

# Машиностроение

УДК 539.621:004.942

## ФИЗИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ КОНТАКТНОЙ ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТИ УПРУГИХ ТЕЛ ПРИ КУЛОНОВСКОМ ТРЕНИИ

*М.Ю. Александрова*Самарский государственный технический университет  
443110, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Проведен анализ моделей, описывающих механизм сцепления упругих тел в условиях сухого трения при циклическом нагружении. Описаны факторы, имеющие существенное влияние для наступления полной и частичной контактной приспособляемости. Представлены результаты численного моделирования полей скольжения и сцепления в сопряженных элементах сборки в условиях циклического нагружения на примере зубка в шарошке бурового долота.*

**Ключевые слова:** трение, приспособляемость, математическая модель.

На поверхностях контакта в номинально неподвижных соединениях элементов конструкций, подвергающихся циклической нагрузке, могут возникать зоны скольжения, которые являются причиной образования фреттинга. Известно, что в упругих системах с трением, подвергающихся периодическим нагрузкам, при определенных условиях после нескольких начальных циклов нагружения может возникать контактная приспособляемость – явление, при котором частичное проскальзывание прекращается после первых нескольких циклов нагружения. Таким образом, чтобы избежать в процессе эксплуатации в соединениях взаимных перемещений контактирующих элементов, необходимо обеспечивать выполнение соответствующих условий приспособляемости. Рассмотрим основные физические аспекты контактной приспособляемости.

Факторами контактной приспособляемости являются постепенное возрастание коэффициента трения в области скольжения и перераспределение контактных сил между телами [1]. Аналитическими и численными методами показано [2-5], что если в контакте  $f > f_{cr}$  (рис. 1), то контактные поверхности стремятся приспособиться. В противном случае, хотя относительные размеры области скольжения очень малы, приспособляемость не наступает. На рис. 1, а показан способ нагружения двух тел нормальными постоянными силами  $P$  и касательными переменными силами  $Q$ . В области контакта проявляется различный характер контактного взаимодействия (рис. 1, б). В координатах  $(Q/P)_{max} - f$  можно выделить области полного скольжения, полного сцепления, частичного скольжения, прогрессирующего скольжения (где скольжение может только увеличиваться от цикла к циклу) и область контактной приспособляемости. Поэтому увеличение коэффициента трения имеет большое значение [5].

В работах [6, 7] приведены графики зависимости коэффициента трения от числа циклов нагрузки. Например, для сплава Al/4%Cu коэффициент трения увеличивается от 0,2 до  $0,6 \div 0,75$ , а для сплава Ti-6Al-4V – от 0,45 до 0,55 за 5000 циклов. Поэтому при оценке возможности контактной приспособляемости следует учитывать возросшее значение коэффициента трения в зоне скольжения  $f_n$  (рис. 2).

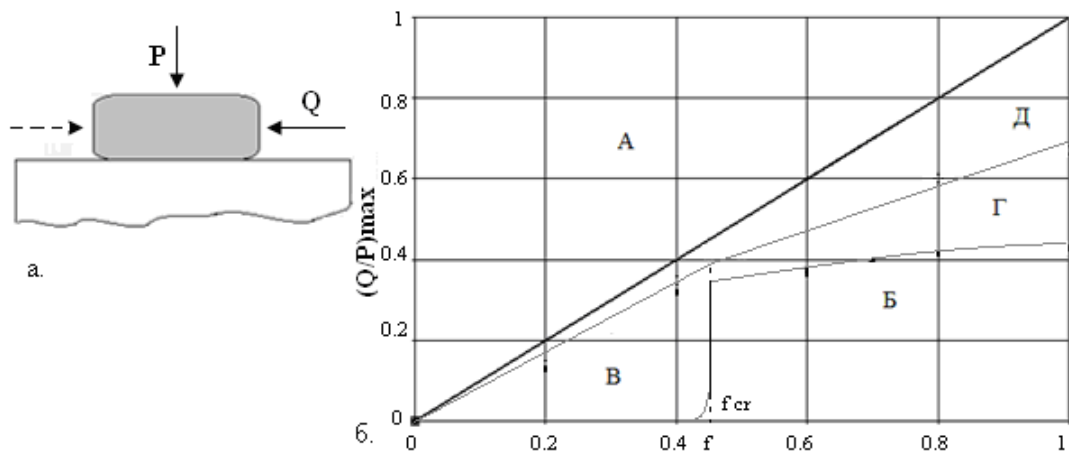


Рис. 1. а – схема нагружения двух упругих тел; б – области с различным характером контактного взаимодействия двух тел в координатах  $(Q/P)_{max} - f$ : А – полное скольжение; Б – полное сцепление; В – частичное скольжение; Г – контактная приспособляемость; Д – прогрессирующее скольжение

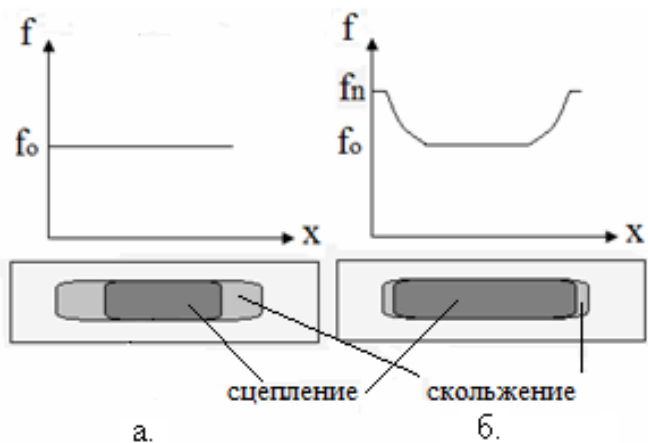


Рис. 2. Коэффициент трения: а – на первом цикле; б – на n-м цикле

Физическая природа изменения коэффициента трения при циклическом взаимодействии тел определяется процессами, происходящими в зоне проскальзывания: адгезией, тепловыделением и т. п. На поверхности трущихся тел адсорбируются вещества, образуются окислы материалов, свойства которых отличаются от свойств основных материалов [8]. Если в ходе повторного нагружения они удаляются, то обнажаются микроучастки контактирующих поверхностей, способных к адгезии, непо-

средственное соприкосновение которых приводит к изменению сил трения и, как следствие, к схватыванию.

Существует несколько описаний явлений, происходящих при взаимном перемещении элементов контакта, в том числе и модели фреттинга. Некоторые из них можно перенести и на противоположную задачу – описание контактной приспособляемости.

На молекулярном уровне можно считать, что, находясь в контакте под нормальной нагрузкой, поверхности контртел достаточно близки. При относительных малых перемещениях они становятся в позицию, где входят в пределы молекулярного взаимодействия. В результате этого на поверхностях фактического контакта появляются точки соединения тел с атомной связью. Эта связь удерживает тела от дальнейшего относительного проскальзывания. Однако если внешняя сила велика и проскальзывание все же происходит, то оно сопровождается вырыванием атомов из решетки металла с образованием свободных частиц, размеры которых сопоставимы с параметрами решетки. Частицы, обладающие большой энергией, активно окисляются даже при наличии в среде «следов» кислорода и начинают играть роль абразива. Подобный механизм описан в молекулярной теории фреттинга [8], основоположниками которой являются Томплинсон, Топ и Гаф.

Такой подход объясняет сцепление контактных поверхностей при очень малых относительных смещениях поверхностей – до 10...100 А. Однако явление приспособляемости в контакте наблюдается и при больших перемещениях (более 6 мкм) [1, 6]. Согласно теории Райта на начальном этапе фреттинга в результате адгезии образуются «мостики» схватывания [8]. При относительных перемещениях эти связи разрушаются с образованием твердых частиц на поверхности неровностей. Можно предположить, что в тех случаях, когда сила сцепления «мостиков» преобладает над внешним воздействием, дальнейших перемещений не будет. Теория Райта помогает объяснить увеличение коэффициента трения на первых циклах нагружения.

Особую трактовку процессам, происходящим в контакте, дали Одинг и Иванова [9], изучавшие влияние на фреттинг-усталость различных металлических материалов газовой среды (воздуха и водорода). На основе полученных данных они сделали вывод, что ведущим процессом при фреттинг-коррозии является не окисление поверхностей, а совокупность механических и электроэрозионных процессов. Первые вызывают разрушение оксидных пленок и образование ювенильных поверхностей металла, а вторые приводят к повышению контактной температуры, образованию ее градиента на поверхности металла, а следовательно, генерированию электродвижущей силы (ЭДС) и возникновению электрического поля в зоне трения напряженностью  $10^8$  В/см [8]. В процессе циклического смещения поверхностей при трении происходит последовательное смыкание и размыкание контактирующих шероховатостей, т. е. последовательное образование электрических зарядов и разрядов. Описанные процессы могут привести контактные поверхности в состояние «сварки».

Исходя из этих представлений одну из ведущих ролей в процессе приспособляемости можно отвести электрофизическому процессу, интенсивность которого однозначно определяется природой материалов сопряженных деталей и коррелирует с рядом активности Вольта по контактной разности потенциалов.

Таким образом, многие из известных моделей фреттинга при наложенных на них ограничениях могут характеризовать процессы, происходящие при контактной приспособляемости. Однако ни одна из моделей не является универсальной.

С другой стороны, необходимо учитывать шероховатость поверхности, где зона фактического сцепления зависит от размера и формы неровностей. Решение задач

механики контактного взаимодействия позволяет рассчитать напряжения и температуры в области контакта [11]. Условием приспособляемости является возникновение поля остаточных напряжений таких, что при их сложении с напряжениями от внешних сил создаются условия, исключающие дальнейшее скольжение. Остаточные напряжения появляются вследствие неоднородности поля скольжения в контакте [5]. Этот вывод граничит с предположением Фенга и Райтмайера, что износ при фреттинге является результатом деформаций шероховатостей, взаимодействие которых приводит к пластическому отгеснению материала или микрорезанию. При локальном повышении температуры и росте сил адгезии между взаимодействующими участками контакта возможно образование «мостиков» сварки или перенос металла с одной поверхности на другую. При малой величине сил адгезии образуются свободные частицы продуктов износа.

Для решения задачи определения условий, при которых система приводится в состояние контактной приспособляемости, анализировалась контактная задача взаимодействия тел. Методом конечных элементов производился расчет в программном комплексе Ansys. Результаты численного моделирования подтверждают и уточняют условия наступления контактной приспособляемости [5]. На примере контактного взаимодействия зубка с шарошкой бурового долота исследованы поля скольжения и сцепления смежных номинально неподвижных элементов (рис. 3). Для данного расчета использовался метод подмоделей. В некоторых местах посадки с натягом при идеальном контуре зубка образуются сингулярности, которые мешают дальнейшему расчету. Поэтому целесообразно определить скругление краев фаски модели.

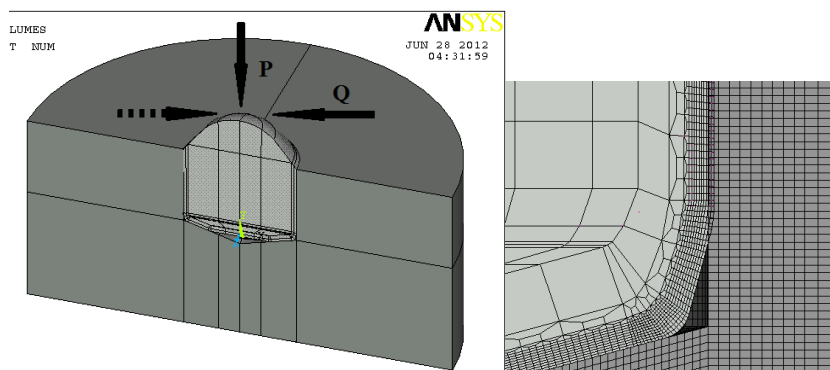


Рис. 3. КЭ-модель контакта зубка с элементом шарошки; скругление краев фаски на поверхности зубка

Расчеты показывают, что по дну посадки происходит переменное скольжение нижней части зубка (рис. 4).

Такое скольжение одновременно с высоким контактным давлением приводит к образованию зародышевых трещин. Дальнейшее развитие трещин сопровождается необратимыми процессами в шарошке, ослаблением натяга и, как следствие, выпадением зубка из тела шарошки. Выпадению зубков иногда предшествует их разворот в отверстиях шарошки. При больших силах скольжение наблюдается также и по боковой поверхности зубка. Следует отметить, что данное скольжение на нескольких первых циклах существенно уменьшается (рис. 4). Явление уменьшения зоны проскальзывания можно объяснить частичной приспособляемостью в контакте.

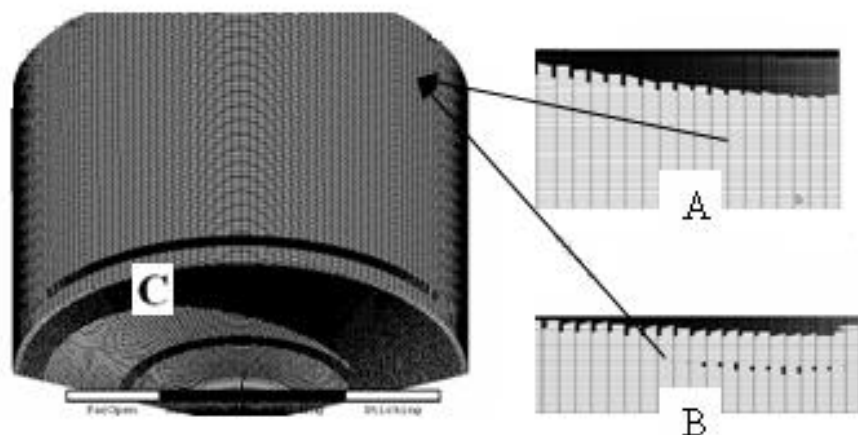


Рис. 4. Зоны скольжения по краю боковой поверхности зубка:  
 А – в 1-м цикле нагрузки; В – в 3-м цикле нагрузки; С – нижней части зубка

Подводя итог изложенному, можно заключить, что при сухом трении упругих тел, подвергающихся циклическим нагрузкам в соответствующем диапазоне, наблюдается полная или частичная контактная приспособляемость. Полученные результаты численного моделирования подтверждают и уточняют условия наступления контактной приспособляемости. Для моделирования контактного взаимодействия в условиях циклического нагружения необходимо учитывать динамику коэффициента трения и использовать в расчете его максимальное значение. Явление контактной приспособляемости может иметь место при одновременном контактном взаимодействии большого числа тел. Поэтому необходимо разработать методы, которые устраняют причины, приводящие к фреттингу. Уменьшение или исключение скольжения в зоне фактического контакта может служить одним из методов антифрикционной защиты. Учитывая факторы, имеющие существенное влияние на процесс приспособляемости, такие как коэффициент трения, распределение сил между контактными поверхностями, можно регулировать процессы в зоне контакта.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ding J.* Simple parameters to predict effect of surface damage on fretting fatigue // *International Journal of Fatigue.* – 2011. – vol. 75. – pp. 1384-1399.
2. *Barber J.R.* Shakedown in frictional contact problems for the continuum / J.R. Barber, A. Klarbring, M. Ciavarella // *Comptes Rendus Mecanique.* – 2008. – vol. 336. – pp. 34-41.
3. *Hills D.A.* Mechanics of Fretting Fatigue // *Solid mechanics and its applications.* – 1994. – vol. 30. – P. 236.
4. *Churchman C.M.* General results for complete contacts subject to oscillatory shear // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids.* – 2006. – vol. 54. – pp. 1186-1205.
5. *Клебанов Я.М., Александрова М.Ю.* Исследование процесса контактной приспособляемости при кулоновском трении упругих тел // *Изв. Самарского научного центра РАН.* – 2011. – Т. 13. – № 4(3) – С. 748-752.
6. *Christopher D. Lykins.* An Evaluation of Parameters for Predicting Fretting Fatigue Crack Initiation // *International Journal of Fatigue.* – 2000. – vol. 22. – pp. 703-716.
7. *Jin O.* Fretting Fatigue Behavior of Ti-6Al-4V at Elevated Temperature / Jin O., Mall S., Sahan O. // *International Journal of Fatigue.* – 205. – vol. 27. – pp. 395-401.
8. *Петухов А.Н.* Механизм фреттинга и фреттинг-усталость высоконагруженных малоподвижных соединений ГТД и ЭУ. – М.: ЦИАМ, 2008. – 203 с. – ISSN 0042-4633.

9. *Иванова В.С., Одинг И.А.* Усталость металлов при контактном трении // Изв. АНН СССР. – 1957. – № 1. – С. 34-38.
10. *Hills D.A.* Mechanics of Fretting Fatigue / D.A. Hills, D. Nowell // Solid mechanics and its applications. – 1994. – vol. 30. – P. 236.
11. *Goryacheva I.G.* Mechanics of discrete contact // Tribology International. – 2006. – vol. 39. – No 5. – pp. 381-386.

*Статья поступила в редакцию 2 ноября 2012 г.*

## **PHYSICAL ASPECTS OF CONTACT SHAKEDOWN ELASTIC BODIES AT COULOMB FRICTION**

***M.Y. Alexandrova***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The analysis of models describing the stick mechanism of elastic bodies at Coulomb friction at cyclic loading is done. The factors having a significant impact on the onset of full and partial shakedown in frictional contact are described. The results of numerical modeling of the fields slip and stick in conjugate cell assembly at cyclic loading at the example of cloves in cone drill bit are presented.*

***Keywords:*** friction, flexibility, mathematical model.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О КОЛЕБАНИЯХ БАЛКИ С ДВИЖУЩЕЙСЯ ПОДПРУЖИНЕННОЙ ОПОРОЙ

**В.Н. Анисимов, В.Л. Литвинов, И.В. Корпен**

Сызранский филиал Самарского государственного технического университета  
446001, Самарская обл., г. Сызрань, ул. Советская, 45

E-mails: anisimov170159@mail.ru, vladlitvinov@rambler.ru

*Сформулирована постановка задачи о колебаниях балки с движущейся подпружиненной опорой, несущей присоединенную массу. При неабсолютно жестком закреплении опоры через движущуюся границу происходит энергетический обмен. В связи с этим возникает сложность в записи граничных условий. Для постановки задачи использован вариационный принцип Гамильтона. При этом учтены вязкоупругие свойства материала балки. Поставленная задача включает в себя дифференциальное уравнение колебаний, начальные условия для изогнутой оси балки и для присоединенной массы, граничные условия. Условия на движущейся границе записаны в виде соотношений между значениями функции и ее производных слева и справа от границы.*

**Ключевые слова:** колебания балки с движущейся подпружиненной опорой, граничные условия, вариационные принципы.

Задачи о колебаниях балки с движущейся опорой относятся к широкому классу задач, связанных с колебаниями объектов с движущимися границами [1-5]. Во всех рассмотренных ранее случаях жесткое закрепление движущейся опоры исключало обмен энергией через нее. При наличии энергетического обмена возрастает сложность в записи условий на движущейся границе. В данной работе для постановки задачи предлагается использовать вариационный принцип Гамильтона.

Из всех возможных законов движения в действительности реализуется такой,

для которого действие  $\int_{t_0}^{t_1} (T - U) dt$ , где  $T$  и  $U$  – кинетическая и потенциальная энергия системы, принимает стационарное значение [6].

Рассмотрим балку, изображенную на рис. 1, где введены следующие обозначения:  $l_0$  – длина балки;  $u(x, t)$  – поперечное смещение точки с координатой  $x$  балки в момент времени  $t$ ;  $E$  – модуль упругости материала балки;  $I$  – осевой момент инерции сечения балки;  $\rho$  – линейная плотность массы балки;  $l(t)$  – закон движения границы;  $m$  – масса, присоединенная к движущейся опоре;  $k_1$  – жесткость опоры по отношению к поперечному смещению;  $k_2$  – жесткость опоры по отношению к угловому смещению;  $\lambda$  – коэффициент, учитывающий вязкоупругость.

При учете вязкоупругости с помощью модели Фойхта имеет место следующее соотношение:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) + \lambda\dot{\varepsilon}(t), \quad (1)$$

---

Валерий Николаевич Анисимов (к.ф.-м.н., доц.), доцент кафедры «Общетеоретические дисциплины».

Владислав Львович Литвинов, доцент кафедры «Общетеоретические дисциплины».

Инна Владимировна Корпен (к.п.н.), доцент кафедры «Общетеоретические дисциплины».

где  $\sigma(t)$  – напряжения;  $\varepsilon(t)$  – деформации.

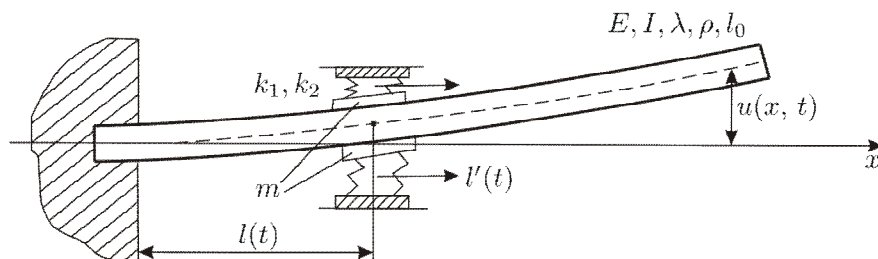


Рис. 1. Кинематическая схема балки

Для учета энергетического обмена через движущуюся границу разобьем область колебаний в координатах  $x, t$  на две части  $W_1, W_2$  (рис. 2). Область  $W_1$  соответствует части балки справа от движущейся границы, область  $W_2$  – слева. Через  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  обозначены замкнутые контуры, окружающие области  $W_1, W_2$ . Через  $W$  обозначена объединенная область  $W_1, W_2$ .

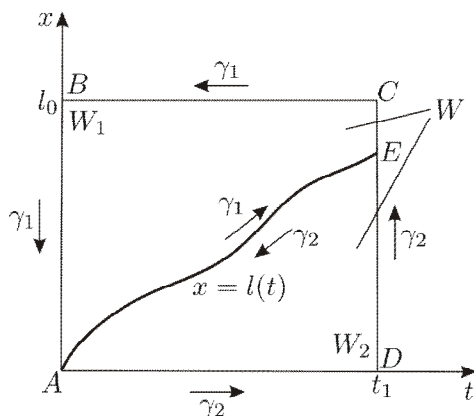


Рис. 2. Области энергетического обмена

Для использования вариационного принципа Гамильтона необходимо получить интеграл действия от кинетической и потенциальной энергий объекта. Найдем составляющие интеграла действия, а также их вариации. Выражение для интеграла действия от кинетической энергии балки имеет вид

$$J_{T_1} = \frac{1}{2} \rho \iint_W u_t^2 dW.$$

Здесь и далее, где это возможно, вместо  $u(x, t)$  будем использовать просто  $u$ .

Найдем вариацию  $J_{T_1}$  :

$$\delta J_{T_1} = \rho \iint_W u_t \delta u_t dW. \quad (2)$$

Представим подынтегральное выражение в виде

$$u_t \delta u_t = \frac{\partial}{\partial t} (u_t \delta u) - u_{tt} \delta u. \quad (3)$$

С помощью формулы Грина



$$\iint_W \left( \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) dW = \oint_{\gamma} (P dx + Q dt)$$

и с учетом (3) выражение (2) можно записать следующим образом:

$$\delta J_{T_1} = \rho \left( - \iint_W u_{tt} \delta u dW + \oint_{\gamma_1} u_t \delta u dx + \oint_{\gamma_2} u_t \delta u dx \right). \quad (4)$$

Интеграл действия для кинетической энергии присоединенной массы  $m$  равен

$$J_{T_2} = \frac{1}{2} m \int_0^{t_1} \left( \frac{du(l(t), t)}{dt} \right)^2 dt. \quad (5)$$

Вариация выражения (5) после интегрирования по частям примет следующий вид:

$$\delta J_{T_2} = m \left( \frac{du(l(t), t)}{dt} \delta u \Big|_{x=l(t)} \right) \Big|_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \frac{d^2 u(l(t), t)}{dt^2} \delta u \Big|_{x=l(t)} dt. \quad (6)$$

Полную производную выражения (5) можно представить так:

$$\frac{d}{dt} (u(l(t), t)) = u_x(l(t), t) l'(t) + u_t(l(t), t).$$

С учетом выражения (1) изгибающий момент в сечении балки записывается следующим образом:

$$M = I(Eu_{xx} + \lambda u_{xxt}).$$

Интеграл действия потенциальной энергии балки определяется выражением

$$J_{U_1} = \frac{1}{2} EI \iint_W u_{xx}^2 dW.$$

Найдем вариацию

$$\delta J_{U_1} = EI \iint_W u_{xx} \delta u_{xx} dW. \quad (7)$$

Подынтегральное выражение в (7) можно привести к следующему виду:

$$u_{xx} \delta u_{xx} = \frac{\partial}{\partial x} (u_{xx} \delta u_x) - \frac{\partial}{\partial x} (u_{xxx} \delta u) + u_{xxxx} \delta u. \quad (8)$$

С помощью формулы Грина и с учетом (8) для вариации (7) получим:

$$\delta J_{U_1} = EI \left( \iint_W u_{xxxx} \delta u dW - \oint_{\gamma_1} u_{xx} \delta u_x dt - \oint_{\gamma_2} u_{xx} \delta u_x dt + \oint_{\gamma_1} u_{xxx} \delta u dt + \oint_{\gamma_2} u_{xxx} \delta u dt \right). \quad (9)$$

Вариация интеграла действия внутренних вязкоупругих сил имеет вид

$$\delta J_{U_2} = \lambda I \iint_W u_{xxt} \delta u_{xx} dW.$$

Делая аналогичные преобразования, получим:

$$\delta J_{U_2} = \lambda I \left( \iint_W u_{xxxxt} \delta u dW - \oint_{\gamma_1} u_{xxt} \delta u_x dt - \oint_{\gamma_2} u_{xxt} \delta u_x dt + \oint_{\gamma_1} u_{xxx} \delta u dt + \oint_{\gamma_2} u_{xxx} \delta u dt \right). \quad (10)$$

Потенциальная энергия от деформации опоры имеет вид

$$U_3 = \frac{1}{2} k_1 u^2(l(t), t) + \frac{1}{2} k_2 u_x^2(l(t), t).$$

Интеграл действия потенциальной энергии от деформации опоры определяется выражением

$$J_{U_3} = \frac{1}{2} \int_0^{t_1} (k_1 u^2(l(t), t) + k_2 u_x^2(l(t), t)) dt.$$

Вариация интеграла действия потенциальной энергии опоры имеет следующий вид:

$$\delta J_{U_3} = \int_0^{t_1} \left( k_1 u(l(t), t) \delta u \Big|_{x=l(t)} + k_2 u_x(l(t), t) \delta u_x \Big|_{x=l(t)} \right) dt. \quad (11)$$

Применяя вариационный принцип Гамильтона, получим следующее уравнение:

$$\delta J_{T_1} + \delta J_{T_2} - \delta J_{U_1} - \delta J_{U_2} - \delta J_{U_3} = 0. \quad (12)$$

Перед получением начальных и граничных условий запишем естественные соотношения между значениями функции  $u$  и ее производными слева и справа от движущейся границы:

$$u(l(t) - 0, t) = u(l(t) + 0, t); \quad (13)$$

$$u_t(l(t) - 0, t) = u_t(l(t) + 0, t); \quad (14)$$

$$u_x(l(t) - 0, t) = u_x(l(t) + 0, t). \quad (15)$$

Распишем уравнение (12) с учетом соотношений (13), (14), (15):

$$\begin{aligned} & - \iint_W (\rho u_{tt} + E I u_{xxxx} + \lambda I u_{xxx}) \delta u dW + \rho \int_0^{l_0} (u_t(x, t) \delta u) \Big|_0^{l_0} dx + \\ & + m \left( \frac{du(l(t), t)}{dt} \delta u \Big|_{x=l(t)} \right) \Big|_0^{t_1} + \int_0^{t_1} (E I u_{xx}(0, t) + \lambda I u_{xx}) \delta u_x \Big|_{x=0} dt - \\ & - \int_0^{t_1} (E I u_{xxx}(0, t) + \lambda I u_{xxx}) \delta u \Big|_{x=0} dt - \int_0^{t_1} (E I u_{xx}(l_0, t) + \lambda I u_{xx}) \delta u_x \Big|_{x=l_0} dt + \\ & + \int_0^{t_1} (E I u_{xxx}(l_0, t) + \lambda I u_{xxx}) \delta u \Big|_{x=l_0} dt - \int_0^{t_1} (E I (u_{xxx}(l(t) - 0, t) - u_{xxx}(l(t) + 0, t)) + \\ & + \lambda I (u_{xxx}(l(t) - 0, t) - u_{xxx}(l(t) + 0, t)) + k_1 u(l(t), t) + m \frac{d^2 u(l(t), t)}{dt^2}) \delta u \Big|_{x=l(t)} dt + \\ & + \int_0^{t_1} (E I (u_{xx}(l(t) - 0, t) - u_{xx}(l(t) + 0, t)) + \lambda I (u_{xx}(l(t) - 0, t) - u_{xx}(l(t) + 0, t)) - \\ & - k_2 u_x(l(t), t)) \delta u_x \Big|_{x=l(t)} dt = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Выражение (16) должно быть тождественно равно нулю. Это возможно, если коэффициенты перед вариациями  $\delta u$ ,  $\delta u \Big|_{t=t_1}$ ,  $\delta u \Big|_{t=0}$ ,  $\delta u \Big|_{x=l(t)}$ ,  $\delta u \Big|_{x=l(0)}$ ,  $\delta u_x \Big|_{x=0}$ ,

$\delta u|_{x=0}, \delta u_x|_{x=l_0}, \delta u|_{x=l_0}, \delta u|_{x=l(t)}, \delta u_x|_{x=l(t)}$  равны нулю. Выполнение равенства (16) также возможно, если функции  $u(x, t_1), u(x, 0), u(l(t_1), t_1), u_x(0, t), u(0, t), u_x(l_0, t), u(l_0, t), u(l(t), t), u_x(l(t), t)$  заданы. В этом случае их вариации равны нулю.

