, препятствующих этому процессу.

**Ключевые слова:** цилиндрические детали, автоматическая сборка, три точки контакта, траектории, скорости, центроиды, сборочные усилия.

Надежность автоматической сборки цилиндрических деталей, как и любых операций, реализующих механическое перемещение, определяется соответствием движения исполнительного механизма объективным закономерностям движения, обусловленным особенностями относительного расположения деталей.

В данной работе приводятся результаты анализа процесса сборки цилиндрических деталей с малым гарантированным зазором [1], при котором одна из деталей (втулка или вал) закрепляется в вертикальном положении, а вторая, установленная на нее сверху, перемещается, опираясь на три точки кромки первой.

При решении этой задачи обе детали считаются абсолютно твердыми телами правильной геометрической формы, а контакт между их поверхностями – точечным, детали имеют гарантированный зазор  $\delta = D - d$ , где D – диаметр отверстия втулки, d – диаметр вала. Детали в процессе совмещения контактируют тремя точками в том случае, угол между их осями  $\gamma > \arccos d$ . Одна из точек контакта, точка K, находится между образующей вала и кромкой отверстия втулки в плоскости, проходящей через оси деталей, две другие расположены между совмещаемыми кромками симетрично указанной плоскости, их положение характеризуется точкой B, являющей-ся серединой соединяющего их отрезка (рис. 1, рис. 2).

В процессе совмещения угол наклона между деталями  $\gamma$  уменьшается, симметричные точки контакта сближаются и при  $\gamma$  = arccos d/D сливаются в одну. Дальнейшее движение деталей происходит при значениях  $\gamma$  < arccos d/D и протекает в условиях контакта двумя точками. Закономерности этого движения детально и полно исследованы в работах, посвященных автоматической сборке цилиндрических деталей [2], [3].

Деталь, опирающаяся на три точки кромки другой детали, может совершать три независимых друг от друга движения: вращение вокруг собственной оси, вращение вокруг оси неподвижной детали и плоскопараллельное движение с основной плоскостью, совпадающей с плоскостью симметрии деталей. В первых двух случаях угол ү

Людмила Борисовна Черняховская (к.ф.-м.н., доц.), доцент кафедры «Механика».

между осями деталей не меняется, расстояния между точками контакта остаются постоянными и совмещения деталей не происходит.



Рис. 1. Геометрические параметры процесса совмещения для вертикально закрепленной втулки



Рис. 2. Геометрические параметры процесса совмещения для вертикально закрепленного вала

Изменение угла  $\gamma$  происходит только при плоскопараллельном движении, закономерности которого характеризуют процесс совмещения деталей. Плоскопараллельное движение подвижной детали характеризуется движением ее сечения в плоскости симметрии, проходящей через оси деталей. В общем случае положение сечения в своей плоскости определяется тремя параметрами: координатами  $y_C$ ,  $z_C$  центра масс C подвижной детали и углом  $\gamma$  между их осями, но в процессе совмещения точки контакта ограничивают свободу перемещения, вследствие чего координаты центра масс подвижной детали, как и всех остальных ее точек, однозначно определяются углом γ между осями деталей.

Положение точек подвижной детали определяется относительно неподвижной системы координат, связанной с центром совмещаемого торца неподвижной детали. Если подвижной деталью является вал, то его положение определяется относительно системы координат  $O_1 xy$ , начало которой выбирается в центре окружности совмещаемой кромки втулки (см. рис. 1); если подвижная деталь – втулка, то ее положение определяется относительно системы координат  $O_2\eta\varsigma$ , (см. рис. 2). В первом случае положение симметричных точек контакта характеризуется расстоянием  $S_1 = O_1 B$  отрезка, соединяющего симметричные точки контакта, до центра  $O_1$ ; во втором случае – расстоянием  $S_2 = O_2 B$ :

$$S_1 = O_1 B = \frac{D(1 + \cos^2 \gamma) - 2d \cos \gamma}{2\sin^2 \gamma};$$
$$S_2 = O_2 B = \frac{d(1 + \cos^2 \gamma) - 2D \cos \gamma}{2\sin^2 \gamma}.$$