Приравняв нулю коэффициенты перед  $\delta u$ , получим дифференциальное уравнение колебаний для областей  $W_1$  и  $W_2$  :

$$\rho u_{tt} + E I u_{xxxx} + \lambda I u_{xxxxt} = 0. \quad (17)$$

Выражения  $u_t(x, t_1)\delta u|_{t=t_1}$  и  $u_t(x, 0)\delta u|_{t=0}$  могут быть равны нулю, если  $\delta u|_{t=t_1} = \delta u|_{t=0} = 0$ . При этом функции  $u(x, 0), u(x, t_1)$  должны быть заданы.

Начальные условия краевых задач гиперболического типа обычно записываются в следующем виде:

$$u(x, 0) = \varphi_1(x); \quad u_t(x, 0) = \varphi_2(x), \quad (18)$$

где  $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$  – заданные функции. При этом вариация  $\delta u|_{t=0} = 0$ . Если решение краевой задачи существует и единственно, то значение  $u(x, t_1)$  при любых  $t_1$  однозначно определяется дифференциальным уравнением, начальными и граничными условиями. При этом вариация  $\delta u|_{t=t_1} = 0$ .

Равенство нулю безинтегральных членов (16) обеспечивается заданием начальных условий для сосредоточенной массы:

$$u(l(0), 0) = a_1; \quad u_t(l(0), 0) = a_2, \quad (19)$$

где  $a_1, a_2$  – начальное смещение и начальная скорость сосредоточенной массы  $m$ .

Равенство нулю выражений с  $\delta u|_{x=l_0}, \delta u_x|_{x=l_0}$  может быть обеспечено следующими видами условий на границе АД:

$$\begin{cases} u(l_0, t) = \varphi_3(t), \\ u_x(l_0, t) = \varphi_4(t); \end{cases} \quad \begin{cases} u(l_0, t) = \varphi_3(t), \\ E I u_{xx}(l_0, t) + \lambda I u_{xxx}(l_0, t) = 0; \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} u_x(l_0, t) = \varphi_4(t), \\ E I u_{xxx}(l_0, t) + \lambda I u_{xxx}(l_0, t) = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} E I u_{xx}(l_0, t) + \lambda I u_{xxx}(l_0, t) = 0, \\ E I u_{xxx}(l_0, t) + \lambda I u_{xxx}(l_0, t) = 0, \end{cases}$$

где  $\varphi_3(t), \varphi_4(t)$  – заданные функции.

Для балки, изображенной на рис. 1,  $u(l_0, t), u_x(l_0, t)$  не заданы.

Граничные условия при  $x = l_0$  задаются и имеют вид (20). При постановке краевых задач с использованием вариационных принципов такие условия называются естественными [6]. На левом конце балки ( $x = 0$ )  $u(0, t) = u_x(0, t) = 0$ .

При этом интегралы тождества (16), содержащие  $\delta u|_{x=l_0}, \delta u_x|_{x=l_0}$ , равны нулю.

На движущейся границе  $u(l(t), t), u_x(l(t), t)$  не заданы. Естественные условия на движущейся границе имеют следующий вид:

$$EI(u_{xx}(l(t)+0,t) - u_{xx}(l(t)-0,t)) + \lambda I(u_{xx}(l(t)+0,t) - u_{xx}(l(t)-0,t)) + k_2 u_x(l(t),t) = 0; \quad (21)$$

$$EI(u_{xxx}(l(t)+0,t) - u_{xxx}(l(t)-0,t)) - m \frac{d^2 u(l(t),t)}{dt^2} + \lambda I(u_{xxx}(l(t)+0,t) - u_{xxx}(l(t)-0,t)) - k_1 u(l(t),t) = 0. \quad (22)$$

Таким образом, для балки, изображенной на рис. 1, получено дифференциальное уравнение (17), начальные условия (18), (19) и граничные условия (20) – (22).

Отметим, что методов аналитического решения поставленной задачи в настоящее время не существует, поэтому данную задачу, по всей видимости, можно решать только численными методами.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Самарин Ю.П. О волновых явлениях в областях с подвижными границами // Волжский математический сборник. – Куйбышев, 1967. – Вып. 5. – С. 337-340.
2. Весницкий А.И., Потапов А.И. О некоторых общих свойствах волновых процессов в одномерных механических системах переменной длины // Прикладная механика. – 1975. – № 4. – С. 98-102.
3. Горошко О.А., Савин Г.Н. Введение в механику деформируемых одномерных тел переменной длины. – Киев: Наук. думка, 1971. – 270 с.
4. Лежнева А.А. Изгибные колебания балки переменной длины // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1970. – № 1. – С. 159-161.
5. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Резонансные свойства механических объектов с движущимися границами: Монография. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2009. – 131 с.: ил.
6. Мышкис А.Д. Математика для технических вузов: спец. курсы. 2-е изд. – СПб.: Лань, 2002. – 640 с.

*Статья поступила в редакцию 26 ноября 2012 г.*

## THE FORMULATION OF THE PROBLEM OF THE BEAM FLUCTUATIONS WITH MOVING SPRING-LOADED SUPPORT

*V.N. Anisimov, V.L. Litvinov, I.V. Korpen*

Syzran Branch of Samara State Technical University  
45, Sovetskaya str., Syzran, Samara region, 446001

*The problem of beam fluctuations with moving spring-loaded support which has got joined mass is received. When the support is not absolutely fastened within the moving border energy exchange occurs. This leads to complexity in record boundary conditions. To formulate the task the variational principle of Hamilton is used. The visco-elastic properties of material of the beam are taken into account. The task includes differential equation, initial conditions for a curved axis of the beam and for joined mass, boundary conditions. Note that the conditions on the moving border are written as ratios between function and its derivatives on the left and right sides of the border.*

**Keywords:** *the beam fluctuations with moving spring-loaded support, boundary conditions, variational principles.*

---

*Valeriy N. Anisimov (Ph. D. (Phis. & Math.)), Associate Professor.  
Vladislav L. Litvinov, Teacher, Dept. of general – theoretical disciplines.  
Inna V. Korpen (Ph. D.), Associate Professor.*

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ФОРМОИЗМЕНЕНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ ПАНЕЛЕЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

**О.В. Биткина**

Самарский государственный технический университет  
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244  
E-mail: ol\_vl\_bitkina@mail.ru

*Рассмотрено влияние предварительного натяжения волокон, толщины панели, углов армирования и процентного содержания компонентов слоя композита на формоизменение (коробление) многослойных композитных панелей. Путем сравнения теоретических результатов с экспериментальными была проведена оценка адекватности разработанной математической модели.*

**Ключевые слова:** композиционные материалы, многослойные панели, размеростабильные конструкции, анизотропия, армирование, остаточные напряжения, формоизменение.

Тонкостенные многослойные панели, изготовленные из высокопрочных и высококомодульных композиционных материалов (КМ), нашли широкое применение в современных размеростабильных конструкциях различного назначения. Особое внимание уделяется конструкциям, работающим в условиях открытого космоса. Среди наиболее важных требований, предъявляемых к данному виду размеростабильных конструкций, можно отметить следующие: минимальная масса, максимальная жесткость и прочность узлов, максимальный ресурс работы конструкций в условиях эксплуатации, высокая надежность. Чтобы добиться соблюдения всех данных требований, при проектировании конструкции необходимо уделять повышенное внимание выбору материала и технологии производства. Стремление получить наивысшие эксплуатационные характеристики привело к разработке и использованию в космических конструкциях композиционных материалов. Одной из основных проблем, связанных с технологией производства размеростабильных космических конструкций и их основных элементов из композиционных материалов, является получение эталона рабочей поверхности конструкции, исключающей коробление под действием технологических остаточных напряжений, различных типов нагрузок, а также внешних и внутренних силовых факторов. Кроме того, многослойный несущий пакет элементов тонкостенных пространственных конструкций обладает анизотропией вследствие несимметрии свойств структуры по толщине, вызванной погрешностями технологического процесса (углы разориентации в монослое, изменение объемного содержания волокна и матрицы в монослоях и т. д.). Одним из актуальных вопросов проектирования элементов авиационно-космических конструкций является не только обоснование и внедрение в практику расчетов новых расчетных схем, эффективных с точки зрения построения решения, но и проведение экспериментальных исследований, позволяющих оценивать точность полученных результатов с учетом отражения специфики работы тонкостенных пространственных систем.

Анализ НДС включает в себя построение геометрической модели, разработку схемы нагружения элемента из композиционных материалов, формулирование математической модели и анализ полученных результатов.

Рассмотрим панель, которая изготовлена при температуре отверждения  $T$  и охлаждена до комнатной температуры. В целях повышения несущей способности конструкции армирующие волокна предварительно натягиваются, после отверждения натяжение снимается. Панель обладает анизотропией вследствие несимметрии свойств пакета по толщине.

С использованием гипотезы Кирхгофа, соотношений Коши, формул геометрических преобразований, а также закона Гука с учетом влияния температуры и формул преобразования напряжений при повороте осей [1] получаем выражения для компонент состояния  $k$ -того слоя:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(K)} = \begin{Bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{Bmatrix}^{(K)} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^\circ + K_x^\circ z^{(K)} - \bar{\alpha}_1^{(K)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H1}^{(K)} \\ \varepsilon_y^\circ + K_y^\circ z^{(K)} - \bar{\alpha}_2^{(K)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H2}^{(K)} \\ \gamma_{xy}^\circ + K_{xy}^\circ z^{(K)} - \bar{\alpha}_6^{(K)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H6}^{(K)} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + K_x^0 \cdot z = \frac{\partial U_0}{\partial x} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \cdot z; \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + K_y^0 \cdot z = \frac{\partial V_0}{\partial y} - \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \cdot z; \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 + K_{xy}^0 \cdot z = \frac{\partial U_0}{\partial y} + \frac{\partial V_0}{\partial x} - 2 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \cdot z, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varepsilon_x^\circ$ ,  $\varepsilon_y^\circ$ ,  $\gamma_{xy}^\circ$  – деформации в плоскости приведения;  $K_x^\circ$ ,  $K_y^\circ$ ,  $K_{xy}^\circ$  – кривизны панели;  $U_0$ ,  $V_0$  – перемещения в плоскости приведения при  $z = 0$ .

Жесткости слоя  $\bar{Q}_{ij}^{(K)}$  ( $i, j = 1, 2, 6$ ), коэффициенты температурного расширения  $\bar{\alpha}_j^{(K)}$  ( $j = 1, 2, 6$ ) и деформации натяжения слоя  $\bar{\varepsilon}_{Hj}^{(K)}$  ( $j = 1, 2, 6$ ) в (1), приведенные к осям панели, определяются через жесткостные и температурные характеристики слоя, заданные в системе координат, с ним связанной, с учетом поворота осей относительно декартовой системы координат пластинки  $(x, y)$ . Соответствующие преобразования для  $\bar{Q}_{ij}^{(K)}$  и  $\bar{\alpha}_j^{(K)}$  представлены в работах [2, 3]. Жесткости слоя, приведенные к осям панели, а также преобразования для коэффициентов температурного расширения и деформации натяжения определяются соотношениями, показанными в работе [4].

Модули упругости в направлениях слоя  $E_1^{(K)}$  и перпендикулярного к нему  $E_2^{(K)}$  соответственно, модуль сдвига  $G_{12}^{(K)}$ , коэффициенты Пуассона  $\nu_{12}^{(K)}$ ,  $\nu_{21}^{(K)}$  и коэффициенты температурного расширения  $\alpha_1^{(K)}$  и  $\alpha_2^{(K)}$  зависят от температурных свойств волокон и матрицы, а также от степени армирования слоя.

При записи физических соотношений в виде (1) не учитывается, что в препреге (слое) предварительно натягиваются лишь волокна, в то время как после снятия натяжения слой деформируется полностью.

Погонные нормальные и сдвигающие силы, изгибающие и крутящие моменты для всего пакета, действующие, например, по площадке, перпендикулярной оси  $x$ ,

определяются интегрированием соответствующих компонент напряженного состояния по толщине, что с учетом гипотезы Кирхгофа дает:

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_x^{(K)} dz, & N_{xy} &= \int_{-H/2}^{H/2} \tau_{xy}^{(K)} dz, \\ M_x &= \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_x^{(K)} z dz, & H_{xy} &= \int_{-H/2}^{H/2} \tau_{xy}^{(K)} z dz. \end{aligned} \quad (3)$$

Отсюда и из (1) вытекают соотношения, связывающие внутренние силовые факторы с деформацией слоистого элемента:

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_j^0 \\ K_j^0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_i^T \\ M_i^T \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_i^H \\ M_i^H \end{Bmatrix}, \quad i, j = 1, 2, 6, \quad (x, y, xy) \quad (4)$$

где  $N_x^T, N_y^T, N_{xy}^T, M_x^T, M_y^T, H_{xy}^T$  – «температурные» усилия и моменты;

$$\begin{aligned} \{N_i^T\} &= \Delta T \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]^{(K)} \{\alpha_j\}^{(K)} F^{(K)}; \\ \{M_i^T\} &= \Delta T \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]^{(K)} \{\alpha_j\}^{(K)} S^{(K)} \quad \begin{matrix} i, j = 1, 2, 6, \\ (x, y, xy) \end{matrix} \end{aligned} \quad (5)$$

а  $N_x^H, N_y^H, N_{xy}^H, M_x^H, M_y^H, H_{xy}^H$  – усилия и моменты от натяжения;

$$\begin{aligned} \{N_i^H\} &= \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]^{(K)} \{\varepsilon_{ij}\}^{(K)} F^{(K)}; \\ \{M_i^H\} &= \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]^{(K)} \{\varepsilon_{ij}\}^{(K)} S^{(K)} \quad \begin{matrix} i, j = 1, 2, 6, \\ (x, y, xy) \end{matrix} \end{aligned} \quad (6)$$

В свою очередь,  $F^{(K)}, S^{(K)}, J^{(K)}$  – погонные площадь, статический момент и момент инерции  $k$ -того слоя соответственно.

Обобщенные жесткостные характеристики многослойной панели  $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 6$ ) даны в работе [3].

Так как усилия и моменты согласно формулам (4) зависят как от деформации в плоскости панели, так и от кривизны поверхности приведения, в рассматриваемом случае из-за несимметрии свойств структуры пакета по толщине задача не разделяется на плоскую задачу и изгиб пластинки.

Если известен столбец внутренних силовых факторов, в том числе температурных и связанных с натяжением, на основании равенства (4) путем обращения матриц могут быть найдены компоненты деформированного состояния:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_j^0 \\ K_j^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N_i^T + N_i^H \\ M_i^T + M_i^H \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

следовательно, и напряжения по формуле (1):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(K)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(K)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 + K_x^0 z - \bar{\alpha}_1^{(K)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H_1}^{(K)} \\ \varepsilon_y^0 + K_y^0 z - \bar{\alpha}_2^{(K)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H_2}^{(K)} \\ \gamma_{xy}^0 + K_{xy}^0 z - \bar{\alpha}_6^{(K)} \Delta T - \bar{\varepsilon}_{H_6}^{(K)} \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

В системе координат, связанной с направлением армирования  $k$ -того слоя, напряженное состояние определяется посредством преобразования при повороте осей:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix}^{(K)} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & (m^2 - n^2) \end{bmatrix}^{-(K)} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

где  $m$ ,  $n$  – тригонометрические функции угла поворота осей координат.

Согласно критерию прочности Гольденבלата – Копнова для однонаправленного слоя КМ, растрескивания или разрушения пакета не произойдет, пока в каждом слое выполняется неравенство

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\bar{\sigma}_{1p}^{(K)}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_{1c}^{(K)}} \right)^2 (\sigma_1^{(K)})^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\bar{\sigma}_{2p}^{(K)}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_{2c}^{(K)}} \right)^2 (\sigma_2^{(K)})^2 + \left( \frac{\tau_{12}^{(K)}}{\bar{\tau}_{12}^{(K)}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \\ & + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\bar{\sigma}_{1p}^{(K)}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_{1c}^{(K)}} \right)^2 \sigma_1^{(K)} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\bar{\sigma}_{2p}^{(K)}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_{2c}^{(K)}} \right)^2 \sigma_2^{(K)} = \sigma_{\text{экв}} \leq 1, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\bar{\sigma}_{1p}^{(K)}$ ,  $\bar{\sigma}_{1c}^{(K)}$ ,  $\bar{\sigma}_{2p}^{(K)}$ ,  $\bar{\sigma}_{2c}^{(K)}$ ,  $\bar{\tau}_{12}^{(K)}$  – допускаемые напряжения (с индексом  $p$  – на растяжение, с индексом  $c$  – на сжатие соответственно):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{1p}^{(K)} &= \bar{\sigma}_B^{(K)} V_B + \bar{\sigma}_M^{(K)} V_M^{(K)}; \\ \bar{\sigma}_{1c}^{(K)} &= 2V_B^{(K)} [V_B^{(K)} E_M^{(K)} / V_M^{(K)}]^{1/2}; \\ \bar{\sigma}_{2p}^{(K)} &= 0.5 \bar{\sigma}_M^{(K)}; \\ \bar{\sigma}_{2c}^{(K)} &= 0.5 \bar{\sigma}_M^{(K)}; \\ \bar{\tau}_{12}^{(K)} &= 0.5 \bar{\tau}_M^{(K)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь индексами  $B$  и  $M$  обозначены термоупругие характеристики волокна и матрицы соответственно.

Формоизменение или коробление изготавливаемых конструкций определяется рядом факторов, которые следует учитывать как при проектировании, так и при изготовлении.

Используя полученные выше соотношения и интегрируя выражения, определяющие компоненты кривизны панели

$$\begin{aligned} U &= U_0(x, y) - \frac{\partial W}{\partial x} z, \\ V &= V_0(x, y) - \frac{\partial W}{\partial y} z, \end{aligned} \quad (12)$$

получим с точностью до произвольных постоянных формулы для прогиба  $W = W(x, y)$ , а также для продольного  $U_0$  и тангенциального  $V_0$  смещений:

$$\begin{aligned} W &= -\frac{1}{2} (K_x^0 \cdot x^2 + K_{xy}^0 \cdot x \cdot y + K_y^0 \cdot y^2); \\ U_0 &= \varepsilon_x^0 \cdot x + \frac{\gamma_{xy}^0}{2} \cdot y; \\ V_0 &= \varepsilon_y^0 \cdot y + \frac{\gamma_{xy}^0}{2} \cdot x. \end{aligned} \quad (13)$$



На основе вышеприведенной математической модели было теоретически проанализировано влияние предварительного натяжения волокон ( $0 \leq |K_{не}| \leq 1$ ) и объемного содержания компонент слоя ( $V_B, V_M$ ) на распределение остаточных эквивалентных напряжений ( $\sigma_{эке}$ ) в слоях. Получено влияние технологических погрешностей: разориентации слоев укладки, изменения объемного содержания компонентов КМ в слое, последовательности укладки слоев КМ, технологического натяжения ( $K_{не}$ ) на формоизменение слоистых композитных панелей.

Для проверки расчетных значений величины коробления многослойных панелей были проведены экспериментальные исследования прогиба в зависимости от углов разориентации, толщины панели, натяжения волокон и объемного содержания компонент слоя.

Экспериментальные исследования включали в себя изготовление образцов плоских панелей квадратной формы размером  $300 \times 300$  мм. В соответствии с технологическими рекомендациями ВИАМ на изготовление углепластика КМУ-4Л панели были изготовлены из однонаправленной углеродной ленты марки ЛУ-П/0,1 А (ГОСТ 28006-88) и эпоксидноволачноформальдегидного связующего ЭНФБ (ТУ 1-596-36-98). Пропитка углеродной ленты на вертикальной шахтной пропиточной машине проводилась со скоростью 25-30 м/ч, при этом температура воздуха по высоте шахты изменялась от  $40 \pm 5$  до  $70 \pm 5$  °С. После пропитки лента поступала на просушку и далее наматывалась на приемный вал через разделительный слой целлофана или полиэтиленовой пленки. Содержание летучих ( $0,5 \div 1,5$ ) %; содержание смолы ( $38 \div 42$ ) %. Образцы выкладывались только из одного пропитанного рулона. Рулон препрега устанавливался на раскройный стол, и производился раскрой заготовок препрега по месту непосредственно перед выкладкой образца.

Пропитанная и подсушенная лента раскраивалась на заготовки требуемых размеров и укладывалась по шаблонам в соответствии с заданным числом слоев и углами укладки. Раскрой всех заготовок производился с припуском, с последующей подрезкой собранного пакета заготовок в размер не менее ( $300 \times 300$ ) мм. При этом особое внимание обращалось на недопустимость нахлестов краевых ленточных заготовок или зазоров между ними. Выкладка проводилась на прокладочные листы из нержавеющей стали или вкладыши пресс-формы, предварительно обработанные антиадгезионной смазкой, представляющей собой 10%-ный раствор кремнийорганической смазки К-21 в бензине, подвергнутый последующей термообработке при 200 °С в течение 2 часов. На собранный пакет сверху накладывался обработанный смазкой К-21 лист из нержавеющей стали, и затем пакет поступал на прессование; при сборке пакета для прессования в закрытой пресс-форме сверху накладывался пуансон. Собранный пакет загружался в холодный пресс, после чего плиты пресса смыкались, включался обогрев плит и прикладывалось давление. Последующий режим формования включал в себя нагрев при давлении 6 атмосфер до 170 °С, выдержку при этой температуре в течение 4 часов, выключение обогрева и естественное охлаждение пакета. После охлаждения пакет распрессовывался и листы поступали на измерение толщины, раскрой и нарезку образцов требуемых размеров. Резка листов осуществлялась алмазным кругом. Количество полученных образцов и направление укладок представлены в табл. 1.

Анализ формоизменения образцов проводился на контрольно-измерительной машине FARO. Контроль неплоскостности (коробления) образцов проводился с помощью портативной координатно-измерительной машины (КИМ) FARO 08/02 серии Gold. Рабочая зона FARO Arm Gold Series – 2400 мм, погрешность измерения со-

ставляет  $\pm 0,051$  мм. Измеряемые образцы располагались на плоском поверочном столе (неплоскостность стола не более 0,02 мм/м), на этом же столе крепилась КИМ FARO. Крепление КИМ и образец расположены неподвижно друг относительно друга. Количество измеряемых точек образца – 25 (сетка 5×5 точек). Через любые 3 точки поверхности стола строится виртуальная плоскость, которая для исследуемого образца является привалочной, т. е. плоскостью стола  $XOY$ ,  $Z$  – вертикальная координата, дополняющая систему до 3-мерной. Затем поочередно контактным методом снимаются и протоколируются  $XYZ$ -координаты каждой из 25 интересующих точек образца.  $Z$ -координата каждой точки является расстоянием от поверхности стола до исследуемой точки. Для возможности визуализации кривизны образцов с помощью программы CAD CATIA по записанному протоколу с координатами 25 точек образца проводилось построение поверхности с записью поверхности на стандартный геометрический интерфейс IGES. Таким образом, для каждого реального исследуемого образца была построена его виртуальная 3D-модель.

Таблица 1

Количество полученных образцов и схемы армирования композита

Номер группы	Номер образца	Направление укладки	Кол-во слоев
1	1.1	$0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ$	8
1	1.2	$45^\circ/135^\circ/45^\circ/135^\circ/45^\circ/135^\circ/45^\circ/135^\circ$	8
1	1.3	$0^\circ/45^\circ/135^\circ/90^\circ/0^\circ/45^\circ/135^\circ/90^\circ$	8
2	2.1	$0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ$	8
2	2.2	$0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ$	12
2	2.3	$0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ$	16
3	3.1	$0^\circ/45^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$	8
3	3.2	$0^\circ/50^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$	8
3	3.3	$0^\circ/52^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$	8
4	4.1	$0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ/0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$	8
4	4.2	$0^\circ/95^\circ/90^\circ/0^\circ/0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$	8

Теоретически было получено и экспериментально подтверждено три вида формоизменения: седлообразная, закрутка («пропеллер») и сочетание седлообразной с закруткой, что подтверждает теоретическое положение о связанности задачи, т. е. ее неразделимости на плоскую и изгиб. Получены зависимости влияния углов разориентации в слоях, толщины панели и изменения объемного содержания компонентов в слое композита на величину коробления. Допустимая форма перемещения из плоскости с неизвестными и подлежащими определению константами  $K_x^0$ ,  $K_y^0$ ,  $K_{xy}^0$  описывает возможные конфигурации панелей из слоистых композитов. Такая функциональная зависимость (13) для прогиба  $W$  определяет в зависимости от параметров  $K_x^0$ ,  $K_y^0$ ,  $K_{xy}^0$  различные конфигурации искривленной поверхности панели. Так, если  $K_x^0 = -K_y^0$ ,  $K_{xy}^0 = 0$ , то образуется седлообразная поверхность (рис. 1, а); если  $K_{xy}^0 = 0$ ,  $K_x^0 \neq 0$ ,  $K_y^0 \neq 0$ ,  $|K_x^0| \gg |K_y^0|$  ( $K_{xy}^0 = 0$ ,  $K_x^0 \neq 0$ ,  $K_y^0 \neq 0$ ,  $|K_y^0| \gg |K_x^0|$ ), то форма искаженной поверхности практически приближается к цилиндрической (рис. 1, б); если  $K_x^0 = K_y^0 = 0$ ,  $K_{xy}^0 \neq 0$ , то поверхность закручивается (рис. 2). Проведенный параметрический анализ напряженно-деформированного состояния восьмислойных уг-

лепластиковых панелей с продольно-поперечными; косыми и продольно-поперечными; косыми углами армирования показал, что для исследуемых композитных панелей (группа 1, см. табл. 1) характерен ярко выраженный изгиб слоя вместе с растяжением-сжатием в плоскости приведения  $XOY$ . Основной причиной коробления при изготовлении слоистых элементов конструкции следует считать несимметричность (по свойствам и/или расположению слоев) структуры слоистых элементов. На рис. 2 и 3 построены эпюры прогибов  $W$ , характеризующие отклонения от первоначальной плоской формы при охлаждении после отверждения несимметричных по толщине восьмислойных углепластиковых панелей с продольно-поперечной укладкой слоев (рис. 1, *a, б*) и укладкой с косыми (рис. 2, *a*) и продольно-поперечными косыми слоями (рис. 2, *б*).

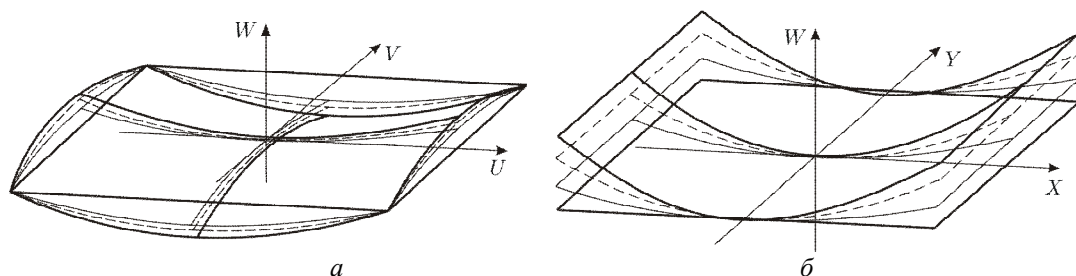


Рис. 1. Конфигурации искривленной поверхности:  
*a* – седлообразная поверхность; *б* – цилиндрическая поверхность

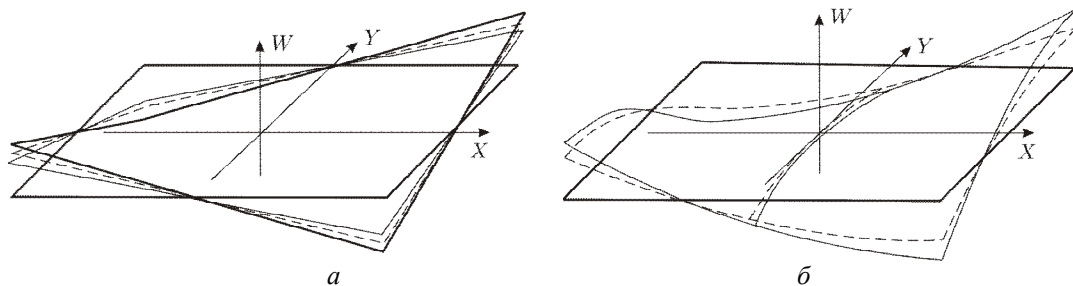


Рис. 2. Конфигурации искривленной поверхности:  
*a* – закрученная поверхность (вид I); *б* – закрученная поверхность (вид II)

Полученные экспериментальные данные для прогиба  $W_{\max}$  первой группы панелей, представленные в табл. 2, хорошо согласуются со значениями  $W_{\max}$ , полученными расчетным путем.

Характер температурного формоизменения в направлении нормали к поверхности является во всех случаях параболическим в соответствии с формулами (13). Однако вследствие сдвига парабол по оси  $Z$  при изменении соотношения толщин и вида материала слоев для каждого типа панели существуют свои характерные точки, в которых прогиб  $W = 0$ .

**Значения максимальных прогибов, полученных теоретическим и экспериментальным путем**

№	Схема армирования	Толщина панели, мм	Максимальный прогиб, мм, теория	Максимальный прогиб, мм, эксперимент
1.1	0°/90°/0°/90°/0°/90°/0°/90°	1,05	3,4	3,6
1.2	45°/135°/45°/135°/45°/135°/45°/135°	1,58	5,6	5,8
1.3	0°/45°/135°/90°/0°/45°/135°/90°	2,1	7,9	9,0

Максимальные прогибы при любых соотношениях толщин соответствуют наиболее высокой степени армирования.

Влияние толщины  $H$  на максимальные прогибы композитной панели  $W_{\max}$  были исследованы для несимметричной по структуре пакета КМ панели с продольно-поперечной укладкой (группа 2, см. табл. 1). Экспериментальные и теоретические данные представлены на рис. 3. Эксперимент показал, что с увеличением толщины пластины прогиб уменьшается. Сопоставление полученных расчетных результатов с экспериментальными данными подтверждает правильность используемой математической модели и метода расчета, так как при качественном совпадении изгибных форм количественные расхождения не превышают 10-15 %.

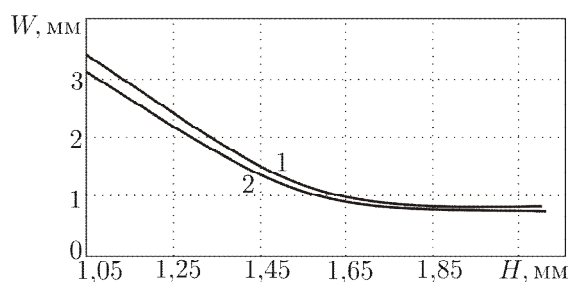


Рис. 3. Расчетная (1) и экспериментальная (2) зависимости прогиба  $W$  от толщины панели  $H$

Чтобы свести к минимуму отклонение от теоретического профиля, нужно увеличивать толщину панели. Это позволит уменьшить влияние асимметрии на величину коробления, но в то же время приведет к увеличению массы конструктивного элемента, что недопустимо для размеростабильных конструкций. Поэтому при исследовании возможности появления данной асимметрии в структуре пакета материала очевидно, что ее возникновение связано с нарушением технологии производства в процессе выкладки препрега. Данное нарушение технологии выражается в виде углов разориентации. В связи с этим была проведена экспериментальная оценка углов разориентации слоя, изменяющихся от 0° до 7°, на прогиб панели  $W$  (табл. 3, рис. 4).

Проведенный анализ показал, что величина прогиба панели  $W$  увеличивается с ростом угла разориентации. Кроме того, отклонение угла разориентации более чем на 3° приводит к существенному повышению величины прогиба  $W$ , а следовательно, к формоизменению поверхности, что необходимо учитывать при проектировании размеростабильных конструкций. Исходя из этого во избежание коробления конст-

руктивного элемента возникает необходимость более жестко назначать допуски на углы разориентации.

Таблица 3

**Теоретические и экспериментальные значения максимальных прогибов, полученных теоретическим и экспериментальным путем**

№	Схема армирования	Максимальный прогиб, мм, теория	Максимальный прогиб, мм, эксперимент
1	0°/45°/135°/90°/90°/135°/45°/0°	0	0
2	0°/50°/135°/90°/90°/135°/45°/0°	0,9	0,8
3	0°/52°/135°/90°/90°/135°/45°/0°	3,8	3,2

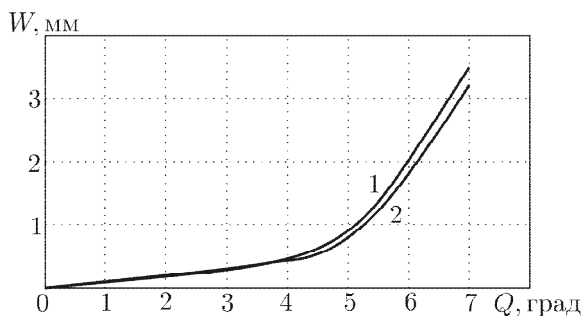


Рис. 4. Теоретические (1) и экспериментальные (2) данные зависимости прогиба панели  $W$  от угла разориентации  $\theta$  для укладок: 0°/45°/135°/90°/90°/135°/45°/0°; 0°/50°/135°/90°/90°/135°/45°/0°; 0°/52°/135°/90°/90°/135°/45°/0°

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования слоистых элементов конструкции из КМ показали, что в процессе их изготовления в слоях конструкции образуются значительные по величине эквивалентные остаточные напряжения (10). В несимметричных (по толщине) элементах конструкции слои композита изгибаются относительно своей продольной оси (направления армирования) и одновременно растягиваются в поперечном направлении. Неуравновешенность полей напряжений в несимметричных структурах приводит к формоизменению (короблению) элементов конструкции при их изготовлении. Коробление определяется рядом конструктивно-технологических факторов – температурой отверждения, степенью армирования слоев, соотношением их толщин и др. Симметричные по толщине стенки структуры не испытывают коробления при их изготовлении, однако в них формируются остаточные напряжения, так что каждый слой после изготовления конструкции находится в плоском напряженном состоянии. Таким образом, остаточные напряжения и деформации, формирующиеся в процессе изготовления конструкции из КМ, могут приводить либо к изменению заданной формы (геометрии) изготавливаемой конструкции, либо к ускорению ее разрушения при воздействии на нее внешнего нагружения. И то, и другое оказывает отрицательное воздействие на характеристики качества изготавливаемых конструкций из КМ.

В ходе исследований была установлена степень влияния угла разориентации  $\theta$  и толщины панели  $H$  на величину эквивалентных остаточных напряжений  $\sigma_{экр}$ . Дополнительно было проанализировано влияние натяжения слоев на образующиеся в них эквивалентные остаточные напряжения  $\sigma_{экр}$  при различном объемном содержании волокон  $V_B$  (рис. 5, 6).

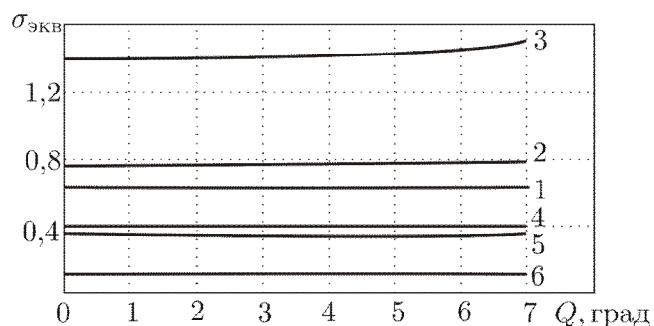


Рис. 5. Влияние угла разориентации  $\theta$  на эквивалентные остаточные напряжения  $\sigma_{экв}$  при  $K_{HB} = -0,4$  и при  $K_{HB} = 0$  для укладок:  $0^\circ/45^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$ ;  $0^\circ/50^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$ ;  $0^\circ/52^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$ .  
 Цифры: 1 –  $V_B = 51\%$ ,  $K_{HB} = 0$ ; 2 –  $V_B = 65\%$ ,  $K_{HB} = 0$ ; 3 –  $V_B = 81\%$ ,  $K_{HB} = 0$ ;  
 4 –  $V_B = 51\%$ ,  $K_{HB} = -0,4$ ; 5 –  $V_B = 65\%$ ,  $K_{HB} = -0,4$ ; 6 –  $V_B = 81\%$ ,  $K_{HB} = -0,4$

Исследования показали, что углы разориентации  $\theta$  (рис. 5) не оказывают значительного влияния на эквивалентные напряжения  $\sigma_{экв}$ . Это особо заметно в случае при  $K_{HB} = -0,4$ , что справедливо для всех схем армирования с любым объемным содержанием волокна  $V_B$ . По полученным данным можно сказать, что при  $K_{HB} = 0$  с увеличением объемного содержания волокон  $V_B$  величина эквивалентных напряжений  $\sigma_{экв}$  возрастает для всех схем армирования. Причем при  $V_B = 81\%$  –  $\sigma_{экв}$  превышают единицу, на основании чего (см. критерий (10)) можно сделать вывод, что при данном объемном содержании происходит разрушение композиционного материала. Однако варьируя уровни предварительного натяжения можно качественно и количественно исправить критическую ситуацию разрушения композита. В свою очередь, проведенный анализ при  $K_{HB} = -0,4$  показал, что увеличение  $V_B$  существенно снижает  $\sigma_{экв}$  для всех рассмотренных укладок КМ. Таким образом, проведя качественный и количественный прочностной анализ рассматриваемых композитных панелей, приходим к выводу, что наиболее благоприятный вариант – это случай при объемном содержании волокон  $V_B = 62\%$ , когда угол разориентации слоя не превышает  $3^\circ$ . Рассмотрев влияние толщины панели  $H$  на  $\sigma_{экв}$  (рис. 6), можно сделать вывод, что увеличение толщины панели в общем способствует незначительному снижению эквивалентных напряжений. Самый неблагоприятный вариант при этом в случае объемного содержания волокна  $V_B = 81\%$ , так как здесь  $\sigma_{экв} > 1$ , что по критерию Гольденבלата – Копнова (10) означает разрушение композита. Использование натяжения волокон при уровне коэффициента  $K_{HB} = -0,4$  значительно уменьшает значение  $\sigma_{экв}$ . Исходя из этого очевидно, что увеличение толщины панели  $H$  в целях снижения уровня  $\sigma_{экв}$  менее эффективно, чем использование предварительного натяжения волокон. Основываясь на вышеприведенном анализе, целесообразно рекомендовать использование натяжения волокон при производстве конструкций из композиционных материалов. Зависимость кривых, представленных на рис. 6, подтверждает данное предположение.

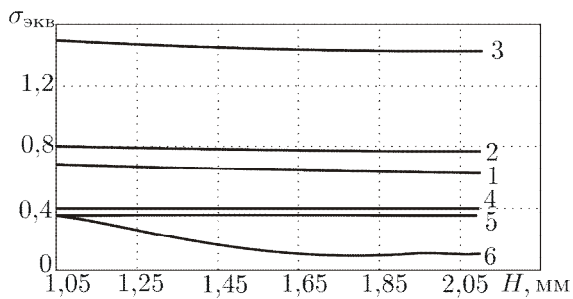


Рис. 6. Влияние толщины панели  $H$  на эквивалентные остаточные  $\sigma_{\text{экв}}$  при  $K_{HB} = -0,4$  и при  $K_{HB} = 0$  для укладок:

$0^\circ/45^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$ ;  
 $0^\circ/50^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$ ;  
 $0^\circ/52^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$ .

Цифры: 1 –  $V_B = 51\%$ ,  $K_{HB} = 0$ ; 2 –  $V_B = 65\%$ ,  $K_{HB} = 0$ ; 3 –  $V_B = 81\%$ ,  $K_{HB} = 0$ ; 4 –  $V_B = 51\%$ ,  $K_{HB} = -0,4$ ; 5 –  $V_B = 65\%$ ,  $K_{HB} = -0,4$ ; 6 –  $V_B = 81\%$ ,  $K_{HB} = -0,4$

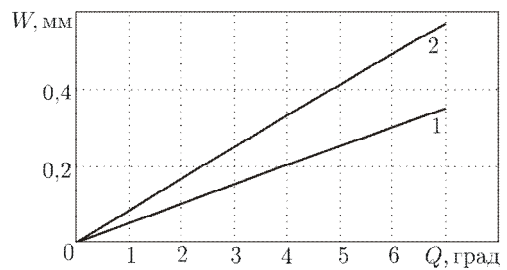


Рис. 7. Зависимость прогиба  $W$  от угла разориентации  $K_{HB} = -0,4$  (1)

при  $K_{HB} = 0$  (2) для укладок:  
 $0^\circ/45^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$ ;  
 $0^\circ/50^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$ ;  
 $0^\circ/52^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$

Исследование прогибов для укладок с косыми углами (группа 3, см. табл. 1) позволяет выявить влияние углов разориентации на коробление поверхности панели. В ходе анализа было установлено, что с ростом угла разориентации прогиб панели значительно увеличивается. Использование такого технологического приема, как натяжение волокон, позволяет добиться снижения величины прогибов в 1,5 – 2 раза. Зависимость, представленная на рис. 7, является доказательством вышеизложенного.

Приведенный параметрический анализ формоизменения (коробления) многослойных композитных панелей позволяет сделать следующие выводы:

- увеличение толщины панели позволяет снизить коробление поверхности конструктивного элемента;
- угол разориентации значительно сказывается на формоизменении панели;
- с целью снижения уровня искривления поверхности необходимо рассчитывать и назначать угол разориентации;
- с целью парирования коробления, уменьшения перемещений, а также увеличения несущей способности конструктивных элементов необходимо определять и назначать уровень предварительного натяжения волокон;
- для получения заданной размеростабильности необходимо определять и назначать объемное содержание компонент слоя.

Таким образом, вопросы формообразования высокоточных размеростабильных космических конструкций являются принципиально новыми в создании космических летательных аппаратов. Основным из них является обеспечение малой деформативности и высокой геометрической точности космических конструкций. Комплексность проблемы создания формостабильных космических конструкций из композиционных материалов обуславливает необходимость находить ее решение на уровне синтеза материала с минимально возможными коэффициентами температурного расширения, расчетов на прочность (жесткость), конструирования и технологии изготовления. Работу по исследованию композиционных материалов и внедрение их

в размеростабильные космические конструкции необходимо проводить с учетом особенностей композиционных материалов, таких как анизотропия термомеханических свойств, остаточные температурные напряжения и деформации неоднородных слоистых конструкций, предварительное натяжение армирующих волокон, несимметрия свойств структуры пакета композиционного материала по толщине и др., что требует дальнейшего проведения необходимых исследований и разработок.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Биткина Е.В., Пидодня В.Г., Биткина О.В.* Исследование влияния технологических факторов на остаточные напряжения, возникающие в волокнистом композите // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физ.-мат. науки, 2011. – № 4(25). – С. 59-66.
2. *Образцов И.Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А.* Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.
3. *Молодцов Г.А., Елпатьевский А.Н., Лурье С.А., Гавва Л.М.* Методы решения задач устойчивости слоистых ортотропных панелей из композиционных материалов несимметричной структуры по толщине с учетом технологических факторов // II Всесоюзная конференция «Современные проблемы строительной механики и прочности летательных аппаратов»: тез. докл. Куйбышевский авиационный институт им. академика С.П. Королева. – Куйбышев, 1986. – С. 71-72.
4. *Биткина О.В., Биткина Е.В.* Анализ технологических остаточных напряжений, возникающих в многослойных композитных панелях с несимметричной структурой пакета композита по толщине // Известия Самарского научного центра РАН. Т. 14, № 4(2), 2012. – С. 561-568.

*Статья поступила в редакцию 24 октября 2011 г.*

## EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF TECHNOLOGICAL FACTORS ON THE FORMING OF MULTILAYERED PANELS DONE OF COMPOSITE MATERIALS

***O.V. Bitkina***

Syzran Branch of Samara State Technical University  
45, Sovetskaya street, Syzran, Samara region, 446001

*The influence of technological pre-tension of fibers, panel thickness, orientation angles of composite layers and volume fraction of fibers and resin on the forming of multilayered panels done of composite materials is considered. The validation of the developed mathematical model was made by comparing the theoretical and experimental results.*

***Keywords:*** composite materials, dimensional stable structures, anisotropy, residual stress.



## ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРОВ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПОЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ПРЕДЕЛ ВЫНОСЛИВОСТИ ПРИ ОПЕРЕЖАЮЩЕМ ПОВЕРХНОСТНОМ ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

*В.С. Вакулюк, В.Ф. Павлов, О. Ю. Семёнова*

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва  
443086 г. Самара, Московское шоссе, 34

E-mail: sopromat@ssau.ru

*Изучены закономерности распределения остаточных напряжений в гладких цилиндрических образцах и в образцах с круговыми надрезами полукруглого профиля после опережающего поверхностного пластического деформирования и их влияние на предел выносливости сплошных и полых образцов из стали 20 в условиях концентрации напряжений.*

**Ключевые слова:** *остаточные напряжения, поверхностное упрочнение, цилиндрический образец, концентратор напряжений, нераспространяющаяся трещина, предел выносливости.*

После упрочнения различными методами поверхностного пластического деформирования в поверхностном слое деталей изменяется структура материала, возникают наклеп и сжимающие остаточные напряжения. В работах [1, 2] установлено, что основную роль в повышении сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей в условиях концентрации играют сжимающие остаточные напряжения. В работе [3] для прогнозирования приращения предела выносливости упрочненных деталей с концентраторами по остаточным напряжениям был предложен критерий среднеинтегральных остаточных напряжений  $\bar{\sigma}_{ост}$  в виде

$$\bar{\sigma}_{ост} = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{\sigma_z(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} d\xi, \quad (1)$$

где  $\sigma_z(\xi)$  – осевые остаточные напряжения в наименьшем сечении детали с концентратором по толщине поверхностного слоя  $y$ ;  $\xi = y/t_{кр}$  – расстояние от дна концентратора до текущего слоя, выраженное в долях  $t_{кр}$ ;  $t_{кр}$  – критическая глубина нераспространяющейся трещины усталости, возникающей при работе детали на пределе выносливости (рис. 1).

Приращение предела выносливости при изгибе в случае симметричного цикла  $\Delta\sigma_{-1}$  упрочненной детали с использованием критерия  $\bar{\sigma}_{ост}$  можно определить по следующей формуле:

---

*Владимир Степанович Вакулюк (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Сопротивление материалов».*

*Валентин Федорович Павлов (д.т.н., проф.), заведующий кафедрой «Сопротивление материалов».*

*Ольга Юрьевна Семенова, старший преподаватель кафедры «Высшая математика».*

$$\Delta\sigma_{-1} = \bar{\psi}_\sigma \cdot |\bar{\sigma}_{ocm}|, \quad (2)$$

где  $\bar{\psi}_\sigma$  – коэффициент влияния остаточных напряжений на предел выносливости по разрушению.

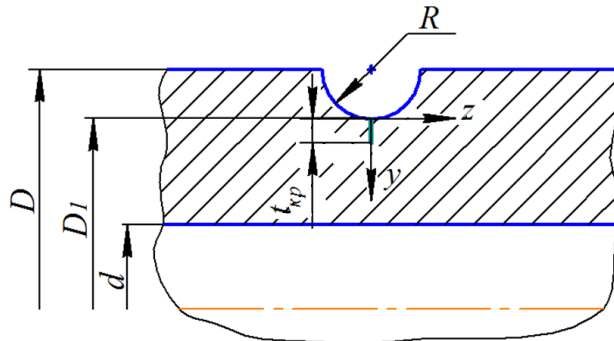


Рис. 1. Цилиндрический образец с надрезом полукруглого профиля и нераспространяющаяся трещина усталости

С целью проверки возможности применения критерия  $\bar{\sigma}_{ocm}$  для прогнозирования предела выносливости упрочненных деталей из стали 20 были проведены эксперименты на полых цилиндрических образцах с круговыми надрезами полукруглого профиля (см. рис. 1). Исследуемая сталь 20 имела следующие механические характеристики:  $\sigma_T = 395$  МПа,  $\sigma_e = 522$  МПа,  $\delta = 26,1$  %,  $\psi = 65,9$  %,  $S_k = 1416$  МПа.

Гладкие образцы диаметром  $D = 10$  мм,  $D = 25$  мм с отверстием  $d = 15$  мм подвергались пневмодробеструйной обработке (ПДО) дробью диаметром 1,5-2 мм при давлении воздуха 0,25 МПа в течение 10 минут, а также обкатке роликом (ОР) диаметром 60 мм и профильным радиусом 1,6 мм при усилии  $P = 0,5$  кН и  $P = 1,0$  кН с подачей 0,11 мм/об при скорости вращения образца 400 об/мин. Гладкие образцы диаметром  $D = 50$  мм с отверстием  $d = 40$  мм подвергались обкатке роликом на тех же режимах. Затем на все упрочненные и неупрочненные гладкие образцы наносились круговые надрезы полукруглого профиля радиуса  $R = 0,5$  мм.

Остаточные напряжения в гладких образцах диаметром  $D = 10$  мм определялись экспериментально методом колец и полосок [4], а также методом удаления части цилиндрической поверхности [5]. Остаточные напряжения в гладких образцах диаметром  $D/d = 25/15$  мм/мм и  $D/d = 50/40$  мм/мм определялись методом колец и полосок [4]. Распределение осевых  $\sigma_z$  остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя  $a$  в гладких образцах представлено на рис. 2.

Следует отметить, что остаточные напряжения в гладких образцах диаметром  $D = 10$  мм,  $D/d = 25/15$  мм/мм и  $D/d = 50/40$  мм/мм практически не различаются при одной и той же упрочняющей обработке, причем различие при пневмодробеструйной обработке значительно меньше, чем при обработке роликом. Такое совпадение распределений сжимающих остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя для цилиндрических сплошных образцов (деталей) и образцов различного диаметра с отверстием в случае, когда удвоенная толщина стенки равна диаметру гладкого образца, было описано в работах [6, 7].

В гладких образцах после пневмодробеструйной обработки сжимающие остаточные напряжения имеют существенный спад – до -110 МПа к поверхности образца, достигают максимума -338 МПа на глубине 0,07 мм и меняют знак на глубине 0,29 мм. После обкатки роликом при усилии  $P = 0,5$  кН спад сжимающих остаточ-

ных напряжений к поверхности ( $\sigma_z = -280$  МПа) значительно меньше, чем после ПДО, максимум составляет  $-345$  МПа на глубине  $0,1$  мм; смена знака происходит на глубине  $0,48$  мм. После обкатки роликом при усилии  $P = 1,0$  кН спад сжимающих остаточных напряжений к поверхности ( $\sigma_z = -230$  МПа) несколько больше, чем при  $P = 0,5$  кН; максимум составляет  $-360$  МПа на глубине  $0,15$  мм, и смена знака напряжений происходит на глубине  $0,69$  мм.

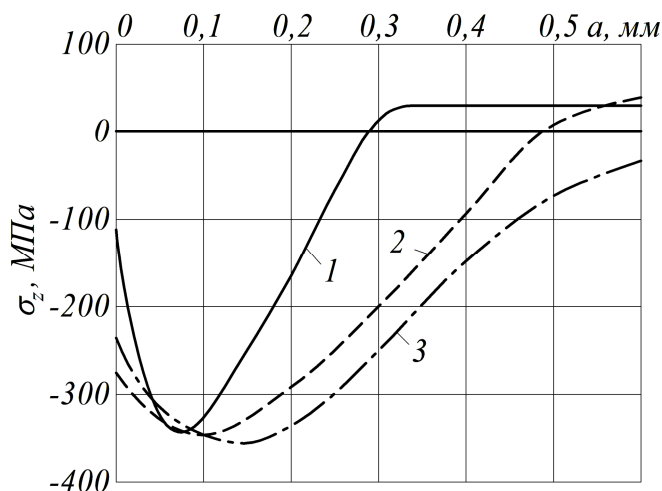


Рис. 2. Осевые остаточные напряжения  $\sigma_z$  в упрочненных гладких образцах из стали 20 после: 1 – ПДО; 2 – ОР,  $P = 0,5$  кН; 3 – ОР,  $P = 1,0$  кН

Следовательно, с увеличением усилия обкатки роликом максимум сжимающих остаточных напряжений смещается вглубь от поверхности образца и увеличивается толщина поверхностного слоя со сжимающими остаточными напряжениями. Эти закономерности распределения остаточных напряжений в гладких упрочненных образцах (деталях) оказывают значительное влияние на сопротивление усталости при опережающем поверхностном пластическом деформировании [8].

Остаточные напряжения в образцах с надрезом определялись расчетным путем – суммированием дополнительных остаточных напряжений за счет перераспределения остаточных усилий после опережающего поверхностного пластического деформирования и остаточных напряжений гладких образцов. При этом дополнительные остаточные напряжения вычислялись как аналитическим методом по методике работы [9], так и численным методом по первоначальным деформациям с использованием программного комплекса Nastran/Patran. Необходимо отметить, что результаты определения дополнительных остаточных напряжений двумя методами имели хорошее совпадение. Распределение осевых  $\sigma_z$  остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя  $a$  наименьшего сечения образцов с надрезом  $R = 0,5$  мм приведено на рис. 3.

Следует обратить внимание на то, что при упрочняющей обработке на одних и тех же режимах образцов диаметром  $10$  мм,  $25/15$  мм/мм и  $50/40$  мм/мм с надрезом  $R = 0,5$  мм остаточные напряжения несколько различаются, причем на поверхности надрезов в образцах после обкатки роликом напряжения одинаковы. В образцах после ПДО остаточные напряжения различаются и на поверхности надреза. Наблюдаемое различие в распределении остаточных напряжений в образцах с надрезом

после опережающего поверхностного пластического деформирования (ОППД) при одинаковом распределении напряжений в гладких образцах объясняется тем, что с увеличением диаметра полого цилиндра при неизменной толщине стенки уменьшается величина растягивающих остаточных напряжений под упрочненным поверхностным слоем. В результате при одинаковых дополнительных напряжениях после ОППД суммарные остаточные напряжения с увеличением диаметра образца с отверстием увеличиваются, что и наблюдалось в настоящем исследовании.