Расстояния от точки O<sub>3</sub> пересечения осей деталей до центров O<sub>1</sub> и O<sub>2</sub> определяются равенствами

$$O_1O_3 = -\frac{d - D\cos\gamma}{2\sin\gamma}; \quad O_2O_3 = -\frac{D - d\cos/\gamma}{2\sin\gamma}.$$

Координаты центра масс подвижной детали в указанных системах координат равны

$$y_C = 0.5H \sin\gamma - O_1 O_3 \sin\gamma; \quad \eta_C = 0.5H \sin\gamma - O_2 O_3 \sin\gamma;$$
  
$$z_C = 0.5H \cos\gamma - S_2 \sin\gamma. \qquad \varsigma_C = 0.5H \cos\gamma - S_1 \sin\gamma.$$

Таким образом, положение подвижной детали в процессе совмещения однозначно определяется углом между осями, т. е. подвижная деталь имеет одну степень свободы, а угол  $\gamma$  является обобщенной координатой. Кроме того, выражения для координат всех точек подвижной детали при трехточечном контакте полностью совпадают с выражениями для координат этих же точек при двухточечном контакте [2], [3]. Следовательно, движение детали, обеспечивающей процесс совмещения, независимо от числа точек контакта подчиняется одним и тем же закономерностям.

Для обеспечения совмещения деталей необходимо, чтобы траектория, создаваемая сборочным устройством, соответствовала траектории той точки, на которую это устройство воздействует. Так, например, сборка вертикальным усилием, приложенным к точке *M* вала (см. рис. 1), возможна при установке вала на позиции сборки под углом, не превышающим определенного значения. Координаты точки *M* вала, определяющие ее положение в процессе совмещения, равны

$$y_M = 0.5 D - H \sin \gamma;$$
  
$$z_M = H \sin \gamma + O_1 O_3 \sin \gamma.$$

Траектория точки M, построенная в соответствии с этими уравнениями, имеет точку перегиба, положение которой зависит от угла  $\gamma$ . Угол, соответствующий наивысшему положению точки M, определяется графиком зависимости координаты  $z_M$  этой точки от угла между осями деталей  $\gamma$ . На рис. 3 представлен указанный график, построенный для деталей с размерами d = 49.9 мм, D = 50 мм, H = 70 мм в интервале изменения угла, определяемом неравенством  $\arccos \frac{d}{D} \le \gamma \le 0.5$ . Как следует из графика, максимально высокое положение точки M соответствует значению угла

 $\gamma_{max} = 21,7^{0}$ . Это означает, что совмещение деталей указанных размеров в данном случае возможно при условии, если вал будет установлен на кромку втулки под углом  $\gamma < 21, 7^{\circ}$ , в противном случае произойдет заклинивание деталей.





Рис. 3. Траектория точки М, соответствующая процессу совмещения деталей

Рис. 4. Зависимость максимальной высоты вала от угла у<sub>max</sub> на позиции сборки

Максимальное значение координаты  $z_M$ , соответствующее точке перегиба кри- $\frac{dz_M}{dy} = 0$ , откуда следует,  $z_M = z_M(\gamma)$ , определяется уравнением что вой  $H_{\rm max} = \frac{D - d\cos\gamma_{\rm max}}{\sin^3\gamma_{\rm max}}.$ 

Из этого равенства можно для конкретных значений d и D найти соотношение между значением максимальной высоты вала  $H_{max}$  и значением угла  $\gamma_{max}$  при котором точка М начинает в процессе совмещения опускаться. На рис. 4 представлен график зависимости максимальной высоты вала  $H_{max}$  от угла  $\gamma_{max}$  для деталей с диаметрами d = 49.9 мм, D = 50 мм. Как следует из графика, чем меньше высота вала, тем больше может быть угол между осями, соответствующий началу совмещения деталей при сборочном усилии, приложенном в точке М.