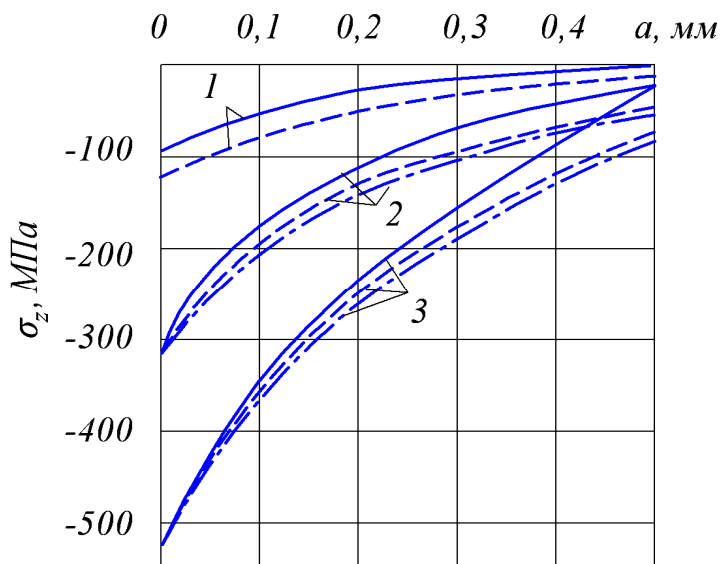


Рис. 3. Осевые остаточные напряжения  $\sigma_z$  в упрочненных образцах из стали 20 с надрезом  $R = 0,5$  мм после: 1 – ПДО; 2 – ОР,  $P = 0,5$  кН; 3 – ОР,  $P = 1,0$  кН ( — — — —  $D = 10$  мм; - - - - -  $D/d = 25/15$  мм/мм; · · · · ·  $D/d = 50/40$  мм/мм)

Испытания на многоцикловую усталость при изгибе в случае симметричного цикла неупрочненных и упрочненных образцов диаметром  $D = 10$  мм проводились на машине МУИ-6000, диаметром  $D/d = 25/15$  мм/мм – на машине УММ-01 [10], диаметром  $D/d = 50/40$  мм/мм – на машине УМП-02 [10], база испытаний –  $3 \cdot 10^6$  циклов нагружения. Результаты определения предела выносливости  $\sigma_{-1}$  представлены в таблице. Упрочненные образцы, выстоявшие базу испытаний при напряжениях, равных пределу выносливости, были доведены до разрушения при бóльшей нагрузке. На изломах этих образцов были обнаружены нераспространяющиеся трещины усталости, глубина  $t_{кр}$  которых в среднем при  $D = 10$  мм составляла 0,197 мм, при  $D/d = 25/15$  мм/мм – 0,442 мм, при  $D/d = 50/40$  мм/мм – 0,715 мм, что соответствует зависимости критической глубины нераспространяющейся трещины усталости  $t_{кр}$  от размеров поперечного сечения детали (образца), установленной экспериментально в работах [8, 11]:

$$t_{кр} = 0,0216D_1 \cdot \left[ 1 - 0,04 \cdot \left( \frac{d}{D_1} \right)^2 - 0,54 \cdot \left( \frac{d}{D_1} \right)^3 \right], \quad (3)$$

где  $D_1$  – диаметр наименьшего (опасного) сечения образца или детали,  $d$  – диаметр отверстия (см. рис. 1).

### Результаты испытаний на усталость

$D/d$ , мм/мм	Неупрочненные образцы $\sigma_{-1}$ , МПа	Упрочненные образцы			
		Обработка	$\sigma_{-1}$ , МПа	$\bar{\sigma}_{ост}$ , МПа	$\bar{\psi}_\sigma$
10/0	120	ПДО	137,5	-48	0,365
		ОР, $P = 0,5$ кН	187,5	-178	0,379
		ОР, $P = 1,0$ кН	250	-333	0,390
25/15	110	ПДО	127,5	-47	0,372
		ОР, $P = 0,5$ кН	152,5	-128	0,332
		ОР, $P = 1,0$ кН	182,5	-218	0,333
50/40	60	ОР, $P = 0,5$ кН	87,5	-82	0,335
		ОР, $P = 1,0$ кН	105	-133	0,338

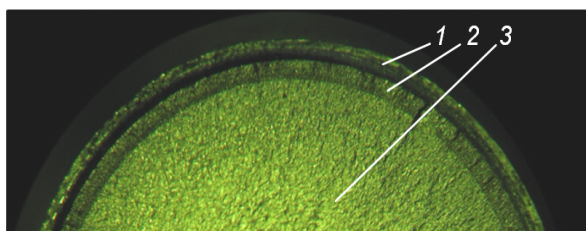


Рис. 4. Излом упрочненного дробью образца диаметром  $D = 10$  мм с надрезом  $R = 0,5$  мм: 1 – надрез, 2 – нераспространяющаяся трещина, 3 – зона долома

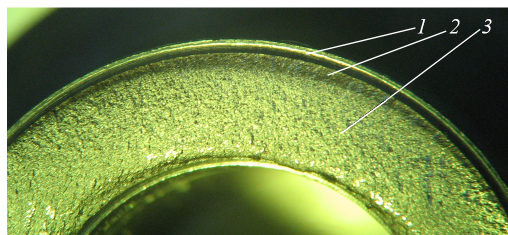


Рис. 5. Излом упрочненного роликом при  $P = 1,0$  кН образца диаметром  $D/d = 25/15$  мм/мм с надрезом  $R = 0,5$  мм: 1 – надрез, 2 – нераспространяющаяся трещина, 3 – зона долома

На рис. 4 – 6 представлены фотографии изломов упрочненных образцов диаметром  $D = 10$  мм (рис. 4),  $D/d = 25/15$  мм/мм (рис. 5),  $D/d = 50/40$  мм/мм (рис. 6). На фотографиях четко видны нераспространяющиеся трещины усталости 2, причем для образцов с  $D = 10$  мм нераспространяющаяся трещина имеет концентрическую форму, так как эти образцы испытывались на усталость при чистом изгибе с вращением. Для образцов диаметром  $D/d = 25/15$  мм/мм и  $D/d = 50/40$  мм/мм трещина имеет серповидную форму, так как испытания на усталость этих образцов проводились при поперечном изгибе в одной плоскости.

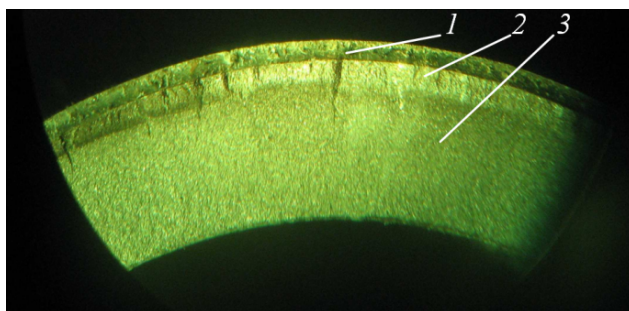


Рис. 6. Излом упрочненного роликом при  $P = 1,0$  кН образца диаметром  $D_1/d = 50/40$  мм/мм с надрезом  $R = 0,5$  мм: 1 – надрез, 2 – нераспространяющаяся трещина, 3 – зона долома

С использованием распределения осевых  $\sigma_z$  остаточных напряжений в образцах с надрезом  $R = 0,5$  мм (см. рис. 3) по толщине поверхностного слоя, равной  $t_{кр}$ , по формуле (1) вычислялись среднеинтегральные остаточные напряжения  $\bar{\sigma}_{ост}$ , значения которых представлены в таблице. Затем по формуле (2) рассчитывался коэффициент влияния остаточных напряжений на предел выносливости  $\bar{\psi}_\sigma$ , значения которого также приведены в таблице.

Из представленных в таблице данных видно, что для цилиндрических сплошных и полых упрочненных образцов с надрезом  $R = 0,5$  мм из стали 20 значение коэффициента  $\bar{\psi}_\sigma$  при изгибе в случае симметричного цикла составляет в среднем 0,356, что практически совпадает со значением  $\bar{\psi}_\sigma = 0,36$  для образцов и деталей из сталей других марок, алюминиевых сплавов и сплавов на основе никеля с такой же концентрацией напряжений [8]. Следует обратить внимание на то, что с увеличением диаметра образцов при одном и том же радиусе надреза  $R = 0,5$  мм значение коэффициента  $\bar{\psi}_\sigma$  уменьшается в связи с увеличением степени концентрации напряжений [12].

## Выводы

1. Экспериментально установлено, что в гладких полых цилиндрических образцах (деталях) различного диаметра с одинаковой толщиной стенки сжимающие остаточные напряжения после одной и той же упрочняющей обработки равны напряжениям сплошного образца, диаметр поперечного сечения которого соответствует удвоенной толщине стенки.

2. С увеличением диаметра образца (детали) для сохранения положительного по сопротивлению многоциклового усталости эффекта поверхностного упрочнения необходимо увеличивать толщину поверхностного слоя со сжимающими остаточными напряжениями.

3. Для повышения эффекта поверхностного упрочнения распределение сжимающих остаточных напряжений в деталях с концентраторами должно быть наиболее полным по толщине поверхностного слоя, равной критической глубине нераспространяющейся трещины усталости.

4. Подтверждена зависимость (3) критической глубины нераспространяющейся трещины усталости  $t_{кр}$  от размеров поперечного сечения полый цилиндрической детали на примере упрочненных пневмодробеструйной обработкой и обкаткой роликком образцов из стали 20.

5. Установлено, что критерий среднеинтегральных остаточных напряжений  $\bar{\sigma}_{ост}$  может быть использован для прогнозирования предела выносливости поверхностно упрочненных цилиндрических деталей с концентраторами напряжений из стали 20 диаметром 10 – 50 мм.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Биргер И.А. Остаточные напряжения. – М.: Машгиз, 1963. – 232 с.
2. Иванов С.И., Павлов В.Ф. Влияние остаточных напряжений и наклепа на усталостную прочность // Проблемы прочности. – 1976. – № 5. – С. 25-27.
3. Павлов В.Ф. О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений // Известия вузов. Машиностроение. – 1986. – № 8. – С. 29-32.

4. *Иванов С.И.* К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения. – Куйбышев: КуАИ, 1971. – Вып. 53. – С. 32-42.
5. *Иванов С.И., Григорьева И.В.* К определению остаточных напряжений в цилиндре методом снятия части поверхности // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. – Куйбышев: КуАИ, 1971. – Вып. 48. – С. 179-183.
6. *Павлов В.Ф., Кирпичёв В.А., Иванов В.Б., Семёнова О.Ю., Денискина Е.А.* Закономерности распределения остаточных напряжений в упрочненных цилиндрических деталях с отверстием различного диаметра / В сб.: Труды четвертой Всероссийской научной конференции с международным участием. Часть 1 / Математическое моделирование и краевые задачи. – Самара: СамГТУ, 2007. – С. 171-174.
7. *Павлов В.Ф., Кирпичёв В.А., Иванов В.Б., Семёнова О.Ю.* Особенности распределения остаточных напряжений в упрочненных цилиндрических деталях после дробеструйной обработки / В сб.: Труды пятой Всероссийской научной конференции с международным участием. Часть 1 / Математическое моделирование и краевые задачи. – Самара: СамГТУ, 2007. – С. 171-174.
8. *Павлов В.Ф., Кирпичёв В.А., Иванов В.Б.* Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений. – Самара: Издательство СНЦ РАН, 2008. – 64 с.
9. *Иванов С.И., Шатунов М.П., Павлов В.Ф.* Влияние остаточных напряжений на выносливость образцов с надрезом // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. – Куйбышев: КуАИ, 1974. – Вып. 1. – С. 88-95.
10. *Филатов Э.Я., Павловский В.Э.* Универсальный комплекс машин для испытания материалов и конструкций на усталость. – Киев: Наукова Думка, 1985. – 92 с.
11. *Павлов В.Ф.* Влияние на предел выносливости величины и распределения остаточных напряжений в поверхностном слое детали с концентратором. Сообщение II. Полые детали // Известия вузов. Машиностроение. – 1988. – № 12. – С. 37-40.
12. *Кирпичёв В.А., Филатов А.П., Каранаева О.В., Чирков, А.В., Семёнова О.Ю.* Прогнозирование предела выносливости поверхностно упрочненных деталей при различной степени концентрации напряжений // Труды МНТК «Прочность материалов и элементов конструкций». – Киев: ИПП им. Г.С. Писаренко НАН Украины, 2011. – С. 678-685.

*Статья поступила в редакцию 20 ноября 2012 г.*

***V.S. Vakulyuk, V.F. Pavlov, O.Yu. Semyonova***

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov  
34, Moskovskoe shosse, Samara, 443086

*The regularities of residual stress distribution in smooth cylindrical specimens and specimens having a semicircular profile cut after outstripping superficial plastic deforming are studied. The influence of residual stresses distribution on solid and hollow steel 20 specimens on endurance limit at stress concentration is examined.*

***Keywords:*** *residual stresses, superficial hardening, cylindrical specimen, stress concentrator, non-propagating crack, endurance limit.*

---

*Vladimir S. Vakulyuk (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.  
Valentin F. Pavlov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Olga Yu. Semyonova, Senior Lecture.*

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОЦЕНКИ СООТВЕТСТВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И РАСЧЕТНЫХ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ДЛЯ УТОЧНЕНИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ ИЗДЕЛИЯ

**Я.М. Клебанов<sup>1</sup>, В.А. Бруяка<sup>1</sup>, М.А. Вавилов<sup>2</sup>, Н.Н. Столяров<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

<sup>2</sup> ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс»  
443009, г. Самара, ул. Земеца, 18

*Представлены результаты применения метода МАС (Modal Assurance Criterion) для оценки соответствия экспериментальных и расчетных собственных частот изделия «Союз 2 этап 1 В». Расчеты проведены с использованием МКЭ и пакета ANSYS.*

**Ключевые слова:** *вибрационные испытания, метод конечных элементов, корректировка моделей, модальный анализ, МАС-критерий, ANSYS.*

При построении конечно-элементной модели изделия весьма важным является вопрос о степени ее соответствия поведению реального объекта, что может быть выяснено только на основе сравнения экспериментальных исследований изделия и соответствующих расчетов на модели. Несовпадение данных измерений и конечно-элементного моделирования привело к необходимости создания методов соответствующего уточнения моделей [1, 2]. Разработанные методы уточнения конечно-элементных моделей можно разделить на две основные группы: прямые и итерационные. Прямые методы уточняют конечно-элементную модель без какого-либо соответствия физическим параметрам. По этой причине прямые методы приводят к созданию моделей, которые не соответствуют структуре рассматриваемой конструкции. Уточненные прямыми методами матрицы масс и жесткостей имеют много недиагональных членов [3]. Это противоречит тому факту, что структурные элементы связаны в основном с соседними, в результате чего матрицы должны содержать главным образом диагональные компоненты с небольшим количеством связей между удаленными друг от друга элементами. Кроме этого при использовании прямых методов может быть нарушена симметрия матриц.

В итерационных методах для улучшения конечно-элементных моделей выполняется изменение физических характеристик, в результате создаются реалистичские с физической точки зрения модели, что является более предпочтительным. Так, в работе [4] для уточнения модели использовались амплитудно-частотные характеристики, собственные частоты. Метод наименьших квадратов для соответствующих нормализованных параметров был применен для решения переопределенных систем с данными, содержащими большой уровень шума. Подход, основанный на оценке чувствительности и надлежащем выборе измеренных данных в частотной области, позволил получить лучшую точность и сходимость процесса уточнения конечно-элементной модели. В работе [5] для распознавания собственных форм и уточнения конечно-элементных моделей использовались моменты Зернике. Это метод показал

---

*Яков Мордухович Клебанов (д.т.н., проф.), заведующий кафедрой «Механика».*

*Виталий Анатольевич Бруяка (к.ф.-м.н., доц.), доцент кафедры «Механика».*

*Максим Алексеевич Вавилов, начальник группы.*

*Николай Николаевич Столяров (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Механика».*



значительные преимущества при распознавании собственных форм для простых конструкций, имевших форму пластин. В работе [6] для уточнения моделей был предложен индекс некоррелированности. Этот индекс позволяет выявлять степени свободы, вносящие погрешности в конечно-элементную модель. Этот индекс рассчитывается по амплитудно-частотной характеристике и матрице динамической жесткости для каждой координаты как функция частоты. Метод дает хорошие результаты, когда измеряется только несколько степеней свободы. В [7] исследовалось несколько целевых функций, по которым уточнялись конечно-элементные модели конструкций. Использование собственных форм и частот для уточнения свойств материала и граничных условий при конечно-элементном моделировании мостовой конструкции можно найти в [8]. При описании поведения опор электрического кабеля в работе [9] параметры конечно-элементной модели уточнялись с использованием наиболее чувствительных характеристик конструкции, что позволило достаточно точно оценить собственные частоты. В работе [10] для уточнения конечно-элементной модели успешно использовались передаточные функции (отношение между двумя выходными параметрами). Другие успешные примеры по внедрению методов уточнения конечно-элементных моделей включают результаты анализа композитных полов [11], вертолетов [12] и стальных коробчатых балок пешеходных мостов [13].

Важным вопросом уточнения конечно-элементных моделей является вопрос выбора корректируемых параметров. В работе [14] разработан метод автоматического выбора параметров при уточнении моделей. Он основан на прямых наблюдениях. Эффективность предложенного метода была подтверждена на ряде тестовых и реальных прикладных задач. В работе [15] изучался вопрос существования нескольких вариантов улучшенных моделей. Отмечено, что глобальный оптимум в решении задачи минимизации между данными измерений и моделирования необязательно приводит к желаемой конечно-элементной модели, так как всегда существует расхождение между измеренными собственными формами и их описанием конечно-элементной моделью. Одной из причин этого факта является погрешность в измерении вращательных степеней свободы. В работе [16] метод приведения к внешним степеням свободы использовался для уменьшения числа степеней свободы конечно-элементной модели. Многими авторами рассматривался вопрос появления плохо определенных матриц при уточнении конечно-элементной модели. Было предложено несколько методов для преодоления этой проблемы, включая байесов подход [17] и регуляризацию [2]. Регуляризованный метод Lanczos (вариант sinc-функции) использовался для уточнения модели в работе [18].

В качестве исходных данных для уточнения моделей часто используются данные модального анализа и соответствующие результаты виброиспытаний изделия. Если считать, что геометрическая модель с достаточной степенью точности воспроизводит реальное изделие, то возможное расхождение собственных частот, вычисленных методом конечных элементов, и частот, полученных по результатам виброиспытаний, может быть обусловлено двумя причинами. Во-первых, реальные модули упругости материалов изделия могут отклоняться от номинальных значений, а во-вторых – значения параметров демпфирования, задаваемые в расчетных моделях, на практике зачастую неизвестны и потому принимаются приближенно. Это может привести к тому, что на этапе уточнения физических параметров модели по собственным частотам может возникнуть перепутывание, в результате которого экспериментальной собственной частоте будет поставлена в соответствие другая близкая к ней частота и форма колебаний, полученные расчетом. Кроме этого, модальный анализ позволяет рассчитать все собственные формы в заданном диапазоне, но не все-

гда все из них могут быть возбуждены экспериментальным путем. В таком случае необходимо исключить расчетные частоты, не имеющие пар в экспериментальном наборе частот.

Методы оценки соответствия экспериментальных и расчетных собственных частот, как правило, опираются на некоторые критерии. Так, в работе [19] был разработан критерий *MAC* для оценки соответствия форм колебаний. При этом собственные формы до появления повреждений в материале изделия сравнивались с формами после их образования. В [20] этот критерий использовался для выявления локальных повреждений космического шаттла (Space Shuttle Orbiter). Повреждения были вызваны нарушениями в акустическом диапазоне частот. Собственные формы были разделены на несколько групп и сравнивались в пределах каждой из них. В работе [21] использовался частичный критерий *MAC* (*PMAC*) и координатный критерий (*COMAC*), предложенный в [22] для определения поврежденной зоны конструкции. В работе [23] введен глобальный индекс живучести, основанный на соотношении весовых сумм собственных частот для поврежденных и неповрежденных конструкций. Веса были использованы, чтобы определить чувствительность к повреждению каждой формы. Анализ соответствия собственных форм колебаний конструкций используется для уточнения моделей конечных элементов летательных аппаратов в компаниях Airbus [24], LMS [25] и ГКНПЦ им. М.В. Хруничева [26, 27].

Важным различием между конечно-элементным моделированием и экспериментальным определением вибрационных свойств конструкции является то, что для обеспечения точности конечно-элементной модели она должна включать определенный минимум степеней свободы, чего не требуется при испытаниях. Вместе с тем при испытаниях также необходимо зарегистрировать некоторый минимум числа степеней свободы, необходимый для полного описания собственных форм и исключения их перепутывания. В этой связи расчетные собственные формы целесообразно использовать для определения числа и локализации измеряемых степеней свободы.

В настоящей работе представлена процедура уточнения конечно-элементной модели изделия «Союз 2-1 В». В качестве исходных данных используются объемные модели изделия и нагрузочного стенда, созданные в CAD-системе. С целью упрощения задачи выполнен переход от объемных тел к поверхностным (оболочечным) телам. Отказ от объемной геометрии изделия и переход к оболочечной модели позволяет достаточно полно описывать геометрию и в то же время получать приемлемую для расчета на неспециализированной вычислительной технике размерность задачи, определяемую числом степеней свободы. В оболочечную модель переносятся все имеющиеся в исходных моделях элементы конструктивного исполнения и задаются соответствующие толщины оболочек. Все вышеуказанные действия были выполнены в пакете ANSYS. Общий вид получаемой модели испытательного стенда (стапеля) и изделия показан на рис. 1.

На следующем этапе выполняется разбиение геометрических моделей на конечные элементы. По условиям виброиспытаний внутренняя полость изделия заполнена жидкостью, которая моделируется в ANSYS объемными элементами типа FLUID30. Контакт между объемными конечными элементами жидкости и плоскими конечными элементами деталей изделия, затапливаемых жидкостью, осуществляется путем связывания степеней свободы соседних узлов. В данной постановке задачи не учитывается эффект «плескания» жидкости на свободной поверхности, поскольку его частота не превышает 5 Гц.

Поверхности разбиваются на конечные элементы с помощью 4-х узловых оболочечных конечных элементов SHELL181, имеющих шесть степеней свободы в каждом узле. Используя такие возможности конечного элемента SHELL181, как генера-

ция конечных элементов в сечении оболочки и смещение узлов от средней плоскости на любую заданную величину, для оболочечной модели, состоящей только из поверхностей, можно создать конечно-элементную модель, соответствующую по механическим свойствам модели из трехмерных объемных элементов. Тем самым моделируется необходимая жесткость конструкции. В результате разбиения сформированной геометрической модели на конечные элементы было получено 5357473 элементов.

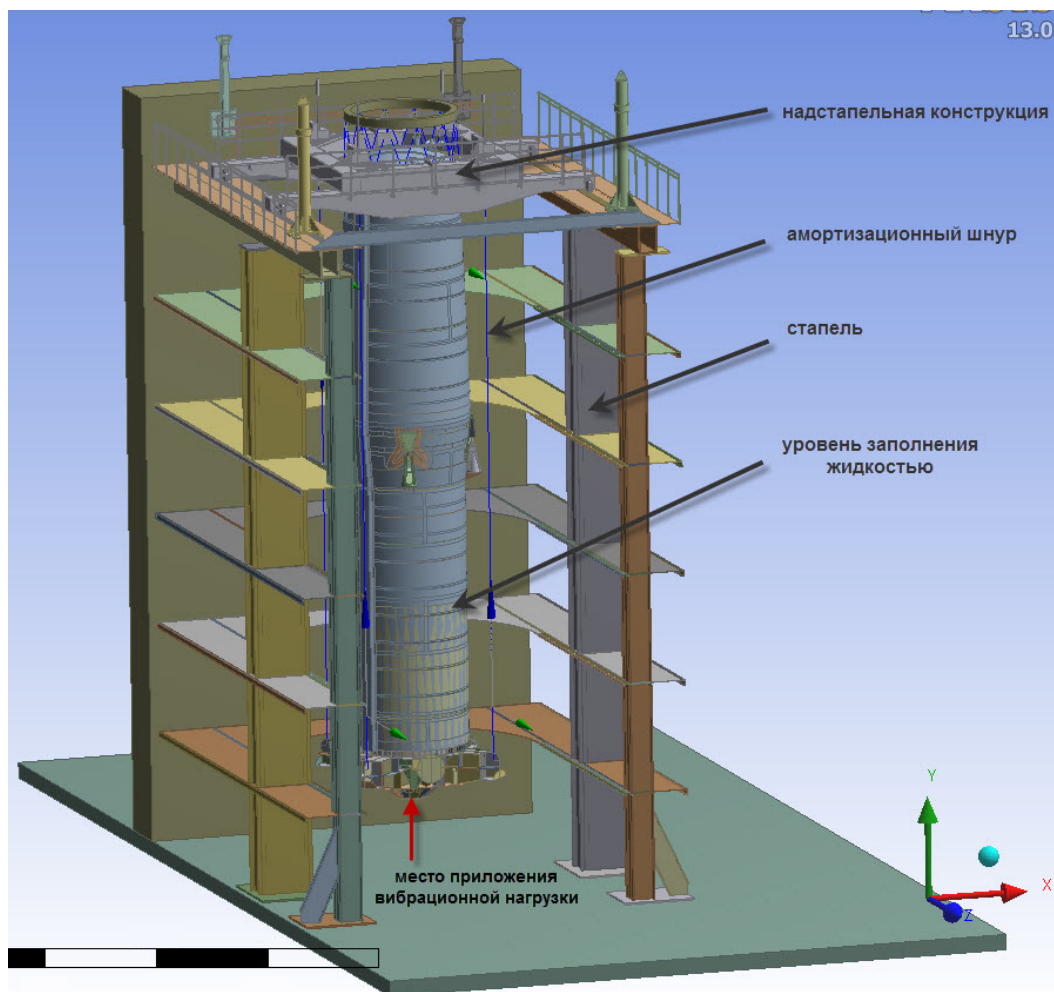


Рис. 1. Общий вид модели испытательного стенда и изделия

Далее задаются необходимые свойства материалов изделия и нагрузочного стенда. Упругое подвешивание, необходимое при проведении вибрационных испытаний данного изделия, обеспечивается соединением амортизационных шнуров в верхней части с надстاپельной конструкцией. Коэффициент жесткости материала амортизационных шнуров был определен экспериментально. После задания всех необходимых свойств материалов и граничных условий для полученной модели выполняется гармонический анализ в заданном диапазоне частот. Силовое возмущение

для гармонического анализа нескорректированной модели задавалось через вертикальную периодическую силу величиной 130кН, приложенную к нижней части стакана, как это показано на рис. 1. Расчет выполнялся с переменным шагом по диапазону частот от 42 до 2500 Гц.

Оценка соответствия расчетных и экспериментальных собственных форм проводится с целью исключения расчетных форм, не имеющих парных экспериментальных форм, и исключения перепутывания. Для этого используется МАС-критерий, который рассчитывается по формуле

$$MAC_{ij} = \frac{[\Psi_{iЭ} \Psi_{jP}]^2}{[\Psi_{jЭ} \Psi_{jЭ}][\Psi_{jP} \Psi_{jP}]}, \quad (1)$$

где  $\Psi_{iP}, \Psi_{jЭ}$  – формы, полученные при идентификации расчетной модели и измеренные в процессе динамического нагружения конструкции соответственно;  $i = 1, \dots, n$ , где  $n$  – число форм по результатам испытаний;  $j = 1, \dots, m$ , где  $m$  – число форм по результатам конечно-элементного анализа.

Значение  $MAC_{ij}$  – квадрат косинуса угла между собственными векторами двух форм. Если это значение равно единице, то имеет место совпадение собственных векторов и форм. В случае равенства значения  $MAC_{ij}$  нулю эти собственные векторы перпендикулярны друг другу и рассматриваемые формы не соответствуют друг другу.

После расчета МАС-критериев и сопоставления частот формируется целевая функция  $\Pi(x)$ , отражающая отклонение между расчетными и экспериментальными значениями:

$$\Pi(x) = \sum_{i=1}^m \alpha_i \left( \frac{\omega_{iP} - \omega_{iЭ}}{\omega_{iЭ}} \right)^2, \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad (2)$$

где  $\omega_{iP}, \omega_{iЭ}$  – рассчитанные и экспериментально определенные частоты;  $\alpha_i$  – весовые коэффициенты относительных разностей между частотами, которые вводятся при необходимости учесть различия в точности измерения частот в разных диапазонах;  $m$  – число рассматриваемых частот;  $x$  – вектор уточняемых параметров конечно-элементной модели.

Поскольку конечно-элементная модель содержит большее количество степеней свободы, чем определяется в испытаниях, то часть расчетных собственных частот, для которых нет соответствующих экспериментальных значений, исключается из рассмотрения. К числу уточняемых параметров модели относятся характеристики материала изделия, за исключением характеристик, определяющих свойства демпфирования, а также заданные приближенно единичные точечные массы. Процедура уточнения параметров реализуется простым перебором или, при необходимости, с привлечением встроенной в ANSYS процедуры автоматической оптимизации.

При вибрационных испытаниях на боковой поверхности изделия определяются места установки датчиков, измеряющих амплитуды ускорений, а также устанавливается задающий датчик, позволяющий управлять процессом испытания. Ускорение на задающем датчике при испытаниях стремятся выдерживать постоянным на всех частотах. Значение ускорения на задающем датчике используется для нормирования полученных экспериментальных результатов.

Для процедуры оценки соответствия экспериментальных и расчетных частот выбраны такие частоты, для которых наибольшее количество датчиков регистрируют резонанс. Затем по формуле (1) рассчитывались значения МАС-критерия по следующей схеме: для каждой из выбранных экспериментальных резонансных частот перебирались расчетные частоты. Результаты сопоставления частот перед этапом уточнения модели представлены в таблице. Расчеты целевой функции по формуле (2) при коэффициентах  $\alpha_i = 1$  дают значение 4,04.

### Результаты сопоставления частот по критерию МАС

Измеренная собственная частота, Гц	До уточнения модели		После уточнения модели	
	Расчетная собственная частота, Гц	Значение МАС-критерия	Расчетная собственная частота, Гц	Значение МАС-критерия
46,00	50	0,8847	45	0,8994
53,00	55	0,8923	55	0,8768
118,00	200	0,8603	120	0,9100
454,61	890	0,8021	230	0,9191
492,96	920	0,8702	350	0,7804
716,92	920	0,9285	600	0,9105
1025,20	2245	0,7914	760	0,9654
1406,80	2245	0,7222	1600	0,7100
1905,10	2245	0,8624	1960	0,8065

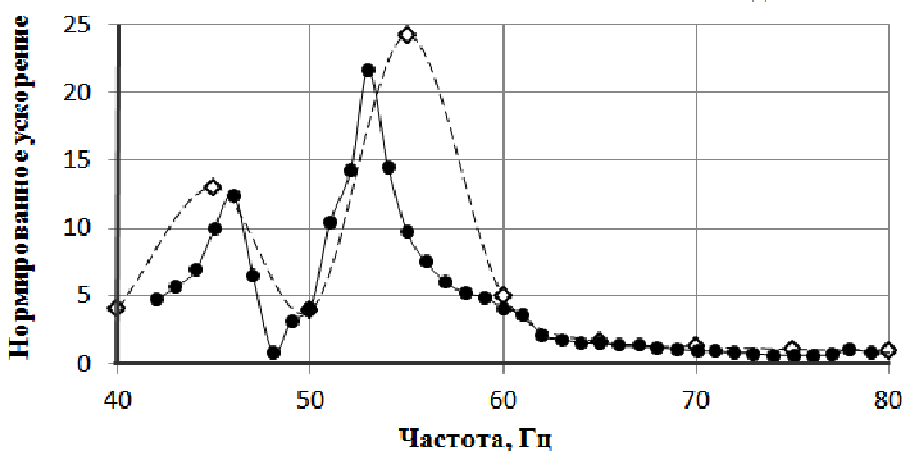


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика изделия по датчику В38 в направлении вертикальной оси (ось X):  $\diamond$  расчетные данные;  $\bullet$  опытные данные

Для уточнения модели и сближения экспериментальных резонансных частот с расчетными был уменьшен модуль упругости материала изделия. Это обусловлено тем, что исходная модель не учитывает жесткость в соединениях составных частей и деталей. Уменьшение модуля упругости позволило сблизить расчетные и экспериментальные собственные частоты. Результаты сопоставления частот по критерию МАС для модели с измененным модулем упругости представлены в таблице. Расчеты целевой функции по формуле (2) при коэффициентах  $\alpha_i = 1$  дают значение 0,05.

Для выбранных двух датчиков, установленных в верхней части изделия, амплитудно-частотные характеристики в направлении вертикальной оси  $X$  после корректировки модели представлены на рис. 2 и 3. Пики на графиках соответствуют резонансным частотам, полученным расчетным или опытным путем.

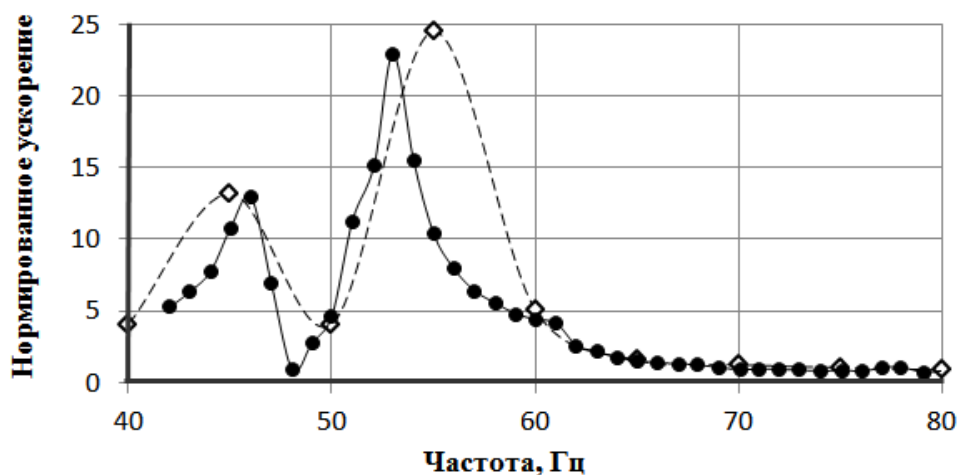


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика изделия по датчику В39 в направлении вертикальной оси (ось  $X$ ):  $\diamond$  расчетные данные;  $\bullet$  опытные данные

## Заключение

Для конечно-элементной модели изделия «Союз 2-1 этап В» по данным вибрационных испытаний и их численного моделирования в ANSYS были скорректированы жесткостные характеристики с помощью МАС-критерия. Отсутствие в модели детального описания имеющихся в конструкции соединений и креплений не позволило использовать возможности корректировки их жесткостей и привело к необходимости «размазывания» такой корректировки по всей модели. Вместе с тем использование данного метода позволило получить конечно-элементную модель изделия, достаточно хорошо описывающую поведение реального объекта при вибрационных испытаниях, что дает возможность использовать ее в процессе моделирования испытаний других видов.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Mottershead J.E., Friswell M.I.* Model Updating in Structural Dynamics: A Survey // *J. of Sound and Vib.* – 1993. – Vol. 167. – p. 347-375.
2. *Friswell M.I., Mottershead J.E.* Finite Element Model Updating in Structural Dynamics. Kluwer Academic Publishers Group, Norwell, 1995. – 308 p.

3. *Maia N.M.M., Silva J.M.M.* Theoretical and Experimental Modal Analysis. Research Studies Press. Hertfordshire, 1997. – 488 p.
4. *Esfandiari A. et al.* Structural Model Updating Using Frequency Response Function and Quasi-linear Sensitivity Equation // J. of Sound and Vib. – 2009. – Vol. 326. – p. 40-56.
5. *Wang W., Mottershead J.E., Mares C.* Mode-shape Recognition and Finite Element Model Updating Using the Zernike Moment Descriptor // Mech. Syst. and Signal Process. – 2009. – Vol. 23. – p. 2088–2112.
6. *Kozak M.T. et al.* A Method in Model Updating Using Miscorrelation Index sensitivity // Mech. Syst. and Signal Process. – 2009. – Vol. 23. – p. 1747-1758.
7. *Yang Z., Wang L., Li B., Liu J.* Objective Functions and Algorithms in Structural Dynamic Finite Element Model Updating // Chin J. of Appl. Mech. – 2009. – Vol. 26. – p. 288-296.
8. *Bayraktar A., Altunişik A.C., Sevim B., Turker T.* Finite Element Model Updating of Highway Bridge // Tech J. of Turk. Chamb. of Civ. Eng. – 2009. – Vol. 20. – p. 4675-4700.
9. *Li Y.Q., Du Y.L.* Dynamic Finite Element Model Updating of Stay-cable Based on the Most Sensitive Design Variable // J. of Vib. and Shock. – 2009. – Vol. 28. – p. 141-143.
10. *Steenackers G., Devriendt C., Guillaume P.* On the Use of Transmissibility Measurements for Finite Element Model Updating // J. of Sound and Vib. – 2007. – Vol. 303. – p. 707-722.
11. *Pavic A., Miskovic Z., Reynolds P.* Modal Testing and Finite-element Model Updating of a Lively Openplan Composite Building Floor // J. of Struct. Eng. – 2007. – Vol. 133. – p. 550-558.
12. *Shahverdi H., Mares C., Wang W., Greaves C.H., Mottershead J.E.* Finite Element Model Updating of Large Structures by the Clustering of Parameter Sensitivities // Appl. Mech. and Mater. – 2006. – Vol. 5-6. – p. 85-92.
13. *Živanović S., Pavic A., Reynolds P.* Finite Element Modelling and Updating of a Lively Footbridge: The Complete Process // J. of Sound and Vib. – 2007. – Vol. 301. – p. 126-145.
14. *Kim G.H., Park Y.S.* An Automated Parameter Selection Procedure for Finite-element Model Updating and its Applications // J. of Sound and Vib. – 2008. – Vol. 309. – p. 778-793.
15. *Zerate B.A., Caicedo J.M.* Finite Element Model Updating: Multiple Alternatives // Eng. Struct. – 2008. – Vol. 30. – p. 3724-3730.
16. *Li H., Liu F., Hu S.L.J.* Employing Incomplete Complex Modes for Model Updating and Damage Detection of Damped Structures // Sci. in Chin., Ser. E: Technol. Sci. – 2008. – Vol. 51. – p. 2254-2268.
17. *Marwala T.* Computational Intelligence for Missing Data Imputation, Estimation and Management: Knowledge Optimization Techniques. Information Science IGI Global Publications, New York: Reference Imprint. – 2009. – 326 p.
18. *Wu J.E., Dai H.* Regularized Lanczos Method for Model Updating // J. of Vib. and Shock. – 2008. – Vol. 27. – p. 65-69.
19. *Allemang R.J., Brown D.L.* A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis // Proc. of the 1st Int. Modal. Anal. Conf. – 1982. – p. 01-18.
20. *West W.M.* Single Point Random Modal Test Technology Application to Failure Detection // The Shock and Vib. Bull. – 1982. – Vol. 52. – p. 25-31.
21. *Kim J.H., Jeon H.S., Lee S.W.* Application of Modal Assurance Criteria for Detecting and Locating Structural Faults // Proc. of the 10th Int. Modal. Anal. Conf. – 1992. – p. 536-540.
22. *Levin R.I., Lieven N.A.J.* Dynamic Finite Element Updating Using Neural Networks // J. of Sound and Vib. – 1998. – Vol. 210. – p. 593-608.
23. *Salawu O.S.* Non-destructive Assessment of Structures Using Integrity Index Method Applied to a Concrete Highway Bridge // Insight. – 1995. – Vol. 37. – p. 875-878.
24. *Иезяга С.* Гибридное моделирование и вибронализ в компании Airbus // ANSYS Solutions. – 2005. – № 1-III. – С. 18-23.
25. *Brughmans M., Leuridan J., Blauwkamp K.* The application of FEM-EMA correlation and validation techniques on a body-in-white. Proceedings of the International Conference on Structural Dynamics Modeling, Test, Analysis & Correlation, UK, pp. 269-282, 1993.
26. *Бахвалов Ю.О., Клейменов Г.Б., Шевченко И.В.* Метод идентификации диссипативных и жесткостных характеристик конструкций ракетно-космической техники при вибрационных испытаниях // Авиационная промышленность. – 2009. – № 3. – С. 15-18.
27. *Клейменов Г.Б., Шевченко И.В.* Расчетно-экспериментальный метод определения режимов вибрационных испытаний авиационной техники // Технология машиностроения. – 2010. – № 7. – С. 43-46.

*Статья поступила в редакцию 26 ноября 2012 г.*

# APPLICATION OF A METHOD OF ESTIMATING EXPERIMENTAL AND CALCULATED NATURAL FREQUENCIES CONFORMITY FOR IMPROVEMENT THE FE-MODEL OF PRODUCT

*Y.M. Klebanov<sup>1</sup>, V.A. Bruyaka<sup>1</sup>, M.A. Vavilov<sup>2</sup>, N.N. Stolyarov<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

<sup>2</sup> State Research-and-Production Space Rocket Centre «TsSKB-Progress»  
18, Zemetza st., Samara, 443009

*In article the results of application of Modal Assurance Criterion method for estimating experimental and calculated natural frequencies conformity, gained for a product «Souyz 2-IB», are presented. Calculations are carried out through FEM in ANSYS.*

**Keywords:** *Vibrating tests, finite elements method (FEM), modal analysis, Modal Assurance Criterion, FE-model updating, ANSYS.*

---

*Yakov M. Klebanov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

*Vitaly A. Bruyaka (Ph.D. (Phys.& Math.)), Associate professor.*

*Maksim A. Vavilov, Head of Group.*

*Nikolay N. Stolyarov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*



## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ШТРАФНЫХ ФУНКЦИЙ К ВЫВОДУ ВАРИАЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КОНТИНУУМА «ИНДЕНТОР – ДЕФОРМИРУЕМАЯ СРЕДА»**

***Н.В. Овчинникова, Ю.В. Чеботаревский***

Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина  
410054, Саратов, ул. Политехническая, 77

E-mail: alanita@inbox.ru

*Рассматривается контактная задача о напряженно-деформированном состоянии континуума «индентор – контактирующая с ним среда» с учетом искривления поверхности контакта в процессе деформирования. С помощью метода штрафных функций условия на поверхности контакта введены непосредственно в вариационное уравнение движения континуума. Это позволяет свести дальнейшее исследование его напряженно-деформированного состояния каким-либо из численных методов к отысканию безусловного минимума соответствующего функционала. Вариационное уравнение движения континуума получено для произвольной геометрической формы деформирующихся контактных поверхностей и без наложения каких-либо ограничений на геометрические соотношения и физические уравнения материалов тел, его образующих.*

**Ключевые слова:** *напряженно-деформированное состояние, вариационное уравнение, метод штрафных функций.*

### **Введение**

В настоящее время большое распространение получили различные технологии обработки деталей пластическим деформированием, возникающим за счет приложения к их поверхностям технологического инструмента с относительно жесткой рабочей поверхностью. В связи с этим весьма актуальным представляется исследование механических процессов, происходящих в обрабатываемом материале при такого рода воздействиях. Как правило, оно сводится к решению контактных задач о взаимодействии жесткого индентора и упругопластической среды. В подавляющем большинстве случаев получить аналитические выражения, описывающие поведение индентора и среды при упругопластическом поведении ее материала в реальном технологическом процессе, практически невозможно. Поэтому возникает необходимость разработки различных подходов к решению подобного рода задач с применением упрощающих допущений и численных методов исследования. Так, в работах [1, 2] для решения осесимметричной задачи о контактном взаимодействии колеблющегося с ультразвуковой частотой абсолютно жесткого индентора с упругопластической средой в форме короткого кругового цилиндра принимается упрощенная физико-математическая модель, основанная на замене реального контактного воздействия рабочего инструмента на материал обрабатываемой среды действием эквивалентной ему, распределенной по определенному закону нагрузки.

Здесь в качестве упрощенного подхода предлагается замена исходной задачи в классической постановке [3] ее вариационным аналогом, получаемым на основе вариационного принципа Даламбера – Лагранжа и метода штрафных функций.

---

*Наталья Владимировна Овчинникова, ассистент кафедры «Техническая механика и детали машин».*

*Юрий Викторович Чеботаревский (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Прикладная математика и системный анализ».*

В качестве исходной за основу примем математическую модель, предложенную в работах [1-3], согласно которой в окрестностях локальной зоны контакта в обрабатываемой среде выделим некоторый объем в виде кругового цилиндра высоты  $h_2$  и радиуса  $R_2$ , к центру одной из торцевых поверхностей которого прикладывается рабочий инструмент в виде индентора со сферической рабочей поверхностью. Силовое воздействие рабочего органа на материал среды будем моделировать путем приложения к индентору направленного вдоль общей оси симметрии индентора и цилиндра динамического усилия  $F(t)$ , где  $t$  – время. Будем полагать, что как упругие, так и пластические деформации материалов среды и индентора являются малыми и что твердость материала рабочей поверхности индентора значительно выше твердости обрабатываемого материала. Возникающими при контакте силами трения и выделяемой при взаимодействии контактирующих тел теплотой будем пренебрегать, считая процесс деформирования изотермическим.

Отнесем цилиндр и индентор к цилиндрической системе координат  $Or\theta z$ , расположив ее начало в центральной точке контактной поверхности и направив ось  $z$  вдоль общей оси симметрии индентора и цилиндра вглубь среды. Обозначим через  $v_r^l, v_z^l$  и  $\delta v_r^l, \delta v_z^l$  ( $l = I, II$ ) проекции векторов скорости движения точек континуума и их вариации на оси координат, а через  $\sigma_{ij}^l$  ( $i, j = r, \theta, z$ ) ( $l = I, II$ ) – компоненты тензора напряжений, где  $l = I$  означает, что соответствующая величина относится к индентору, а  $l = II$  – к среде. Тогда вариационное уравнение движения континуума «индентор – среда», полученное на основе вариационного принципа Даламбера – Лагранжа в работе [3] и эквивалентное сформулированной выше исходной задаче, в общем случае может быть записано так:

$$\delta\Phi(r, z, t) = \int_0^{R_2} \int_{\chi_{II}(r,t)}^{h_2} f^{II} r dz dr + \int_0^{R_1} \int_{\chi_I(R_1,t)-h_1}^{\chi_I(r,t)} f^I r dz dr - \int_0^{R_1} \delta v_z^l p r dr = 0, \quad (1)$$

где

$$f^l(r, z, t) = \sigma_{rr}^l \frac{\partial}{\partial r} (\delta v_r^l) + \delta v_r^l \frac{\sigma_{\theta\theta}^l}{r} + \sigma_{rz}^l \frac{\partial}{\partial z} (\delta v_r^l) + \delta v_r^l \rho^l \frac{d v_r^l}{dt} \quad (l = I, II), \quad (2)$$

$$+ \sigma_{zz}^l \frac{\partial}{\partial z} (\delta v_z^l) + \sigma_{zr}^l \frac{\partial}{\partial r} (\delta v_z^l) + \delta v_z^l \rho^l \frac{d v_z^l}{dt},$$

$p(t)$  – равномерно распределенная нагрузка по верхней торцевой поверхности индентора, эквивалентная приложенной к нему сосредоточенной силе

$$F(t) = 2\pi \int_0^{R_1} p(t) r dr,$$

$\rho^l$  ( $l = I, II$ ) – плотность материала среды или индентора соответственно;

$R_1$  и  $h_1$  – радиус и высота цилиндрической части индентора;

$t$  – время;

$\chi_l(r, t)$  ( $l = I, II$ ) – пока не определенные функции, входящие в уравнения контактных поверхностей индентора и среды:

$$\tilde{\chi}_l(r, z, t) = z - \chi_l(r, t) = 0 \quad (l = I, II). \quad (3)$$

Вариационное уравнение (2) описывает движение среды и индентора с учетом граничных условий на поверхностях континуума и обобщенного контактного условия, но без учета условия «непроникновения» [3]

$$\gamma_n = v_n^I + v_n^{II} \leq 0 \quad (4)$$

и требования  $\sigma_{nn}^l < 0$  ( $l = I, II$ ) в области контакта, где  $v_n^l$  – проекции векторов скорости принадлежащих индентору и среде точек возможного контакта в направлении соответствующей нормали, связанные с проекциями скорости на оси системы координат  $Orz$  соотношениями

$$v_n^l = v_r^l n_r^l + v_z^l n_z^l, \quad (l = I, II), \quad (5)$$

а  $\sigma_{nn}^l$  – нормальные компоненты вектора напряжений на площадках, перпендикулярных внешним нормальям деформированных поверхностей индентора и среды в области контакта и ее окрестностях, связанные с компонентами тензора напряжений  $\sigma_{ij}^l$  ( $i, j = r, \theta, z$ ) известными соотношениями [4]

$$\sigma_{nn}^l = n_z^l (\sigma_{zz}^l n_z^l + \sigma_{zr}^l n_r^l) + n_r^l (\sigma_{rz}^l n_z^l + \sigma_{rr}^l n_r^l) \quad (l = I, II). \quad (6)$$

В выражениях (5)  $n_r^l$  и  $n_z^l$  – направляющие косинусы главных внешних нормалей  $\bar{n}^I$  и  $\bar{n}^{II}$  деформированных поверхностей индентора и среды, включая и область контакта, определяемые из соотношений

$$n_r^l = (-1)^{l+1} \frac{\frac{\partial \tilde{\chi}_l}{\partial r}}{\sqrt{\left[ \frac{\partial \tilde{\chi}_l}{\partial r} \right]^2 + \left[ \frac{\partial \tilde{\chi}_l}{\partial z} \right]^2}}; \quad n_z^l = (-1)^{l+1} \frac{\frac{\partial \tilde{\chi}_l}{\partial z}}{\sqrt{\left[ \frac{\partial \tilde{\chi}_l}{\partial r} \right]^2 + \left[ \frac{\partial \tilde{\chi}_l}{\partial z} \right]^2}} \quad (l = I, II). \quad (7)$$

Для того чтобы учесть ограничение (5) непосредственно в вариационном уравнении движения среды (1), а также требование  $\sigma_{nn}^l < 0$  ( $l = I, II$ ) в области контакта, воспользуемся методом штрафных функций. Особенность использования этого метода в контактных задачах состоит в том, что его применение допускает возможность проникновения тела индентора в материал среды. Причем уровень проникновения существенно зависит от выбора вида штрафной функции. Следуя [5], в данном случае представим ее выражение в виде

$$\psi(r, z, t) = \frac{1}{2\pi} \Psi \left\{ g_z(z), \gamma_n(v_n) \right\} H \left\{ g_z(z) \right\}. \quad (8)$$

В соотношении (8) функция  $g_z(z)$  исходя из физических соображений может быть задана в форме, содержащей сомножитель в виде разности осевых координат  $z^I$  и  $z^{II}$  точек возможного контакта, лежащих на поверхности среды и рабочей поверхности индентора соответственно (см. рисунок), а именно

$$g_z(z) = \alpha (z^I - z^{II}). \quad (9)$$

В (8) и (9)  $H \left\{ g_z(z) \right\}$  – функция Хэвисайда, а  $\alpha$  – некоторый коэффициент.

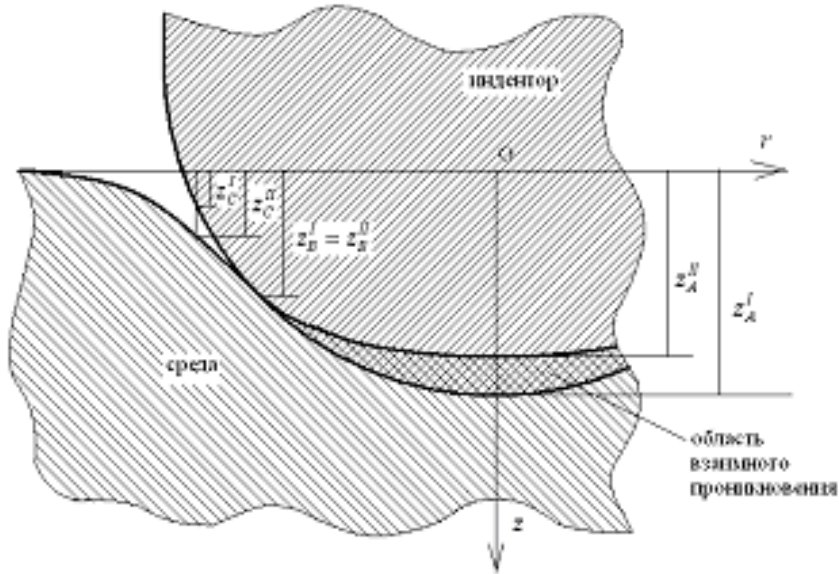


Схема взаимопроникновения индентора и среды

На рисунке значениям координат  $z^I - z^{II} = 0$  соответствует зона идеального контакта поверхностей индентора и среды,  $z^I - z^{II} > 0$  – область взаимопроникновения (выделена двойной штриховкой), а  $z^I - z^{II} < 0$  соответствует зона, в которой контакт возможен, но в данный момент времени не реализован. Представление штрафной функции в виде (8) с учетом (9) позволяет сделать штрафную функцию положительно определенной, что обеспечивает выполнение требования  $\sigma_{nn}^{II} < 0$  в области контакта, и отличной от нуля только в точках возможного проникновения тела индентора в материал среды.

Учитывая выражения для нормальной и касательной составляющих вектора скорости произвольной точки континуума (5), представим вариацию функции проникновения (4) так:

$$\delta\gamma_n = \delta v_r^I n_r^I + \delta v_z^I n_z^I + \delta v_r^{II} n_r^{II} + \delta v_z^{II} n_z^{II}. \quad (10)$$

Умножая (8) на вариацию  $\delta\gamma$  (10) и интегрируя затем полученное выражение по поверхности контакта, с учетом правила сведения поверхностного интеграла к обыкновенному имеем:

$$\delta\Psi = \int_0^a \frac{1}{n_z^I} \delta\gamma_n \Psi \{g_z(z), \gamma_n(v_n)\} H \{g_z(z)\} r dr, \quad (11)$$

где  $a$  – радиус контактной поверхности.

Добавляя (11) в левую часть уравнения (1), получаем:

$$\delta\Pi(r, z, t) = \delta\{\Phi(r, z, t) + \Psi(r, z, t)\} = 0. \quad (12)$$

В (12) входят до сих пор не определенные направляющие косинусы главных нормалей деформированных поверхностей индентора и среды, возникающих в результате их взаимодействия. Для того чтобы выразить их значения через подлежа-

щие определению составляющие вектора перемещения  $u_r^l$  и  $u_z^l$  точек, лежащих на этих поверхностях, проведем следующие рассуждения.