Координаты точки А, находящейся на конце диаметра нависающей части кромки вала в плоскости симметрии, равны (рис. 5)

$$y_A = S_1 + \left(\frac{d}{2} - S_2\right)\cos\gamma = \frac{D}{2};$$
$$z_A = \left(\frac{d}{2} - S_2\right)\sin\gamma = \frac{d - D\cos\gamma}{\sin\gamma}.$$

Следовательно, точка А движется по прямой АА<sub>1</sub>, являющейся продолжением находящейся в плоскости симметрии образующей внутренней поверхности втулки. При достижении углом между осями значений  $\gamma \leq \arccos d/D$  точка A плавно переходит на внутреннюю поверхность втулки, т. е. траектория точки А не меняется в течение всего процесса совмещения.

Особенности движения точки А позволяют установить направления скоростей всех точек вала для любого значения угла  $\gamma$  (рис. 5) при помощи мгновенного центра скоростей L, который находится в точке пересечения перпендикуляров, проведенных

к скоростям в точках A и K. При трехточечном контакте скорость точки B, лежащей в плоскости симметрии деталей в середине отрезка  $B_1B_2$ , будет направлена перпендикулярно отрезку BL, значит, векторы скоростей в симметричных точках контакта  $B_1$  и  $B_2$  при плоскопараллельном движении будут параллельны скорости точки B и равны ей по величине.



Рис. 5. Распределение скоростей при контакте деталей в трех точках

Координаты мгновенного центра скоростей L (см. рис. 5) в системах координат  $O_{1yz}$  и  $O_{25\eta}$  при контакте деталей в трех точках соответственно равны

$$y_L = -S_1 = -\frac{D(1+\cos^2\gamma) - 2d\cos\gamma}{2\sin^2\gamma}; \quad z_L = 2O_3O_1 = \frac{d-D\cos\gamma}{\sin\gamma};$$
$$\eta_L = -S_2 = -\frac{d(1+\cos^2\gamma) - 2D\cos\gamma}{2\sin^2\gamma}; \quad \zeta_L = 2O_3O_2 = \frac{D-d\cos\gamma}{\sin\gamma}$$

В тот момент, когда точка A пересекает плоскость окружности кромки, скорость точки K равна нулю, т. е. при  $\gamma$  = arccos d/D мгновенный центр скоростей находится в точке K. Скорость точки K при углах  $\gamma$  < arccos d/D меняет направление на противоположное по сравнению с контактом деталей в трех точках. Скорость точки A (рис. 6), в которой сливаются две симметричные точки контакта, направлена по образующей внутренней поверхности втулки. Мгновенный центр скоростей  $L_1$  в этом случае выходит за пределы сечения вала (см. рис. 6), но его координаты в неподвижной и подвижной системах координат после преобразований приводятся к тем же выражениям, что и при трехточечном контакте.

Координаты мгновенного центра скоростей, выраженные в системах координат, связанных с каждой деталью, определяют формы двух центроид, одна из которых принадлежит валу, вторая – втулке (рис. 7). Движение, приводящее к совмещению деталей, независимо от их относительного расположения представляет собой качение без скольжения центроид друг по другу.

Полученная кинематическая модель процесса совмещения деталей при трехточечном контакте между ними, основанная на законах плоскопараллельного движения, позволяет рассмотреть задачу определения сил взаимодействия в точках контакта и оценить степень их влияния на процесс совмещения.