Очевидно, что выражения для текущих координат любой точки индентора и среды, лежащей на деформированных поверхностях в области и окрестностях возможного контакта, в системе координат  $Orz$  могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned} r^l &= r_n^l + u_r^l(r_n^l, z_n^l, t); \quad (l = I, II); \\ z^l &= z_n^l + u_z^l(r_n^l, z_n^l, t), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $r_n^l$  и  $z_n^l$  – начальные значения координат соответствующей точки континуума, а  $t$  – момент времени, в который эти текущие координаты определяются. Соотношения (13) представляют собой уравнения деформированных поверхностей индентора и среды в параметрической форме. Используя их, можно выразить производные от левых частей уравнений (3), входящие в выражения для направляющих косинусов (7), через искомые компоненты вектора перемещений точек континуума, лежащих на поверхностях возможного контакта. Опуская промежуточные рассуждения, получаем:

$$n_r^I = - \frac{\frac{\partial u_z^I}{\partial r} - \frac{r}{\sqrt{R_0^2 - r^2}} \left( 1 + \frac{\partial u_z^I}{\partial z} \right)}{\sqrt{\left[ \frac{\partial u_z^I}{\partial r} - \frac{r}{\sqrt{R_0^2 - r^2}} \left( 1 + \frac{\partial u_z^I}{\partial z} \right) \right]^2 + \left[ 1 + \frac{\partial u_r^I}{\partial r} - \frac{\partial u_r^I}{\partial z} \frac{r}{\sqrt{R_0^2 - r^2}} \right]^2}}; \quad (14)$$

$$n_z^I = \frac{1 + \frac{\partial u_r^I}{\partial r} - \frac{\partial u_r^I}{\partial z} \frac{r}{\sqrt{R_0^2 - r^2}}}{\sqrt{\left[ \frac{\partial u_z^I}{\partial r} - \frac{r}{\sqrt{R_0^2 - r^2}} \left( 1 + \frac{\partial u_z^I}{\partial z} \right) \right]^2 + \left[ 1 + \frac{\partial u_r^I}{\partial r} - \frac{\partial u_r^I}{\partial z} \frac{r}{\sqrt{R_0^2 - r^2}} \right]^2}}; \quad (15)$$

$$n_r^{II} = \frac{\frac{\partial u_z^{II}}{\partial r}}{\sqrt{\left[ 1 + \frac{\partial u_r^{II}}{\partial r} \right]^2 + \left[ \frac{\partial u_z^{II}}{\partial r} \right]^2}}; \quad n_z^{II} = - \frac{1 + \frac{\partial u_r^{II}}{\partial r}}{\sqrt{\left[ 1 + \frac{\partial u_r^{II}}{\partial r} \right]^2 + \left[ \frac{\partial u_z^{II}}{\partial r} \right]^2}}. \quad (16)$$

При записи (14) – (16) учитывалось, что на основании (3)

$$\frac{\partial \tilde{\chi}_l}{\partial r} = - \frac{\partial \chi_l}{\partial r}, \quad \frac{\partial \tilde{\chi}_l}{\partial z} = 1, \quad (l = I, II)$$

и то, что начальные значения координат точек, лежащих на недеформированных поверхностях возможного контакта, не являются независимыми, а связаны между собой соотношениями:

$$z_I(r) = \sqrt{R_0^2 - r^2} - R_0; \quad z_{II}(r) = 0.$$

Докажем, что вариационное уравнение движения континуума (12) содержит в себе постановку исходной задачи. С этой целью с учетом (2) и соотношений

$$\begin{aligned}\delta v_r^l &= \delta v_n^l n_r^l - \delta v_\tau^l n_z^l, \quad \delta v_z^l = \delta v_n^l n_z^l + \delta v_\tau^l n_r^l, \quad (l = I, II); \\ \sigma_{n\tau}^l &= n_z^l (\sigma_{rz}^l n_z^l + \sigma_{rr}^l n_r^l) - n_r^l (\sigma_{zz}^l n_z^l + \sigma_{zr}^l n_r^l), \quad (l = I, II)\end{aligned}$$

с применением теоремы Остроградского – Гаусса преобразуем правую часть (12) следующим образом:

$$\begin{aligned}& - \int_0^{R_2} \int_{\chi_{II}(r,t)}^{h_2} \left[ \delta v_r^{II} \left( \frac{\partial \sigma_{rr}^{II}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^{II}}{r} - \frac{\sigma_{\theta\theta}^{II}}{r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{II}}{\partial z} - \rho^{II} \frac{d^2 u_r^{II}}{dt^2} \right) + \right. \\ & + \delta v_z^{II} \left( \frac{\partial \sigma_{zz}^{II}}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{zr}^{II}) - \rho^{II} \frac{d^2 u_z^{II}}{dt^2} \right) \left. \right] r dz dr + \int_0^{R_2} (\delta v_r^{II} r \sigma_{rz}^{II})_{z=h_2} dr + \\ & + \int_0^{R_2} (\delta v_z^{II} r \sigma_{zz}^{II})_{z=h_2} dr - \int_0^{R_1} \int_{\chi_I(R_1,t)-h_1}^{\chi_I(r,t)} \left[ \delta v_r^I \left( \frac{\partial \sigma_{rr}^I}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^I}{r} - \frac{\sigma_{\theta\theta}^I}{r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^I}{\partial z} - \rho^I \frac{d^2 u_r^I}{dt^2} \right) + \right. \\ & + \delta v_z^I \left( \frac{\partial \sigma_{zz}^I}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{zr}^I) - \rho^I \frac{d^2 u_z^I}{dt^2} \right) \left. \right] r dz dr - \int_0^{R_1} (\delta v_r^I r \sigma_{rz}^I)_{z=\chi_I(R_1,t)-h_1} dr \\ & + R_2 \left( \int_0^{h_2} (\delta v_z^{II} \sigma_{zr}^{II})_{r=R_2} dz + \int_0^{h_2} (\delta v_r^{II} \sigma_{rr}^{II})_{r=R_2} dz \right) - \int_0^{R_2} \frac{1}{n_z^{II}} (\delta v_\tau^{II} \sigma_{n\tau}^{II})_{z=\chi_{II}(r,t)} r dr + \\ & + R_1 \left( \int_{\chi_I(R_1,t)-h_1}^{\chi_I(R_1,t)} (\delta v_z^I \sigma_{zr}^I)_{r=R_1} dz + \int_{\chi_I(R_1,t)-h_1}^{\chi_I(R_1,t)} (\delta v_r^I \sigma_{rr}^I)_{r=R_1} dz \right) + \int_0^{R_1} \frac{1}{n_z^I} (\delta v_\tau^I \sigma_{n\tau}^I)_{z=\chi_I(r,t)} r dr + \\ & + \int_a^{R_1} \frac{1}{n_z^I} (\delta v_n^I \sigma_{nn}^I)_{z=\chi_I(r,t)} r dr - \int_a^{R_2} \frac{1}{n_z^{II}} (\delta v_n^{II} \sigma_{nn}^{II})_{z=\chi_{II}(r,t)} r dr - \\ & - \int_0^{R_1} \delta v_z^I \left( \sigma_{zz}^I \Big|_{z=\chi_I(R_1,t)-h_1} - p \right) r dr + \int_0^a \frac{\delta v_n^I}{n_z^I} (\sigma_{nn}^I + \psi \{g_z(z), \gamma_n(v_n)\}) H \{g_z(z)\} r dr - \\ & - \int_0^a \frac{\delta v_n^{II}}{n_z^{II}} (\sigma_{nn}^{II} + \psi \{g_z(z), \gamma_n(v_n)\}) H \{g_z(z)\} r dr = 0.\end{aligned}\tag{17}$$

Интегралы, входящие в уравнение (17), имеют различные пределы интегрирования. Поэтому выполнение этого уравнения возможно лишь в случае, когда каждый из них равен нулю. С учетом этого и того, что вариации скоростей движения точек континуума произвольны, из двойных интегралов формулы (17) следуют четыре уравнения движения индентора и среды:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{rr}^l}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr}^l}{r} - \frac{\sigma_{\theta\theta}^l}{r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^l}{\partial z} - \rho^l \frac{d^2 u_r^l}{dt^2} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^l}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{zr}^l) - \rho^l \frac{d^2 u_z^l}{dt^2} &= 0 \quad (l = I, II).\end{aligned}\tag{18}$$

Оставшиеся интегралы, за исключением двух последних, в силу произвольности вариаций скоростей дают граничные условия на поверхностях индентора и среды,

свободных от внешней нагрузки, условие приложения усилия к верхней поверхности индентора и условие жесткого закрепления нижней поверхности ограничивающего среду объема:

$$\begin{aligned}
 & \sigma_{rr}^I|_{r=R_1} = 0, \quad \sigma_{rr}^{II}|_{r=R_2} = 0, \quad \sigma_{zr}^I|_{r=R_1} = 0, \quad \sigma_{zr}^{II}|_{r=R_2} = 0; \\
 & \delta v_r^{II}|_{z=h_2} = 0, \quad \delta v_z^{II}|_{z=h_2} = 0, \quad \sigma_{rz}^I|_{z=\chi_I(R_1,t)-h_1} = 0, \quad \sigma_{zz}^I|_{z=\chi_I(R_1,t)-h_1} = p; \\
 & \sigma_{nn}^I|_{z=\chi_I(r,t)} = \sigma_{n\tau}^I|_{z=\chi_I(r,t)} = 0 \quad \text{при } a \leq r \leq R_1; \\
 & \sigma_{nn}^{II}|_{z=\chi_{II}(r,t)} = \sigma_{n\tau}^{II}|_{z=\chi_{II}(r,t)} = 0 \quad \text{при } a \leq r \leq R_2; \\
 & \sigma_{n\tau}^I|_{z=\chi_I(r,t)} = \sigma_{n\tau}^{II}|_{z=\chi_{II}(r,t)} = 0 \quad \text{при } 0 \leq r \leq a.
 \end{aligned} \tag{19}$$

Из двух последних интегралов следует равенство контактных напряжений на площадках нормальных к контактной поверхности с одновременным выполнением требования их отрицательности:

$$\sigma_{nn}^I = \sigma_{nn}^{II} = -\psi \{g_z(z), \gamma_n(v_n)\} H \{g_z(z)\} \leq 0 \quad \text{при } 0 \leq r \leq a. \tag{20}$$

Уравнения движения континуума (18) с граничными и контактными условиями (19) и (20) представляют собой постановку исходной задачи. Таким образом, эквивалентность задачи в вариационной постановке исходной доказана.

### Заключение

Полученное выше с использованием метода штрафных функций вариационное уравнение движения (12) является основой для исследования напряженно-деформированного состояния тел, образующих континуум. С его помощью решение исходной задачи с применением какого-либо из численных методов может быть сведено к отысканию полей скоростей точек индентора и среды, обеспечивающих безусловный минимум функционала  $\Pi(r, z, t)$ . При этом следует отметить, что уравнение (12) универсально в том смысле, что оно получено без наложения каких-либо ограничений на форму деформированных поверхностей индентора и среды вследствие контакта, геометрические соотношения и физические уравнения, определяющие состояние материала тел (упругое, пластическое, упругопластическое, вязкоупругое, вязкоупругопластическое), образующих континуум. Поэтому при решении конкретных задач уравнение (12) должно быть дополнено соответствующими геометрическими, кинематическими и физическими соотношениями, а также условиями для определения границ области контакта.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Овчинникова Н.В. Модельная задача для исследования процессов поверхностного упрочнения пластическим деформированием с применением ультразвуковых воздействий / Н.В. Овчинникова, Д.Г. Павлов, Ю.В. Чеботаревский // Вестник СГТУ. – 2007. – № 4(28). – Вып. 1. – С. 14-18.
2. Овчинникова Н.В. К расчету напряженно-деформированного состояния упругопластического полупространства, контактирующего с абсолютно жестким индентором / Н.В. Овчинникова, Ю.В. Чеботаревский // Вестник СГТУ. 2010. – № 4(51). – Вып. 3. – С. 10-17.
3. Овчинникова Н.В. Вариационное уравнение движения континуума «жесткий индентор – деформируемая среда» / Н.В. Овчинникова, Ю.В. Чеботаревский // Вестник СГТУ. – 2011. – № 4(60). – Вып. 2. – С. 48-57.
4. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1968. – 512 с.

5. *Belytschko T. Nonlinear finite elements for continua and structures / T. Belytschko, W.K. Liu, B. Moran // Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2000. – P. 666.*

*Статья поступила в редакцию 1 ноября 2012 г.*

## **APPLICATION OF PENALTY METHOD TO DERIVATION OF VARIATIONAL MOTION EQUATION OF CONTINUUM «INDENTER – DEFORMABLE MEDIUM»**

***N.V. Ovchinnikova, U.V. Chebotarevsky***

*Contact problem for strain-stress analysis of continuum “indenter – deformable medium” is formulated with consideration of curvature of the deformed surfaces. Penalty method is employed to insert the constraints on contact surface directly into variational equation of motion. It allowed to conduct further strain-stress analysis by finding unconstrained minimum of corresponding functional using numerical methods. Variational motion equation is derived without specifying definite geometrical form of deformed contact interfaces, strain-displacement relations and constitutive equations for materials of bodies the continuum consists of.*

***Keywords:*** *contact interaction, deflected mode, variational equation, penalty method.*

---

*Nataliya V. Ovchinnikova, Assistant.*

*Yury V. Chebotarevsky (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*



## **ВЛИЯНИЕ ДЕГРАДАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ И ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА ДЕФЕКТНОСТЬ ТРУБНОЙ СТАЛИ\***

***П.П. Петров, А.М. Иванов, А.А. Платонов***

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН»  
677980, г. Якутск, ул. Октябрьская, 1

E-mail: aplatonov@iptpn.ysn.ru

*Рассмотрено влияние деградационных процессов в результате длительной эксплуатации и интенсивной пластической деформации (ИПД) на изменение структуры, параметра кристаллической решетки и плотности дислокаций в трубной стали ВСтЗсп. Показано, что длительная эксплуатация трубы вносит свой вклад в развитие деградационных процессов в кристаллической структуре и изменяет механические свойства материала.*

***Ключевые слова:*** сталь, структура, зерно, прочность, микротвердость, параметр кристаллической решетки, плотность дислокаций, деградация, интенсивная пластическая деформация, равноканальное угловое прессование, рентгеноструктурный анализ, дифрактограмма.

### **Введение**

Как известно, дефектность оказывает существенное влияние на физико-механические свойства стали. В свою очередь дефектность материала может быть обусловлена разными причинами. Одними из факторов, влияющими на дефектность, могут быть деградация материала в результате эксплуатации в сложных условиях, а также термомеханическое воздействие на него.

Исследованию возникновения и развития различных дефектов, их влияния на свойства материалов посвящено множество работ исследователей [1, 2]. Деградационные процессы в материалах влияют на параметры технического состояния конструкций. При этом процесс изменения механических характеристик в том или ином направлении может отражать разупрочнение, упрочнение и охрупчивание металла. Металлическая конструкция может быть подвергнута термомеханическому воздействию на разных стадиях – при изготовлении, транспортировке, монтаже и эксплуатации. То есть имеют место технологические и эксплуатационные факторы влияния на физико-механические свойства металла. При механическом воздействии в результате пластической деформации (наклепа) может произойти охрупчивание металла за счет увеличения плотности дефектов кристаллической решетки – дислокаций и закрепления подвижных линейных дефектов (дислокаций) атомами внедрения типа углерода или азота.

Исследование влияния усталости и термопластического воздействия на структуру и дефектность металлических материалов имеет научное и практическое значе-

---

\* Работа выполнена по проекту III.20.3.3. Программы фундаментальных исследований СО РАН III.20.3.

*Петр Петрович Петров (к.ф.-м.н.), ведущий научный сотрудник.  
Афанасий Михайлович Иванов (к.т.н.), ведущий научный сотрудник.  
Анатолий Андреевич Платонов, научный сотрудник.*

ние. Представляет интерес изучение влияния ИПД на дефектность стали, поскольку цель таких обработок – изменение служебных свойств материала. Одним из методов интенсивной пластической деформации, оказывающим существенное влияние на состояние материала, является равноканальное угловое прессование (РКУП). Следует отметить, что вопрос влияния длительной эксплуатации и РКУП на дефектность в конструкционных сталях ферритно-перлитного класса остается малоизученным. Для эффективного применения таких материалов необходимо комплексное изучение их свойств, исследование изменения структурных искажений и развития дефектов.

В настоящей работе рассмотрены вопросы исследования структуры, определения прочности и рентгеноструктурного анализа трубной стали ВСтЗсп после длительной эксплуатации и интенсивной пластической деформации и термической обработки.

### **Материал и методика исследования**

Исследовалась сталь ВСтЗсп из трубы аварийного запаса (складское хранение) и после эксплуатации в системе магистрального газопровода в течение 42 лет. Газопровод диаметром 273 мм и толщиной стенки 8 мм используется для перекачки газа по маршруту Якутск – Покровск в Республике Саха (Якутия). В результате воздействия различных факторов и усталости структура металла изменяется, материал охрупчивается, снижается пластичность и т. д.

Химический состав низкоуглеродистой стали ВСтЗсп, %: С – 0,17; Si – 0,2; Mn – 0,54; Cr – 0,14; Ni – 0,14; Cu – 0,25; остальное – Fe. Химический анализ стали проведен на атомно-эмиссионном спектрометре Foundry-Master фирмы Worldwide Analytical Systems AG (WAS AG). Исходная микроструктура неиспользованной стали – ферритно-перлитная полосчатая.

Заготовки из новой трубы и трубы после 42 лет эксплуатации были подвергнуты РКУП по маршруту С (поворот заготовки относительно ее продольной оси перед каждым последующим циклом прессования на угол 180°) в 4 прохода при температуре прессования 673 К. Для реализации РКУП с помощью гидравлического пресса ПСУ 125 типа ЗИМ с максимальным усилием 1250 кН использовалась специальная оснастка с углом пересечения каналов 120°. Поскольку в технологической оснастке диаметр каналов составляет 20 мм, а толщина стенки трубы 8 мм, выполнялось прессование составной заготовки.

Микроструктуру выявляли травлением шлифов в 4%-м спиртовом растворе азотной кислоты. Исследования структуры проводили на оптическом микроскопе Neophot-32 (Carl Zeiss Jena). Был выполнен количественный металлографический анализ.

Измерения микротвердости проводили методом Виккерса на микротвердомере LM-700 при нагрузке 0,1 Н и времени выдержки 15 сек. Значения микротвердости рассчитывали по известной формуле. Испытание образцов одноосным растяжением проводилось на испытательной машине Instron-1195 при постоянной скорости нагружения, равной  $\approx 3,33 \cdot 10^{-5}$  м·с<sup>-1</sup>.

Методом рентгеноструктурного анализа стали ВСтЗсп определяли величину параметра решетки и плотность дислокаций. Для исключения влияния на результаты исследований структурных искажений, неизбежно возникающих в процессе изготовления, обработки и эксплуатации изделия, был изготовлен эталонный образец (отжиг в вакуумной печи при  $T = 873$  К в течение 1 часа).

Измерения параметра кристаллической решетки и плотности дислокаций проводили на дифрактометре отечественного производства ДРОН-3М с использованием

Ст-излучения в режиме  $U = 30$  кВ,  $I = 20$  мА. Интервал углов  $154,00^\circ - 158,30^\circ$ . Скорость сканирования  $1$  град/мин с шагом  $0,02$ . Измерение плотности дислокаций проводили на основе анализа профилей брегговских максимумов [3]. Критерием оценки изменения структурного состояния сталей в процессе их получения служила ширина рентгеновских линий, так как дефекты кристаллического строения проявляются в эффектах уширения линий. Использование величины физического уширения рентгеновских линий, которое обуславливается плотностью и распределением дислокаций в металле, обосновано в качестве объективной оценки дефектности кристаллической решетки [3, 4]. Фиксировались рефлексы от атомных плоскостей/ Исключение геометрического фактора дифрагированных образцов при вычислении физического уширения исследуемых материалов проводилось по рефлексу эталонного отожженного образца, имеющему наименьшую полуширину. Плотность дислокаций  $\rho$  рассчитывалась по уширению рефлекса согласно [3, 6].

### Результаты исследований и их обсуждение

Было проведено исследование микроструктуры трубной стали до и после эксплуатации в исходном состоянии и после РКУП.

Исходная микроструктура неэксплуатированной (из аварийного запаса) стали – ферритно-перлитная полосчатая. В процессе эксплуатации стальных трубопроводов в материале трубы происходит перестройка дислокационной структуры и незначительное уменьшение размера зерна ( $d = 6,15$  мкм) по сравнению с неэксплуатированной трубой ( $d = 10,17$  мкм). РКУ-прессование неэксплуатированной стали приводит к более однородному распределению перлита в ходе интенсивной пластической деформации, а также к измельчению зерна ( $d = 3,64$  мкм). Формирование мелкозернистой структуры происходит согласно схеме эволюции микроструктуры при ИПД. Интенсивная пластическая деформация использованной стали приводит к мелкозернистой структуре ( $d = 4,06$  мкм), существенно не отличающейся от образцов после РКУП стали из трубы аварийного запаса.

После длительной эксплуатации микротвердость стали уменьшилась на  $45\%$  в результате структурных изменений. РКУП повышает микротвердость в  $1,65 - 2,1$  раз, поскольку при этом происходит измельчение зерен и некоторое увеличение плотности дислокаций. Если материал трубы СтЗсп после длительной эксплуатации прочность практически сохраняет (предел текучести до и после эксплуатации –  $351,2$  и  $353,4$  МПа соответственно; предел прочности –  $490,6$  и  $479$  МПа соответственно), то пластичность материала существенно падает – почти на  $25\%$  (остаточное удлинение  $21,47\%$  до и  $16,16\%$  после эксплуатации соответственно).

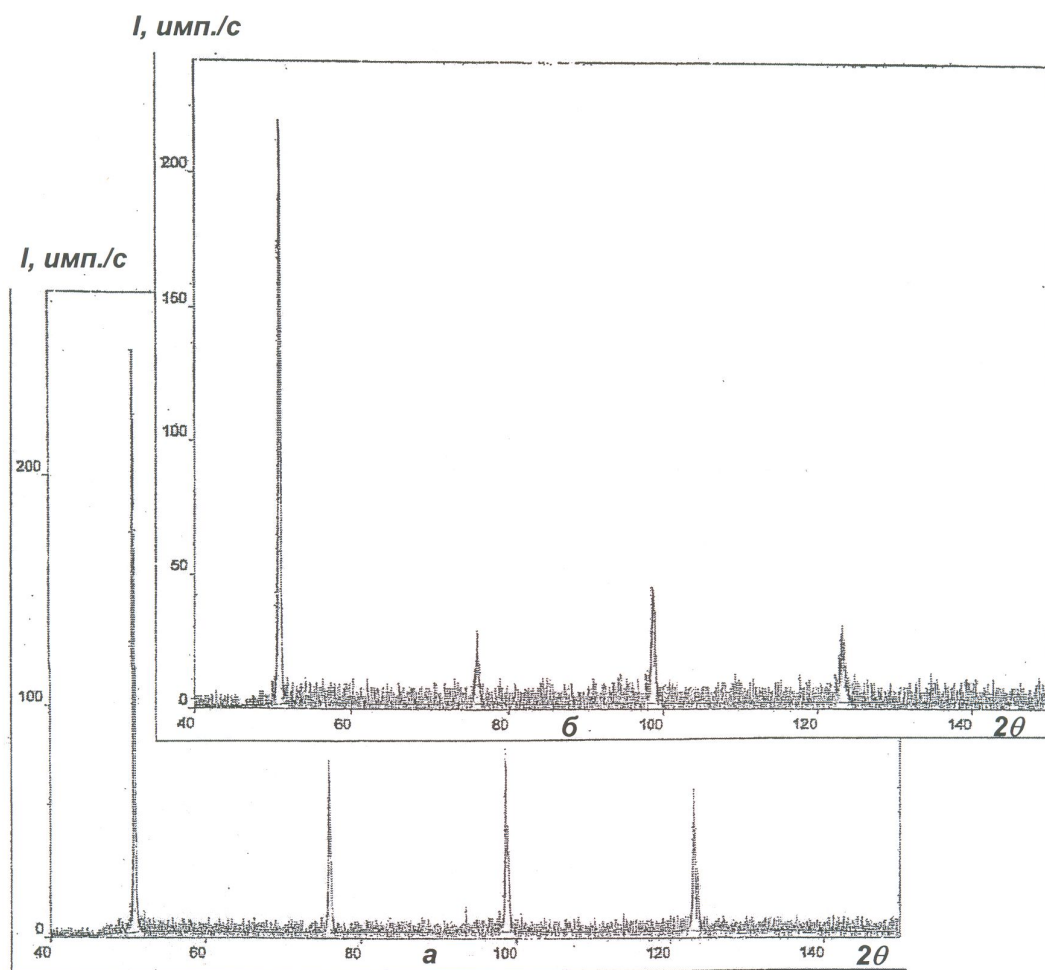
Данные рентгеноструктурного анализа представлены в таблице. Деградиционные изменения в тонкой структуре оказывают существенное влияние на параметр решетки. Влияние ИПД на параметр решетки стали из новой трубы и трубы после эксплуатации различное.

Изменение параметра кристаллической решетки  $\Delta a$  для образца из неиспользованной трубной стали ВСтЗсп относительно эталонного (отожженного) образца незначительное, что характеризует состояние поставки. Увеличение  $\Delta a$  в случае образца из неиспользованной стали, которая была подвергнута РКУП по маршруту С при температуре  $T = 673$  К в  $n = 4$  прохода, свидетельствует о больших растягивающих пластических деформациях вдоль плоскости скольжения. Максимальное значение  $\Delta a$  в сторону уменьшения на образце из трубной стали ВСтЗсп после длительной эксплуатации, подвергнутой при тех же режимах РКУП, характеризует протекание больших пластических деформаций сжатия, когда в материале уже произошли необ-

ратимые деградационные изменения в тонкой структуре в результате процесса старения, т. е. на неустойчивую структуру воздействуют внешние сжимающие усилия.

### Данные рентгеноструктурного анализа трубной стали ВСтЗсп

№	Состояние материала	$a \cdot 10^{-5}, \text{ м}$	$\rho \cdot 10^{11}, \text{ м}^{-2}$	Фактор асимметричности	$2\theta$
1	Эталон	28782	–	0,49	156,04
2	Новая трубная сталь	28775	8,2188	0,8	155,96
3	РКУП новой трубной стали (C, T = 673 К, n = 4)	28792	146,5031	0,21	156,22
4	Трубная сталь после эксплуатации	28767	40,9059	2,1	155,94
5	РКУП (C, T = 673 К, n = 4) трубной стали после эксплуатации	28763	160,9840	0,85	154,94



Р и с. 1. Сравнительный вид дифрактограмм стали ВСтЗсп:  
а – новая трубная сталь; б – трубная сталь после длительной эксплуатации и РКУП

Высокие значения плотности дислокаций являются характерными для материалов, подвергнутых большим пластическим деформациям, – это образцы № 3 и 5 (см. таблицу). Анализ результатов показал следующее. В упрочненном материале (образцы № 3 и 5) закономерно существенно высокие плотности дислокаций. Увеличение фактора асимметричности формы профиля дифракционной линии от 0,49 в случае эталона до 0,85 в образце № 5 и 2,1 в образце № 4 свидетельствует о протекании больших пластических деформаций и об искаженности и неоднородности дефектной структуры (рис. 1). Причем длительная эксплуатация материала вносит свой вклад в эволюцию деградационных процессов в кристаллической структуре, которые протекают при воздействии на материал больших пластических деформаций, в частности при испытании образцов в одних и тех же условиях (образцы № 3 и 5) величина плотности дислокаций в упрочненной после длительной эксплуатации стали (образец № 5) больше.