Рис. 6. Геометрические параметры при контакте в двух точках



Рис. 7. Центроиды: 1 – подвижная; 2 – неподвижная

Силы взаимодействия в точках контакта состоят из реакций и сил трения. Нормальная реакция, действующая на деталь в симметричных точках контакта, должна лежать одновременно в двух плоскостях, одна из которых, являясь нормальной по отношению к кромке вала, проходит через ось вала, другая – через ось втулки; следовательно, силы, действующие на деталь в точках  $B_1$  и  $B_2$ , будут направлены по линии пересечения этих плоскостей, т. е. по прямой, соединяющей соответствующую точку контакта с точкой  $O_3$  пересечения осей вала и втулки. При плоскопараллельном движении нормальные реакции  $\overline{N}_{B1}$  и  $\overline{N}_{B2}$  в симметричных точках контакта  $B_1$  и  $B_2$  равны по модулю, а их равнодействующая  $\overline{N}_B$  направлена по прямой, соединяющей точку B (середину отрезка  $B_1B_2$ ) с точкой пересечения осей вала и втулки  $O_3$ , и проходит через мгновенный центр скоростей L (рис. 8).



Рис. 8. Направления сил, действующих на вал в точках контакта деталей

Модуль равнодействующей равен  $N_B = 2N_{B1}\sin\alpha$ , где  $\sin\alpha = \frac{O_3B}{O_3B_1}$ ,  $O_3B_1$  – от-

резок, соединяющий точку пересечения осей деталей с одной из симметричных точек контакта.

Силы трения  $\overline{F}_{B1}$  и  $\overline{F}_{B2}$  в симметричных точках контакта  $B_1$  и  $B_2$  направлены противоположно скоростям в этих точках и приводятся к равнодействующей  $\overline{F}_B$ , равной  $F_B = 2 f N_{B1}$  и приложенной в точке *B*. При плоскопараллельном движении все силы, действующие на подвижную деталь в точках контакта, образуют систему сил, расположенную в плоскости симметрии деталей. Следовательно, результирующее действие сборочного устройства также должно приводиться к плоской системе сил.

Движение детали, опирающейся на три точки и имеющей одну степень свободы, начинается в том случае, если обобщенная сила  $Q_{\gamma}$ , соответствующая определенному значению угла  $\gamma$  между осями деталей, становится больше нуля. Выражение для обобщенной силы, полученное после соответствующих преобразований, оказалось равным сумме моментов всех приложенных к детали сил относительно мгновенного центра скоростей. Учитывая, что сумма моментов всех нормальных реакций равна нулю, так как их линии действия проходят через мгновенный центр скоростей, получаем, что обобщенная сила равна сумме моментов сборочных усилий, силы тяжести и сил трения в точках контакта:

$$Q_{\gamma} = m_L(\overline{F}) + M + m_L(mg) + m_L(\overline{F}_K) + m_L(\overline{F}_B) \succ 0.$$

Таким образом, процесс совмещения происходит при условии, что моменты сборочных усилий и силы тяжести превышают сумму моментов сил трения относительно мгновенного центра скоростей:

$$m_L(F) + M + m_L(mg) \succ m_L(F_K) + m_L(F_B).$$

При вертикальной схеме сборки сила тяжести подвижной детали может способствовать совмещению или препятствовать ему в зависимости от величины угла  $\gamma$ . В процессе совмещения существует угол  $\gamma_0$ , при котором линия действия силы тяжести проходит через мгновенный центр скоростей и момент силы тяжести становится равным нулю. Для того чтобы определить значение  $\gamma_0$ , соответствующее конкретным параметрам деталей, достаточно приравнять нулю плечо силы тяжести:  $y_C - y_L = 0$ . Например, для схемы, в которой подвижной деталью является вал, для значений D = 50 мм, d = 49,95 мм, H = 70 мм при  $\gamma_0 = 7,3^0$  момент силы становится равным нулю и, следовательно, при углах  $\gamma < 7,3^0$  направлен в сторону совмещения деталей. Существуют способы сборки цилиндрических деталей [4], заключающиеся в искусственном смещении центра тяжести вала, в этом случае момент силы тяжести превышает сумму моментов сил трения и обеспечивает процесс совмещения.

При вертикальной схеме сборки область минимальных значений сборочных усилий, обеспечивающих совмещение, можно определить исходя из того, что в первом приближении процесс совмещения деталей можно представить как квазистатический, т. е. рассматривать его как совокупность пошаговых перемещений детали из состояния равновесия к движению. В этом случае каждый шаг может быть описан уравнениями равновесия, что соответствует малым перемещениям, скоростям и ускорениям, характерным для процесса совмещения, и минимальным значениям сборочных усилий, обеспечивающих совмещение.

При равновесии детали независимо от схемы сборки сумма моментов всех действующих на нее сил относительного мгновенного центра скоростей *L* равна нулю:

$$m_L(\overline{F}) + M + m_L(mg) + m_L(\overline{F}_K) + m_L(\overline{F}_B) = 0.$$



Рис. 9. Распределение действующих на вал сил при сборке плоским толкателем

Это уравнение дополняется уравнениями проекций всех сил на оси координат у и *z* (рис. 8), выражения которых также одинаковы для обеих схем сборки:

$$\sum F_{ky} = F_y + N_K \cos\gamma + F_K \sin\gamma - N_B \sin\varepsilon + F_B \cos\varepsilon = 0;$$
  
$$\sum F_{kz} = F_z - mg + N_K \sin\gamma - N_K \cos\gamma + N_B \cos\varepsilon + F_B \sin\varepsilon = 0.$$

Совместное решение полученных уравнений позволяет определить минимальные значения сборочных усилий, необходимых для обеспечения процесса совмещения для конкретной схемы сборки и возникающих в точках контакта сил взаимодействия между деталями.

Анализ полученных уравнений показал, что при воздействии на деталь сборочным усилием в точках контакта возникают значительные силы взаимодействия между деталями, которые возрастают при уменьшении угла между осями деталей.

При воздействии на вал вертикальной силой  $\overline{F}$ , приложенной в точке M, получаем уравнения, которые после преобразований приводятся к виду (рис. 9)

$$N_{\kappa}(\cos \gamma + f \sin \gamma) - 2N_{\mu}(\sin \alpha \sin \varepsilon - f \cos \varepsilon) = 0;$$

$$N_{K}(\sin \gamma - f \cos \gamma) + 2N_{B1}(\sin \alpha \cos \varepsilon + f \sin \varepsilon) - mg - F = 0;$$

$$F(y_{M} - y_{L}) + mg(y_{C} - y_{L}) - f N_{K}LK - 2f N_{B1}LB = 0.$$



Рис. 10. Графики изменения реакции в точке К и сборочного усилия F в зависимости от угла ү

Входящие в эти уравнения отрезки и тригонометрические функции определяются через известные величины  $S_1$  и  $O_1O_3$ . На рис. 10 приведены графики зависимостей от угла  $\gamma$  силы  $N_k$ , действующей на вал в точке K, и минимального значения сборочного усилия F, способного сообщить валу движение внутрь втулки. Сила тяжести принята за единицу измерения искомых величин. Интервал изменения угла  $\gamma$  заключен между минимальным значением, при котором существует трехточечный контакт  $\gamma_0 = \arccos d/D$ , и значением  $\gamma_{max} = 21, 7^0$ , определяющим максимально высокое расположение точки M, при котором возможно совмещение деталей.

Как следует из графиков, значения реакций, действующих на вал в точках контакта, и сборочного усилия при уменьшении угла между осями резко возрастают и 140 при углах  $\gamma \to \arccos \frac{d}{D}$  значительно превышают значение силы тяжести. Точно такие силы действуют в точках контакта и на кромку отверстия втулки, что препятствует совмещению и является причиной повреждения поверхностей деталей и их возможного заклинивания.