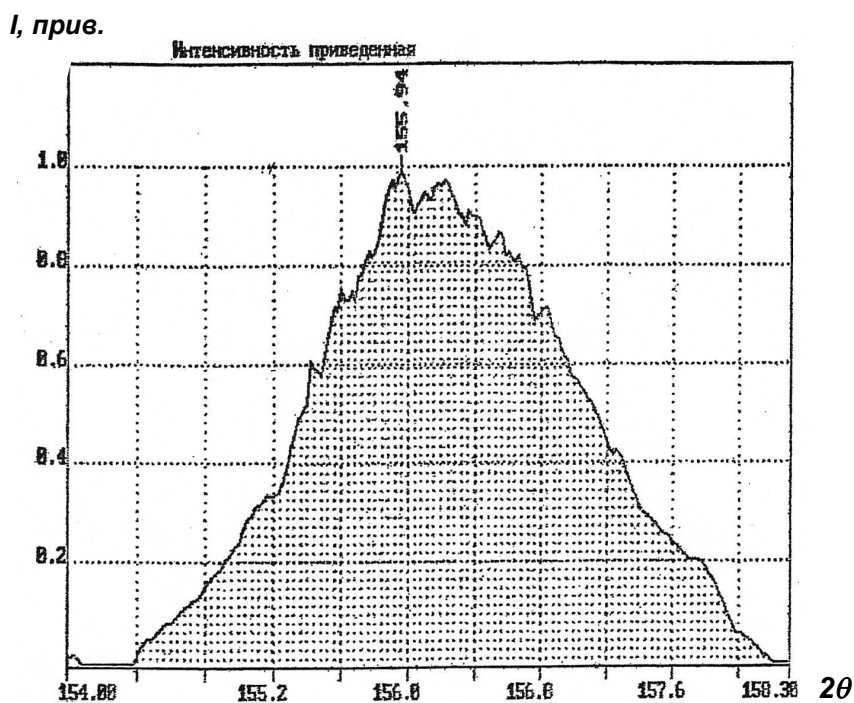


Рис. 2. Дифрактограмма стали ВСтЗсп после длительной эксплуатации и РКУП

Наиболее сильные изменения в структуре произошли в упрочненной стали (образец № 5), которая была подвергнута РКУП после длительной эксплуатации, т. е. наблюдается максимальное смещение максимума угла дифракции  $2\theta$  относительно других образцов. Величина смещения достигает в данном случае  $\Delta 2\theta = -1,1^\circ$  относительно эталонного образца, что характеризует наличие больших остаточных напряжений. Для данного образца № 5 по сравнению с образцами № 2, 3 и 4 профиль рентгеновской дифракционной линии, полученный от плоскостей отражения, имеет значительную размытость и наибольшую полуширину линии ( $B = 0,67^\circ$ ), тогда как на образцах № 2 и 4 полуширина линии  $B = 0,26^\circ$  и  $B = 0,30^\circ$  соответственно. А раз-

мытие профиля рентгеновской линии (рис. 2) отражает наличие в образце № 5 большой степени линейных и объемных неоднородностей структуры [2], обусловленных большими пластическими деформациями [7].

### **Заключение**

Таким образом, длительная эксплуатация трубы вносит свой вклад в развитие деградиционных процессов в кристаллической структуре и изменяет механические свойства материала.

В процессе эксплуатации в материале трубы происходит перестройка дислокационной структуры и незначительное уменьшение размера зерна по сравнению с неэксплуатированной трубой. Равноканальное угловое прессование неэксплуатированной стали приводит к более однородному распределению перлита в ходе интенсивной пластической деформации, а также к измельчению зерна.

После длительной эксплуатации микротвердость стали в результате структурных изменений значительно уменьшилась. Равноканальное угловое прессование существенно повысило микротвердость за счет измельчения зерен и увеличения плотности дислокаций. В результате равноканального углового прессования закономерно повышается прочность и снижается пластичность.

Данные рентгеноструктурного анализа свидетельствуют о протекании больших пластических деформаций и об искаженности и неоднородности дефектной структуры в разной степени в зависимости от состояния материала трубы. После РКУП при одних и тех же условиях плотность дислокаций для деградированной стали выше, чем для новой. О наиболее сильных изменениях в структуре в использованной стали после упрочнения свидетельствует и максимальное смещение максимума угла дифракции  $2\theta$ .

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. *Филиппов Г.А., Ливанова О.В.* Деградация свойств металла труб при длительной эксплуатации магистральных трубопроводов // *Сталь*. – 2003. – № 2. – С. 84-87.
2. *Махутов Н.А., Пермьяков В.Н., Кравцова Ю.А., Ботвина Л.Р.* Оценка состояния материала трубопровода после его длительной эксплуатации // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. – 2007. – Т. 73. – № 2. – С. 54-57.
3. *Кристаллография, рентгенография и электронная микроскопия / Я.С. Уманский, Ю.А. Скаков, А.Н. Иванов, Л.Н. Расторгуев.* – М.: Металлургия, 1982. – 632 с.
4. *Кривоглаз М.А.* Теория рассеяния рентгеновских лучей и тепловых нейтронов реальными кристаллами. – М.: Наука, 1967. – 336 с.
5. *Иванов А.Н., Меженный Ю.О., Остров А.Е., Фомичева Е.И.* Сравнительное определение плотности дислокаций в поликристаллах по ширине рентгеновских линий и электронно-микроскопически // *Заводская лаборатория*. – 1987. – Т. 53. – № 2. – С. 43-48.
6. *Горелик С.С., Скаков Ю.А., Расторгуев Л.Н.* Рентгенографический и электронно-оптический анализ. – М.: МИСиС, 2002. – 360 с.
7. *Рыбин В.В.* Большие пластические деформации и разрушение металлов. – М.: Металлургия, 1986. – 223 с.

*Статья поступила в редакцию 26 ноября 2012 г.*

# INFLUENCE OF DEGRADATION PROCESSES AND SEVERE PLASTIC DEFORMATION ON DEFECTIVE OF PIPE STEEL

***P.P. Petrov, A.M. Ivanov, A.A. Platonov***

Federal State Institution of Science  
«Institute of Physical and Technical Problems of the North it V.P. Larionov, Russian Academy of Sciences»  
1, October st., Yakutsk, 677980

*The influence of degradation processes as a result of continuous operation, and severe plastic deformation (SPD) on the change of structure, the crystal lattice parameter and the dislocation density in the pipe steel VSt3sp is considered. The long-term operation of the pipe contributes to the development of degradation processes in the crystal structure and modifies the mechanical properties of the material is shown.*

***Keywords:*** *steel, structure, grain, strength, microhardness, crystal lattice parameter, dislocation density, degradation, severe plastic deformation, equal channel angular pressing, X-ray diffraction analysis, the diffractogram.*

---

*Petr P. Petrov, Leading Research Scientist.  
Afanasy M. Ivanov, Leading Research Scientist.  
Anatoliy A. Platonov, Research Scientist.*

## ВЛИЯНИЕ ОБКАТКИ РОЛИКОМ НА ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И СОПРОТИВЛЕНИЕ УСТАЛОСТИ ОБРАЗЦОВ ИЗ СТАЛИ 40ХН\*

*В.П. Радченко<sup>1</sup>, В.А. Кирпичёв<sup>2</sup>, В.В. Лунин<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

<sup>2</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет  
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34

E-mail: radch@samgtu.ru, sopromat@ssau.ru

*Изучены остаточные напряжения и сопротивление усталости образцов диаметром 45 мм из стали 40ХН после обкатки роликом. Выявлено, что толщина слоя со сжимающими остаточными напряжениями составляет 1 мм, осевые остаточные напряжения в 1,8 раз выше, чем окружные, а к поверхности наблюдается спад напряжений на 20 %. Испытания на усталость образцов с надрезом радиуса 3 мм после ОППД роликом показали, что предел выносливости повышается и в том случае, когда глубина надреза в три раза превышает толщину слоя со сжимающими остаточными напряжениями, причем количественная зависимость между остаточными напряжениями и пределом выносливости хорошо отражается с помощью критерия среднеинтегральных остаточных напряжений.*

**Ключевые слова:** обкатка роликом, образцы из стали 40ХН, осевые и окружные остаточные напряжения, предел выносливости, критерий среднеинтегральных остаточных напряжений.

В исследовании изучалось влияние обкатки роликом на остаточные напряжения и сопротивление усталости цилиндрических образцов из стали 40ХН. Механические характеристики исследованной стали:  $\sigma_T = 519$  МПа,  $\sigma_e = 843$  МПа,  $\delta = 12,7$  %,  $\psi = 47,8$  %,  $S_k = 1385$  МПа. Образцы диаметром 45 мм подвергались обкатке роликом диаметром 60 мм и профильным радиусом 1,6 мм с усилием 1,0 кН при подаче 0,11 мм/об и скорости вращения образца 400 об/мин.

### Остаточные напряжения

Остаточные напряжения после обкатки роликом определялись в образцах диаметром 45 мм длиной 70 мм (рис. 1).

Для определения дополнительных остаточных напряжений за счет рассверливания и растачивания на обкатанные роликом пять образцов в продольном и окружном направлениях наклеивалось по 4 тензорезистора в диаметрально противоположных точках. Далее образцы вначале рассверливались до диаметра отверстия 20 мм, а за

---

\* Работа выполнена с использованием оборудования ЦКП СамГТУ (исследования физико-химических свойств веществ и материалов).

Владимир Павлович Радченко (д. ф.-м. н., проф.), заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика»

Виктор Алексеевич Кирпичёв (д.т.н., доцент), декан факультета летательных аппаратов.

Валентин Валентинович Лунин, аспирант кафедры «Прикладная математика и информатика».



тем растачивались до диаметра отверстия 39,3 мм (рис. 1). Рассверливание и растачивание проводилось при небольших подачах и глубинах резания с тем, чтобы нагрев образцов за счет этих операций не приводил к изменению их остаточного напряженного состояния.

Средние по пяти образцам значения измеренных относительных деформаций за счет рассверливания и растачивания составляли: в осевом направлении –  $\varepsilon_{z0} = 2,725 \cdot 10^{-4}$ , в окружном направлении –  $\varepsilon_{\theta0} = 0,545 \cdot 10^{-4}$ . С использованием полученных значений  $\varepsilon_{\theta0}$  и  $\varepsilon_{z0}$  вычислялись дополнительные осевые  $\sigma_{z0}$  и окружные  $\sigma_{\theta0}$  дополнительные остаточные напряжения по формулам работы [1]:

$$\sigma_{z0} = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_{z0} + \mu\varepsilon_{\theta0}), \quad \sigma_{\theta0} = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_{\theta0} + \mu\varepsilon_{z0}), \quad (1)$$

где  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа – модуль продольной упругости,  $\mu = 0,3$  – коэффициент поперечной деформации стали 40ХН.

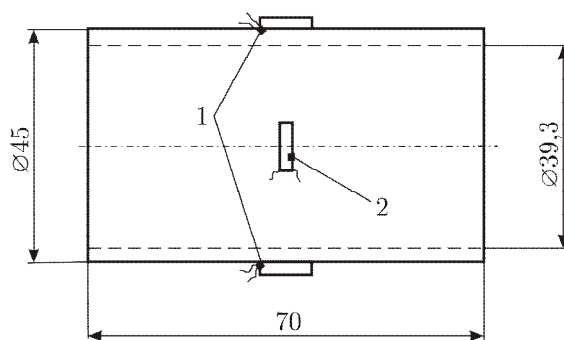


Рис. 1. Образец для определения остаточных напряжений: 1 – тензорезисторы, наклеенные в продольном направлении; 2 – наклеенные в окружном направлении

Дополнительные остаточные напряжения, вычисленные по формуле (1), составили: осевые  $\sigma_{z0} = 63,5$  МПа, окружные  $\sigma_{\theta0} = 29,9$  МПа.

Из полученных двух втулок по схеме рис. 2, а вырезались полоски шириной 10 мм, из трех втулок по схеме рис. 2, б вырезались кольца шириной 10 мм.

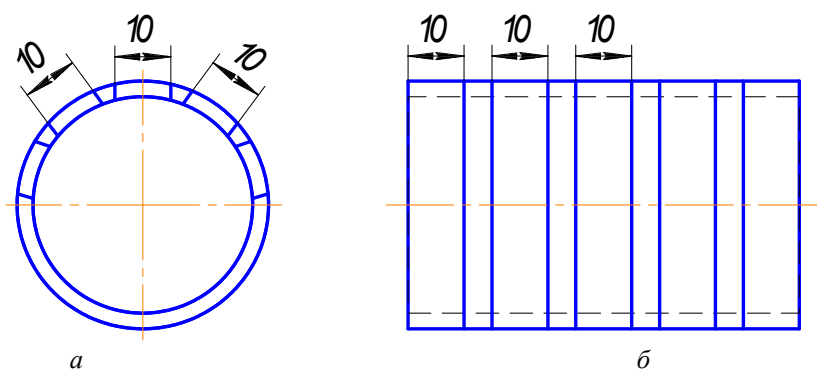


Рис. 2. Схема вырезки из втулок полосок (а) и колец (б)

На вырезанных из втулок полосках по схеме рис. 3, а на базе  $l = 30$  мм измерялись прогибы  $f(0)$ , обусловленные отделением полосок от втулок, которые составили для различных полосок от 0,121 до 0,159 мм. После разрезки колец измерялось изменение  $\delta(0)$  их среднего диаметра  $D$  по схеме рис. 3, б, которое составило от 0,436 до 0,497 мм.

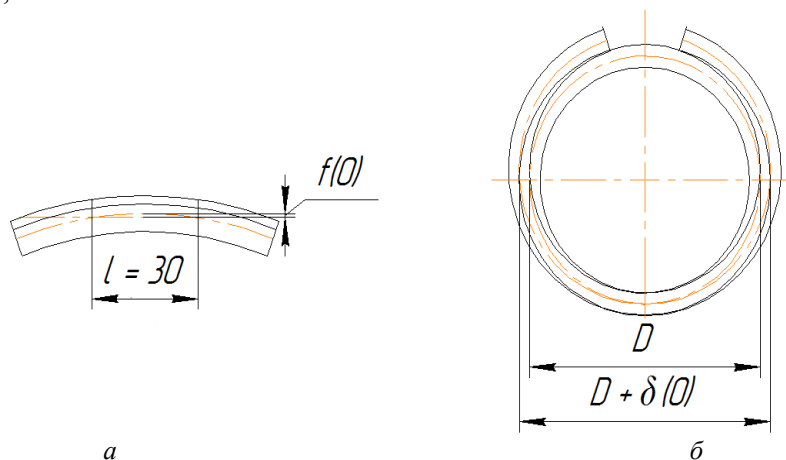


Рис. 3. Схема измерений прогиба  $f(0)$  за счет вырезки полоски из втулки (а) и изменение  $\delta(0)$  среднего диаметра  $D$  за счет разрезки кольца (б)

Далее на полосках на базе  $l = 30$  мм и кольцах в пределах половины обкатанной роликом поверхности электрохимическим травлением удалялись поверхностные слои материала на специальной установке [2] и измерялись возникающие при этом перемещения  $f(a)$  и  $\delta(a)$  по толщине поверхностного слоя  $a$  по аналогичным схемам, приведенным на рис. 3. По результатам измерения перемещений полосок и колец  $f(0)$ ,  $f(a)$ ,  $\delta(0)$  и  $\delta(a)$  вычислялись осевые  $\sigma_z^e$  и окружные  $\sigma_\theta^e$  остаточные напряжения втулок по формулам работы [3]:

$$\begin{aligned} \sigma_{zn}^e(a) &= \sigma_z^e(a) - \mu \sigma_\theta^e(a) = \\ &= \frac{4E}{3l^2} \left[ h \cdot f(0) - 4(h-a) \cdot f(a) + (h-a)^2 \cdot \frac{df(a)}{da} + 2 \int_0^a f(\xi) d\xi \right], \\ \sigma_{\theta k}^e(a) &= \sigma_\theta^e(a) - \mu \sigma_z^e(a) = \\ &= 2 \frac{E\delta(0)}{D^2} \left( \frac{h}{2} - 2 \right) - \frac{1}{3} \frac{E(h-a)^2}{D} \cdot \frac{d\delta(a)}{da} + \frac{4}{3} \frac{E(h-a)}{D^2} \frac{d\delta(a)}{da} - \frac{2E}{3D^2} \int_0^a \delta(\xi) d\xi, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $h = 2,85$  мм – толщина полоски и кольца,  $D = 42,15$  мм – средний диаметр втулки,  $\xi$  – расстояние от наружной поверхности втулки до текущего слоя, в котором вычислялись остаточные напряжения.

На рис. 4 представлены эпюры остаточных напряжений  $\sigma_{ocm}$  по толщине поверхностного слоя  $a$  в полосках  $\sigma_{zn}^e(a)$  (эпюра 1), кольцах  $\sigma_{\theta k}^e(a)$  (эпюра 2), а также в обкатанных роликом втулках с наружным диаметром 45 мм и внутренним диаметром 39,3 мм ( $\sigma_z^e(a)$  – эпюра 3,  $\sigma_\theta^e(a)$  – эпюра 4). Можно видеть, что глубина зале-

гания сжимающих остаточных напряжений достигает 1 мм, к поверхности втулки наблюдается спад остаточных напряжений, а наибольшие сжимающие остаточные напряжения действуют на расстоянии 0,15 – 0,20 от поверхности. Наибольшие осевые  $\sigma_z^e$  остаточные напряжения втулки примерно в 1,8 раза превышают окружные  $\sigma_\theta^e$  остаточные напряжения.

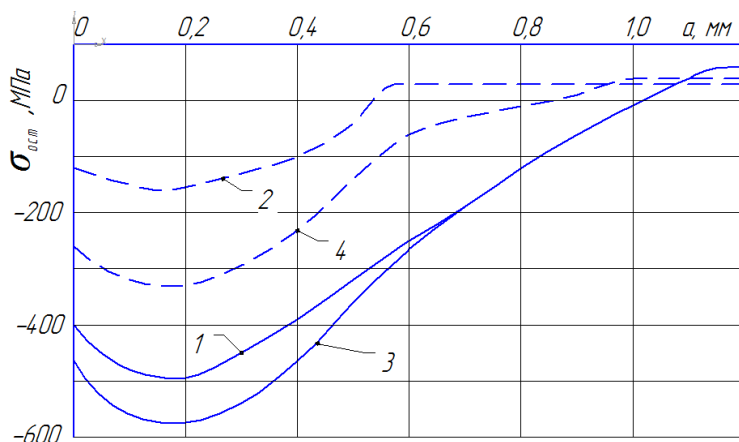


Рис. 4. Остаточные напряжения  $\sigma_{ост}$  в полосках (1 –  $\sigma_{zn}^e(a)$ ), кольцах (2 –  $\sigma_{\theta k}^e(a)$ ) и втулках (3 –  $\sigma_z^e(a)$ , 4 –  $\sigma_\theta^e(a)$ )

Далее вычислялись осевые  $\sigma_z$  и окружные  $\sigma_\theta$  остаточные напряжения в обкатанных роликом сплошных цилиндрах по результатам определения остаточных напряжений и дополнительных остаточных напряжений [1]:

$$\begin{aligned} \sigma_z(a) &= \frac{1}{1-\mu^2} \cdot (\sigma_{zn}^e(a) + \mu\sigma_{\theta k}^e(a)) - \sigma_{z0}, \\ \sigma_\theta(a) &= \frac{1}{1-\mu^2} \cdot (\sigma_{\theta k}^e(a) + \mu\sigma_{zn}^e(a)) - \sigma_{\theta0}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\sigma_{zn}^e = \sigma_z^e(a) - \mu\sigma_\theta^e(a)$ ,  $\sigma_{\theta k}^e = \sigma_\theta^e(a) - \mu\sigma_z^e(a)$  определялись по формулам (2) и приведены на рис. 4,  $\sigma_{z0}$  и  $\sigma_{\theta0}$  определялись по формулам (1).

На рис. 5 приведены эпюры остаточных напряжений  $\sigma_{ост}$  по толщине поверхностного слоя  $a$  в обкатанных роликом сплошных образцах из стали 40ХН диаметром 45 мм. Можно видеть, что наибольшие осевые  $\sigma_z$  остаточные напряжения достигают –650 МПа, а окружные  $\sigma_\theta = -360$  МПа. Для сплошных образцов, так же как и для втулок, осевые остаточные напряжения  $\sigma_z$  в 1,8 раза превышают окружные остаточные напряжения  $\sigma_\theta$ . К поверхности образцов наблюдается спад как осевых, так и окружных остаточных напряжений.

Следует обратить внимание на то, что наибольшие осевые  $\sigma_z$  остаточные напряжения превышают предел текучести материала ( $\sigma_T = 519$  МПа). В работе [4] показано, что в упрочненном поверхностном слое деталей сжимающие остаточные напряжения могут превышать не только предел текучести, но и сопротивление разрыву материала детали  $S_k$  на 15 %. В данном исследовании этот предел не достигнут.

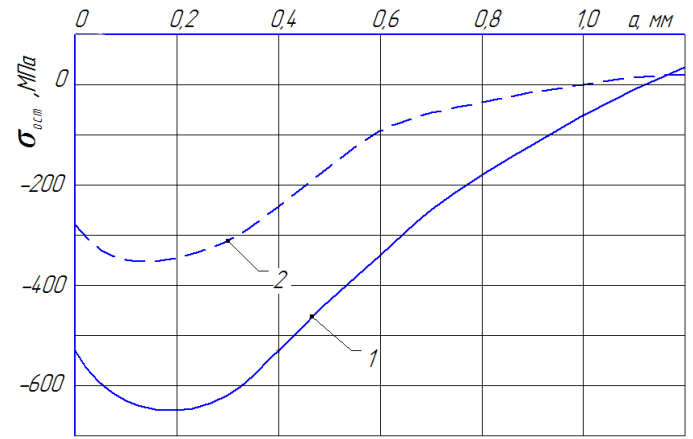


Рис. 5. Остаточные напряжения  $\sigma_{ост}$  в обкатанных роликом сплошных образцах диаметром 45 мм: 1 –  $\sigma_z^e(a)$ ; 2 –  $\sigma_\theta^e(a)$

Для установления связи между остаточными напряжениями и пределом выносливости поверхностно упрочненной детали в случае глубокого надреза необходимо знать значение реактивных  $\sigma_z^R$  и  $\sigma_\theta^R$  растягивающих остаточных напряжений под упрочненным слоем. В работе [5] расчетом по первоначальным деформациям показано, что реактивные растягивающие остаточные напряжения после поверхностного пластического деформирования распределяются по толщине детали равномерно. На основании этой закономерности из условий равновесия установлено, что в поверхностном слое величина растягивающих осевых остаточных напряжений в настоящем исследовании составляла  $\sigma_z^R = 37,2$  МПа, окружных –  $\sigma_\theta^R = 17,1$  МПа.

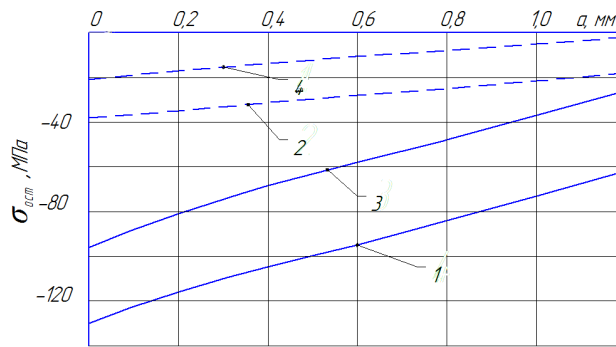


Рис. 6. Остаточные напряжения  $\sigma_{ост}$  в наименьшем сечении упрочненных роликом образцов с диаметром 45 мм с надрезом  $R = 3,0$  мм:  
1 –  $\sigma_z^o(a)$ ; 2 –  $\sigma_\theta^o(a)$ ; 3 –  $\sigma_z(a)$ , 4 –  $\sigma_\theta(a)$

На неупрочненные и упрочненные роликом гладкие образцы диаметром 45 мм наносились круговые надрезы полукруглого профиля радиуса  $R = 3,0$  мм. В результате нанесения на упрочненную поверхность надреза происходит перераспределение остаточных напряжений образца в области, прилегающей к надрезу. Дополни-

ные остаточные напряжения, возникающие в результате перераспределения остаточных усилий гладкого образца, определялись аналитическим [6] и численным методами – результаты расчетов имели хорошее совпадение. Суммируя дополнительные остаточные напряжения с исходными, получали остаточные напряжения в предварительно упрочненном образце с надрезом. На рис. 6 по толщине поверхностного слоя  $a$  представлены дополнительные осевые  $\sigma_z^o(a)$  и окружные  $\sigma_\theta^o(a)$  остаточные напряжения, а также осевые  $\sigma_z(a)$  и окружные  $\sigma_\theta(a)$  остаточные напряжения в наименьшем сечении образца с надрезом  $R = 3,0$  мм.

Из приведенных на рис. 6 данных видно, что при нанесении на обкатанный ролик гладкий образец надреза, глубина которого почти в три раза превышает толщину упрочненного поверхностного слоя, в наименьшем сечении образца с надрезом действуют осевые  $\sigma_z$  и окружные  $\sigma_\theta$  сжимающие остаточные напряжения, достигающие  $-95$  и  $-21$  МПа соответственно. Это явление объясняется концентрацией благоприятных, с точки зрения сопротивления усталости сжимающих остаточных напряжений [5].

### Сопротивление усталости

Сопротивление усталости изучалось на неупрочненных и упрочненных роликом образцах из стали 40ХН диаметром 45 мм в рабочей части (рис. 7). Гладкие цилиндрические образцы подвергались обкатке роликом на тех же режимах, что и образцы для определения остаточных напряжений. На упрочненные и неупрочненные образцы фасонным резцом наносились круговые надрезы полукруглого профиля радиуса  $R = 3,0$  мм.

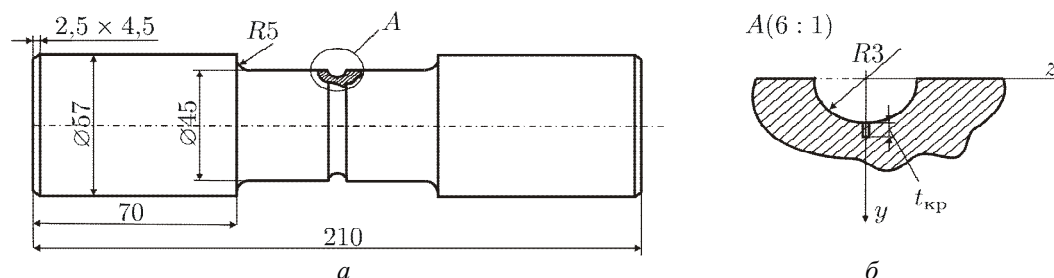


Рис. 7. Образец с надрезом для испытаний на усталость (а) и нераспространяющаяся трещина усталости (б)

Испытания образцов на усталость при поперечном изгибе в случае симметричного цикла проводились на машине УМП-02 [7] при частоте 17,6 Гц, база испытаний –  $3 \cdot 10^6$  циклов нагружения. Предел выносливости  $\sigma_{-1}$  неупрочненных образцов оказался равным 127,5 МПа, упрочненных образцов – 147,5 МПа, то есть приращение предела выносливости  $\Delta\sigma_{-1}$  за счет обкатки роликом составило 20 МПа. Следует обратить внимание на то, что несмотря на большую глубину надреза в сравнении с толщиной упрочненного слоя предел выносливости упрочненных роликом образцов увеличился на 17 %. Этот результат указывает на благоприятное действие сжимающих остаточных напряжений при опережающем поверхностном пластическом деформировании (ОППД).

Выстоявшие базу испытаний упрочненные образцы при напряжении, равном пределу выносливости, доводились до разрушения при большей нагрузке. В этих образцах были обнаружены серповидные нераспространяющиеся трещины усталости, наибольшая критическая глубина  $t_{кр}$ , которых оказалась равной в среднем 0,86 мм, что соответствует установленной ранее зависимости  $t_{кр}$  от размеров опасного сечения деталей с концентраторами напряжений [2].

Оценка влияния обкатки роликом на приращение предела выносливости  $\Delta\sigma_{-1}$  образцов производилась по критерию среднеинтегральных остаточных напряжений  $\bar{\sigma}_{ост}$  [2, 8]

$$\Delta\sigma_{-1} = \bar{\psi}_{\sigma} |\bar{\sigma}_{ост}|, \quad (4)$$

где  $\bar{\psi}_{\sigma}$  – коэффициент влияния остаточных напряжений на предел выносливости при изгибе;

$$\bar{\sigma}_{ост} = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{\sigma_z(\xi)}{\sqrt{(1-\xi)^2}} d\xi; \quad (5)$$

$\sigma_z(\xi)$  – осевые остаточные напряжения в опасном сечении образца по толщине поверхностного слоя  $y$  (рис. 7, б);  $\xi = y/t_{кр}$  – расстояние от дна надреза до текущего слоя, выраженное в долях  $t_{кр}$ ;  $t_{кр}$  – критическая глубина нераспространяющейся трещины усталости, возникающей в упрочненном образце (детали) с концентратором напряжений при работе на пределе выносливости.

Для вычисления критерия среднеинтегральных остаточных напряжений  $\bar{\sigma}_{ост}$  по формуле (5) использовалось распределение осевых  $\sigma_z(a)$  остаточных напряжений в упрочненных роликом образцах с надрезом, приведенное на рис. 6 (эпюра 3). Среднеинтегральные остаточные напряжения  $\bar{\sigma}_{ост}$  для упрочненных образцов при  $t_{кр} = 0,86$  мм составили  $-60,4$  МПа. При таком значении  $\bar{\sigma}_{ост}$  и приращении предела выносливости образцов  $\Delta\sigma_{-1} = -20$  МПа коэффициент влияния остаточных напряжений на предел выносливости  $\bar{\psi}_{\sigma}$ , вычисленный по формуле (4), оказался равным 0,331.