Существуют устройства для сборки деталей, в которых процесс совмещения обеспечивается вращающим моментом, приложенным к валу со стороны сборочного устройства [6]. В этом случае уравнения, определяющие минимальные значения сборочных усилий и сил взаимодействия, принимают вид

 $N_{K}(\cos \gamma + f \sin \gamma) - 2N_{B1}(\sin \alpha \sin \varepsilon - f \cos \varepsilon) = 0;$ 

 $N_{\kappa}(\sin\gamma - f\cos\gamma) + 2N_{B1}(\sin\alpha\cos\varepsilon + f\sin\varepsilon) - mg = 0;$ 

 $M + mg(y_{C} - y_{L}) - f N_{K}LK - 2f N_{B1}LB = 0.$ 

Анализ таких способов сборки показал, что силы взаимодействия в этом случае по мере приближения угла между осями к значению  $\gamma = \arccos \frac{d}{d}$  также возрастают,

однако их значения на порядок меньше, чем в первом случае. Наименьшее значение силы взаимодействия будут иметь при сборке деталей устройствами со смещенными центрами тяжести, поскольку они будут определяться только силой тяжести вала. Следовательно, сборку легко повреждаемых деталей предпочтительнее производить устройствами, воздействующими на вал вращающими моментами, или устройствами, осуществляющими саморегулирование деталей при помощи искусственно смещенных центров тяжести.

#### Выводы

1. На основании кинематического анализа процесса сборки цилиндрических деталей установлены траектории и скорости точек подвижной детали, расположенных на ее поверхности, характеризующие процесс совмещения, что позволяет определять технологические требования, обеспечивающие автоматическую сборку цилиндрических деталей. Определены уравнения центроид, связанных с каждой деталью, соответствующих процессу совмещения деталей.

2. Для вертикальной схемы сборки предложена квазистатическая модель динамики стационарных состояний процесса силового взаимодействия вала и втулки, позволяющая определить области минимальных значений сборочных усилий и соответствующих им сил взаимодействия в точках контакта, что дает возможность в первом приближении оценивать эффективность и надежность способов сборки и проектируемых сборочных устройств.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. *Черняховская Л.Б.* Кинематический и динамический анализы автоматической сборки цилиндрических деталей: Монография. Самара: Самар. гос. ун-т, 2011. 76 с.
- Рабинович А.Н. Проблемы ориентации деталей при автоматической сборке // Научные основы автоматической сборки. – М.: Машиностроение, 1976. – С. 120-131.
- 3. *Холодкова А.Г.* Особенности автоматического выполнения цилиндрических соединений с малыми зазорами // Сборка в машиностроении и приборостроении. 2004. № 4. С. 14-17.
- 4. Жарков Г.Е., Прилуцкий В.А. Саморегулирование положения подвижной детали при сборке // Сборка в машиностроении и приборостроении. 2012. № 9. С. 11-14.
- 5. Патент на изобретение № 1668090. МКИ В23 Р 19/04. Устройство для сборки цилиндрических деталей с гарантированным зазором. Сам. гос. техн. ун-т. Проничкин К.Б., Черняховская Л.Б.

## MATHEMATICAL ANALYSIS OF AUTOMATED PROCESS OF THE CYLINDRICAL DETAILS ASSEMBLE

## L.B. Chernyahovskaya

Samara State Technical University 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The vertical scheme of assembly of cylindrical details, during which one of them is fixed, and the other one moves, leaned on the edge of the other one, was analyzed. The fundamental laws of their matching were established. The trajectories and the velocities of the points located on the moving detail surface were determined. The equations of the centrodes rigidly connected to the details were obtained. The method of the calculation of the minimal assembling forces was proposed. The method of calculations of the range of minimal values of the forces both assembling and preventing from the assembling the details was proposed.

**Keywords:** cylindrical parts, the automated assembly, three points of contact, trajectories, velocities, centrodes, assembling force.

Liudmila B. Chernyahovskaya (Ph.D. (Phys. & Math.)), Associate professor.