Эта величина коэффициента  $\bar{\psi}_{\sigma}$  незначительно отличается от значения  $\bar{\psi}_{\sigma} = 0,36$ , полученного в работе [2] для образцов и деталей с такой же степенью концентрации напряжений. Следует обратить также внимание на то, что оценка влияния упрочнения по критерию  $\bar{\sigma}_{ост}$  на предел выносливости образцов с концентраторами при ОППД до настоящего исследования проводилась только до глубины надреза, равной 1 мм [2]. Поэтому проведенное исследование расширяет границы использования критерия среднеинтегральных остаточных напряжений  $\bar{\sigma}_{ост}$  для прогнозирования предела выносливости образцов и деталей при ОППД до глубины надреза, равной 3 мм. Кроме того, исследование впервые проведено на образцах из стали 40ХН, что расширяет номенклатуру материалов, на которых изучено влияние поверхностного упрочнения на предел выносливости с использованием критерия  $\bar{\sigma}_{ост}$ .

Кроме среднеинтегральных остаточных напряжений  $\bar{\sigma}_{ост}$  для оценки влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости используются осевые остаточные напряжения  $\sigma_z^{нов}$  на поверхности опасного сечения упрочненной детали с кон-

центратором, которые в настоящем исследовании были равны  $-9,4$  МПа. При использовании этого критерия приращение предела выносливости  $\Delta\sigma_{-1}$  поверхностно упрочненных образцов и деталей с концентраторами определяется по формуле

$$\Delta\sigma_{-1} = \psi_{\sigma} \left| \sigma_z^{нов} \right|, \quad (6)$$

где  $\psi_{\sigma}$  – коэффициент влияния упрочнения на предел выносливости по остаточным напряжениям на поверхности концентратора, который в настоящем исследовании составил значение  $0,213$ .

Эта величина коэффициента  $\psi_{\sigma}$  существенно отличается от значений  $\psi_{\sigma}$  для других случаев [2], поэтому прогнозирование приращения предела выносливости упрочненных образцов и деталей из стали 40ХН по остаточным напряжениям на поверхности концентратора приведет к существенной погрешности.

## Выводы

1. Исследованы закономерности распределения остаточных напряжений во втулках и сплошных цилиндрических образцах диаметром  $45$  мм из стали 40ХН после обкатки роликом. Установлено, что глубина залегания сжимающих остаточных напряжений после поверхностного упрочнения на исследованных режимах достигает  $1$  мм; сжимающие остаточные напряжения действуют на глубине  $0,15-0,2$  мм, а к поверхности образцов наблюдается их спад на  $20\%$ ; осевые остаточные напряжения  $\sigma_z$  в  $1,8$  раза превышают окружные остаточные напряжения  $\sigma_{\theta}$ .

2. После ОППД на дне надреза глубиной  $3$  мм, в три раза превышающей толщину упрочненного поверхностного слоя, за счет концентрации остаточных напряжений действуют осевые  $\sigma_z$  и окружные  $\sigma_{\theta}$  сжимающие остаточные напряжения, достигающие  $-95$  МПа и  $-21$  МПа соответственно.

3. Повышение предела выносливости образцов с круговым надрезом полукруглого профиля радиусом  $3$  мм после ОППД объясняется только наличием в поверхностном слое опасного сечения сжимающих остаточных напряжений, обусловленных концентрацией напряжений за счет нанесения надреза, так как упрочненный слой полностью прорезан.

4. Измеренное значение критической глубины нераспространяющейся трещины усталости  $t_{кр} = 0,86$  мм для образцов диаметром  $45$  мм из стали 40ХН соответствует установленной ранее зависимости  $t_{кр}$  от размеров опасного поперечного сечения упрочненных образцов и деталей с концентраторами напряжений, изготовленных из других материалов.

5. Полученный в исследовании коэффициент влияния остаточных напряжений на предел выносливости  $\bar{\psi}_{\sigma} = 0,331$  незначительно отличается от значения  $\bar{\psi}_{\sigma} = 0,36$ , полученного в других исследованиях для образцов и деталей из других материалов с аналогичной степенью концентрации напряжений.

6. Проведенное исследование позволяет использовать критерий среднеинтегральных остаточных напряжений  $\bar{\sigma}_{осм}$  для прогнозирования предела выносливости поверхностно упрочненных образцов и деталей с концентраторами напряжений из стали 40ХН.

7. Оценка приращения предела выносливости упрочненных деталей из стали 40ХН по величине остаточных напряжений на поверхности концентратора  $\sigma_z^{нов}$  мо-

жет привести к существенной погрешности, поэтому прогнозирование предела выносливости по этому критерию нецелесообразно.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Биргер И.А. Остаточные напряжения. – М.: Машгиз, 1963. – 232 с.
2. Павлов В.Ф., Кирпичёв В.А., Вакулук В.С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям. – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2012. – 125 с.
3. Иванов С.И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения. – Куйбышев: КуАИ, 1971. – Вып. 53. – С. 32-42.
4. Радченко В.П., Павлов В.Ф. Наибольшая величина сжимающих остаточных напряжений при поверхностном упрочнении деталей // Прочность материалов и элементов конструкций: Труды международной научно-технической конференции. – Киев: ИПП им. Г.С. Писаренко НАН Украины, 2011. – С. 354-357.
5. Павлов В.Ф., Столяров А.К., Вакулук В.С., Кирпичёв В.А. Расчёт остаточных напряжений в деталях с концентраторами напряжений по первоначальным деформациям. – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2008. – 124 с.
6. Иванов С.И., Шатунов М.П., Павлов В.Ф. Влияние остаточных напряжений на выносливость образцов с надрезом // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. – Куйбышев: КуАИ, 1974. – Вып. 3. – С. 88-95.
7. Филатов Э.Я., Павловский В.Э. Универсальный комплекс машин для испытания материалов и конструкций на усталость. – Киев: Наукова Думка, 1985. – 92 с.
8. Павлов В.Ф. О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений // Известия вузов. Машиностроение. – 1986. – № 8. – С. 29-32.

*Статья поступила в редакцию 24 декабря 2012 г.*

## **BREAK-IN EFFECT ROLLER RESIDUAL STRESSES AND FATIGUE RESISTANCE OF SPECIMENS OF STEEL 40XH**

***V.P. Radchenko<sup>1</sup>, V.A. Kirpichyov<sup>2</sup>, V.V. Lunin<sup>1</sup>***

<sup>1</sup>Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

<sup>2</sup>Samara State Aerospace University  
34, Moskovskoe hw., Samara, 443086

*Residual stress and fatigue specimens with a diameter of 45 mm steel 40 XH after running roller investigated. Revealed the thickness layer with compressive residual stress is 1 mm, the axial residual stress is 1.8 times higher than the county and to the surface of the slow-down stress by 20 %. Fatigue tests of notched specimens radius 3 mm after DFND roller have shown that the fatigue limit is increased in the case when the depth of cut is three times the thickness of a layer of compressive residual stress, and the quantitative relationship between the residual stress and endurance limit is well reflected using the criterion of average integral residual stresses.*

**Keywords:** *running roller, samples of steel 40XH, axial and circumferential residual stress, fatigue limit, the criterion of average integral residual stress.*

---

*Vladimir V. Radchenko (Dr.Sc (Phys.&Math.)), Head of Dept., Dept of Applied Mathematics & Computer Science.*

*Victor A. Kirpichyov (Dr. Sc. (Techn.)), Dean Faculty of Aircraft Construction.*

*Valentin V. Lunin, Postgraduate Student, Dept. of Applied Mathematics & Computer Science.*



## ОПТИМИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ ПРИМЕНЕНИЯ АЛМАЗНЫХ ПРАВЯЩИХ РОЛИКОВ В ПОДШИПНИКОВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

**С.Д. Шапошников, Е.А. Якубович**

Самарский государственный технический университет  
443110, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244  
E-mail: ensave@samgtu.ru

*Рассматриваются оптимальные условия применения перспективного вида правящего инструмента.*

**Ключевые слова:** алмазный ролик, правка, подшипник.

В настоящее время в подшипниковой промышленности почти повсеместно на операциях врезного шлифования дорожек качения применяется правка с помощью единичного алмаза, заключенного в специальную оправу. Привод оправы с алмазом осуществляется с помощью специального устройства, обеспечивающего правящему инструменту перемещение по дуге окружности. Острие алмаза перемещается вдоль образующей шлифовального круга со скоростью поперечной подачи  $S_n$ , при этом с круга снимается слой абразива величиной  $t$ . Для полного восстановления режущей способности шлифовального круга алмаз может в зависимости от величины износа круга совершать один или несколько двойных ходов вдоль образующей; в завершение правки круг выхаживают, т. е. дают алмазу поперечную подачу, не подавая его на глубину. Алмаз также в процессе правки должен совершать примерно равный перебеж в обе стороны.

Отмечая возможность достижения высокой точности профилирования кругов рассматриваемым методом правки, необходимо обобщить присущие ему недостатки:

- 1) большое время, затрачиваемое собственно на правку, и невозможность совмещения его со временем шлифования;
- 2) малая стойкость правящих алмазов при их высокой стоимости;
- 3) невозможность получения точного профиля при правке алмазным карандашом;
- 4) необходимость применения сложных копирных устройств в случае правки сложных криволинейных поверхностей (например весь профиль кольца шарико-подшипника).

Все это обуславливает необходимость применения на операции шлифования дорожек качения колец подшипников другого вида инструмента, свободного от перечисленных недостатков. Им является профильный правящий инструмент – алмазный правящий ролик (АПР). Причиной этому являются те неоспоримые преимущества, какие имеет этот вид правки перед правкой шлифовальных кругов единичным правящим инструментом.

Во-первых, это очень высокая стойкость АПР. Большое количество алмазов вызывает появление на поверхности ролика большого числа режущих граней. Второй положительной особенностью является очень малое время, затрачиваемое на правку

---

*Сергей Дмитриевич Шапошников (к.т.н., доц.), профессор кафедры «Автоматизация производств и управления транспортными системами».*

*Ефим Абрамович Якубович (к.т.н., доцент), проректор по международному сотрудничеству.*

АПР. В-третьих, с помощью АПР или блока АПР имеется возможность производить правку всей профильной поверхности шлифовального круга врезанием без применения каких-либо копирных устройств. При этом достигается высокая стабильность обработки, т. к. точность и качество поверхности шлифуемых деталей находятся в прямой зависимости от точности и качества рабочей поверхности правящего ролика.

Из числа других положительных особенностей применения данного правящего инструмента можно отметить применение для изготовления АПР как более дешевых мелких природных, так и синтетических алмазов, высокую стабильность АПР при правке, простоту наладки шлифовальных станков, снабженных таким видом правящего инструмента, возможность резкого упрощения конструкции станка и др.

Однако до настоящего времени вопросы, связанные с влиянием правки АПР на точность и качество шлифуемых поверхностей, изучены недостаточно. Соответственно АПР применяются только в процессах, не требующих высокой точности обработки. Вместе с тем известно, что применение АПР при шлифовании беговых дорожек буровых долот позволило повысить точность обработки до 51 %, повысить чистоту шлифуемых поверхностей на 1,5-2 класса, увеличить производительность шлифования в 3,53 раза.

Данные обстоятельства позволили повысить проходку долот на 14 % и увеличить механическую скорость долота на 30 %. Точность профиля АПР, применяемых при этом процессе, составляет 15-20 мкм.

Применению АПР в подшипниковой промышленности препятствует требование высокой точности профиля обрабатываемых колец, которая не обеспечивается точностью профиля изготовленных роликов. Современные методы изготовления АПР не предусматривают точности изготовления их профиля выше 10-20 мкм, чего явно недостаточно для профилирования колец с точностью профиля 2-5 мкм. Другим фактором, сдерживающим применение АПР в подшипниковой промышленности, является недостаточная стабильность профиля АПР в процессе их эксплуатации.

Анализируя вышесказанное, можно сформулировать комплекс мероприятий, выполнение которых позволит оптимизировать применение алмазных роликов в подшипниковой промышленности и обеспечить требуемые параметры обработки.

Во-первых, это выбор перспективного способа обработки рабочей поверхности АПР. Обеспечение высокой точности профиля и режущих способностей АПР сопряжено со значительными трудностями, которые связаны с выбором их способа обработки, инструмента и режимов.

Оптимизация способа и режимов обработки с целью стабильного обеспечения необходимой точности профиля и высоких режущих свойств АПР включает два последовательных этапа:

а) экспериментальный подбор способа и инструмента для обработки АПР на основе косвенной оценки получаемой точности профиля ролика и его режущих свойств;

б) разработка специальной методики, позволяющей оценивать точность формообразования и режущую способность АПР при обработке их рабочей поверхности выбранным способом.

На рис. 1 представлена структурная схема разработанных способов обработки поверхности АПР. В основу классификации положено разделение способов по кинематическим движениям обрабатывающего инструмента на две группы, каждая из которых, в свою очередь, подразделялась в зависимости от типа применяемого инструмента.



Рис. 1. Классификация способов обработки поверхности АПР

Критериями оценки эффективности способов обработки поверхности правящих роликов являлись:

а) достигаемая точность обработки профиля, которая оценивалась по погрешности профиля дорожек качения колец при их шлифовании абразивным кругом, правка которого осуществлялась АПР;

б) режущая способность ролика, которая оценивалась косвенно по мощности в цепи электродвигателя привода шлифовального круга.

При сравнительной оценке способов обработки использовались АПР, изготовленные только методом укладки, так как после предварительных испытаний выяснилось, что этот тип роликов обладает наилучшими стойкостными качествами.

Наиболее эффективным оказался способ обработки АПР на специальном стенде методом качания. При правильном подборе технологических режимов обработки точность профиля обрабатываемого АПР и его режущая способность вполне удовлетворяют необходимым требованиям. Метод качания является наиболее эффективным при обработке рабочих поверхностей АПР и может быть использован в качестве основного способа обработки.

Технологические возможности выбранного способа обработки рабочей поверхности АПР оцениваются по специальной методике, позволяющей оценивать критерии его эффективности – точность профиля и режущую способность ролика до и после обработки.

Для контроля точности обработки рабочей поверхности АПР используется оптическая система опикошлифовального станка, обладающая высокой четкостью и высокой разрешающей способностью.

На проекционном экране станка помещается шаблон, с помощью которого производится анализ исходного (перед обработкой) и всех последующих состояний профиля рабочей поверхности в процессе обработки. На шаблоне имеется ряд концентрических полуокружностей, наименьший радиус которых равен увеличенному в 50 раз минимальному радиусу профиля дорожки качения кольца того типоразмера,

для обработки которого изготовлен АПР. Последующие полуокружности выполняются через равные интервалы (также увеличенные в 50 раз), сумма которых не превышает величину допуска на радиус профиля обрабатываемого кольца. Профиль каждого из выделенных сечений проектируется через оптическую систему на экран. Изображения всех сечений АПР, совмещенные с шаблоном, позволяют подсчитывать и измерять (зная увеличение оптической системы оптикошлифовального станка) количество алмазных зерен и длину отсекаемых ими участков на соответствующих уровнях (рис. 2).

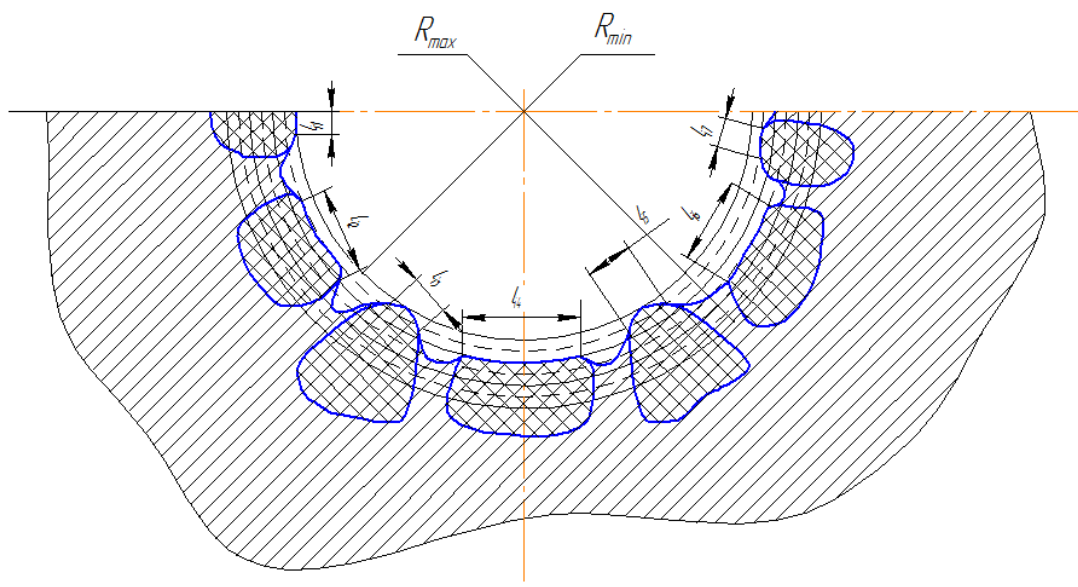


Рис. 2. Метод определения искажения профиля рабочей поверхности АПР

Количество алмазных зерен, подвергающихся обработке на всей поверхности АПР на  $i$ -уровне:

$$N_i = b_i \cdot \frac{N}{p} = N \cdot \frac{\sum_{k=1}^q n_i^{(k)}}{p^2 \cdot q}$$

где  $b_i = \frac{\sum_{k=1}^q n_i^{(k)}}{p \cdot q}$  – относительная величина, характеризующая количество алмазных зерен, подвергающихся обработке на  $i$ -уровне по всем сечениям  $k$ ;

$N$  – общее количество видимых алмазных зерен на рабочей поверхности АПР;

$p$  – среднее количество алмазных зерен на площади  $f_{\delta}$ .

Относительное количество алмазных зерен, подлежащих обработке на  $i$ -уровне:

$$\beta_i = \frac{N_i}{N} \cdot 100\%$$

Значения  $L_i$ ,  $N_i$ ,  $\beta_i$  определяются для всех  $S$ -уровней, и строятся графики их изменения в зависимости от номера уровня. Построенные характеристики  $L_i$ ,  $N_i$ ,  $\beta_i$  позволяют дать сравнительную оценку рабочей поверхности АПР при различных видах ее обработки. Величина  $\beta_i$  позволяет определить количество алмазных зерен, которые необходимо обработать при тех или иных глубинах (уровнях).

Вторым основным требованием, предъявляемым к обработке поверхности АПР, является обеспечение высоких режущих свойств АПР. Выполнение этого требования

возможно при выборе такой глубины обработки, чтобы при получении точности профиля в заданных пределах обработке подвергалось минимальное число алмазных зерен. Необходимость этого условия продиктована тем, что вследствие особенностей принятого способа обработки на зернах образуются площадки, при увеличении числа которых снижается режущая способность АПР. Избежать этого можно выбирая оптимальную глубину обработки рабочей поверхности АПР.

Для оценки режущей способности ролика после обработки его поверхности с предварительно выбранной глубиной приняты следующие критерии:

- а) мощность, потребляемая электродвигателем привода абразивного круга при шлифовании колец с правкой обработанным АПР;
- б) стойкость абразивного круга между правками;
- в) производительность шлифования колец.

Подготовленные вышеприведенным способом АПР во многом определяют точность и качество обрабатываемых колец подшипников. Поэтому оценка этих параметров, полученных в результате применения доведенных роликов, является важным элементом, позволяющим оптимизировать условия внедрения АПР.

Точность шлифования может быть оценена по параметру «гранности», т. к. эта величина является определяющей при эксплуатации собранных подшипников. Для анализа «гранности» выполняются следующие задачи:

- а) представление в виде математической модели суммарной «гранности» обрабатываемых поверхностей колец подшипников при шлифовании с правкой АПР и ее гармоническое разложение на специальной аппаратуре;
- б) исследование вида «гранности» и ее количественная оценка при данном процессе обработки.

Для решения этих задач может быть использована аппаратура, состоящая из анализатора гармоник и специальной приставки, позволяющей производить разложение в декартовых координатах и путем нахождения корреляционных связей оценивать передаваемую через АПР точность обработки.

Оценка качества обработки с применением АПР может быть выполнена анализом состояния поверхностного слоя обрабатываемой поверхности. Это исследование величины и характера остаточных напряжений шлифуемых поверхностей, состояния микротвердости, рентгеноструктурный анализ и другие методы.

Заключительным этапом являются сравнительные стендовые испытания подшипников с шлифованием колец с правкой рассматриваемым и традиционным методами.

Данные испытания проводились с целью установления сравнительной работоспособности двух подшипников 306 (подшипник ступиц автомобильных колес), у которых внутренние кольца были прошлифованы с правкой кругов единичным алмазом и АПР.

Дорожки качения внутренних колец, прошлифованных с правкой круга единичным алмазом (первая партия), обрабатывались с заводскими технологическими режимами. Шлифование с правкой круга АПР (вторая партия) велось на экспериментально подобранных режимах:  $V_{шл} = 60 \frac{м}{с}$ ,  $S_{шл} = 6 \frac{мм}{с}$ .

Подшипники первой партии в количестве 25 штук были замаркированы порядковыми номерами от 30 до 55, а подшипники второй партии в том же количестве (25 штук) были замаркированы соответственно от 1 до 25. Обе партии подшипников были замерены в собранном виде по следующим параметрам:

- а) наружный диаметр;
- б) внутренний диаметр;

в) биение согласно ГОСТ 520-71;

г) радиальный зазор.

Из обеих партий на стендовые испытания после замера приведенных параметров были поставлены 20 подшипников первой партии и 20 подшипников второй партии.

Испытания проводились на стандах ЦКБ-72 на следующих режимах:  $R = 250$  кг;  $n = 10000$  об/мин;  $n_{расч} = 45$  ч;  $C_g = 752$  кг. Все поставленные на испытания подшипники выстояли расчетную норму. Результаты испытаний представлены на рис. 3.

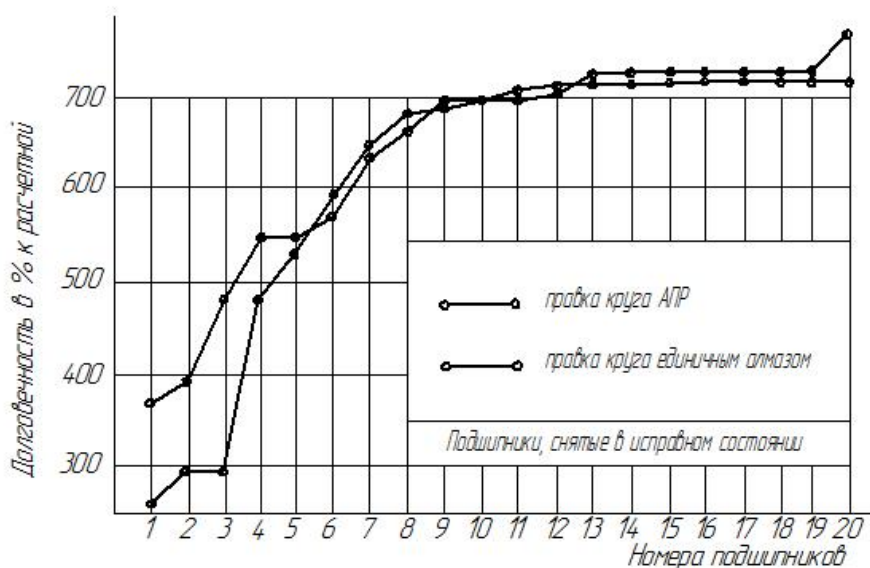


Рис. 3. Сравнительная долговечность подшипников 306 с обработкой желобов внутренних колец по существующей технологии и с правкой круга АПР

В обеих партиях основной причиной выхода подшипников из строя явилось выкрашивание на дорожках качения внутренних колец. В партии 1, кроме того, имеются три случая выкрашивания на шарах.

Все виды разрушений на деталях подшипников носят усталостный характер и не связаны с качеством металла и термической обработкой. Анализ результатов испытаний производится по методике ВНИПП М37.006.022-72 путем определения 90%-го и 50%-го ресурсов  $L_{90}$  и  $L_{50}$  для обеих партий подшипников. Указанные ресурсы определяются из трехпараметрического распределения Вейбулла:

$$F(L) = 1 - e^{-\left(\frac{L-a}{b}\right)^k}$$

где  $F(L)$  – функция распределения долговечности;

$a$  – параметр начального сдвига, означающий, что при  $L=a$  возможность отказа подшипников исключается;

$b$  – параметр масштаба кривой распределения;

$k$  – параметр формы кривой распределения.

На рис. 4 представлены функции надежности для обеих испытанных партий подшипников.

Из приведенного графика видно, что партия подшипников 2 по сравнению с партией 1 имеет более высокий ресурс при значениях вероятности безотказной работы, превышающих 0,65. Подшипники с обработкой дорожек качения внутренних

колец с правкой кругов единичным алмазом имеют 90%-й ресурс – 159 часов, т. е. 353 % от расчетной долговечности, а подшипники 2-й партии (правка кругов АПР) – 202 часа, т. е. 449 % от расчетной долговечности. Поскольку ГОСТ 520-71 регламентирует для подшипников 90%-й ресурс, на основе анализа проведенных испытаний следует считать, что правка кругов АПР при шлифовании дорожек качения внутренних колец позволяет повысить ресурс и надежность подшипников.

Таким образом, в статье изложен комплекс мероприятий, позволяющих оптимизировать процесс внедрения на предприятиях подшипниковой промышленности перспективной технологии шлифования колец подшипников с правкой абразивных кругов алмазным правящим роликом. Как показывают стендовые испытания, новый техпроцесс позволяет увеличить ресурс автомобильных подшипников.

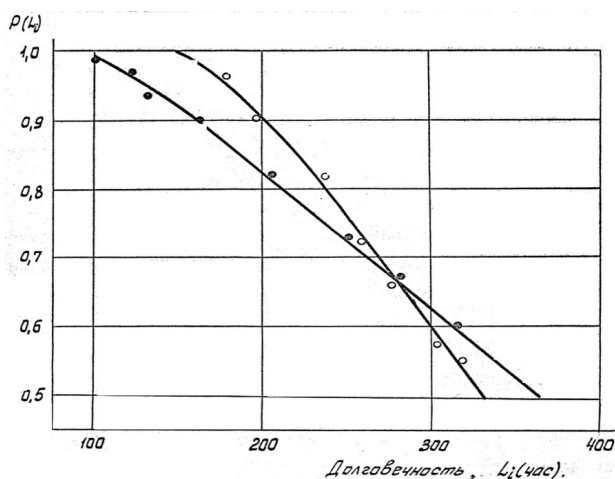


Рис. 4. Функции надежности двух партий подшипников 306:

○ – обработка желобов внутренних колец с правкой круга АПР; ● – обработка желобов внутренних колец по существующей технологии с правкой круга единичным алмазом

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абразивная обработка: Учеб. пособие / С.С. Никифоров, В.Н. Попов, В.Н. Байкалова, В.В. Стрельцов; Моск. гос. агроинж. ун-т. – М.: Изд-во МГАУ, 1998. – 88 с.: ил., табл.
2. Ермаков Ю.М. Перспективы эффективного применения абразивной обработки: Обзор / Ю.М. Ермаков; НИИ информации по машиностроению. – М.: НИИмаш, 1982. – 57 с.: ил.

*Статья поступила в редакцию 25 декабря 2012 г.*

## OPTIMIZATION OF THE CONDITIONS OF USE THE DIAMOND CORRECTION ROLLER IN BEARING INDUSTRY

**S.D. Shaposhnikov, E.A. Yakubovich**

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The optimal conditions of use perspective type of the correction tool are submitted.*

**Keywords:** diamond roller, correction, bearing.

*Sergey D. Shaposhnikov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.  
Efim A. Yakubovich (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*